matemaatika võistlusmäng

KÄNGURU

lahendused

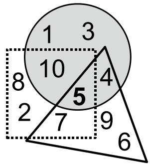
2024

Ülesanded ja kokkuvõtted
www.teaduskool.ut.ee/ainevoistlused/kanguru/

TÜ teaduskool
Eesti Matemaatika Selts

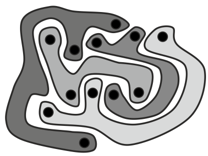
LAHENDUSED

PRE-EKOLIER 2024



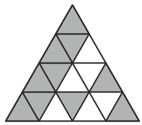
1. (C) Kolmnurgas on viis arvu: 4, 9, 6, 7 ja 5. Näeme, et neist arvud 4 ja 5 asuvad ka ringis. Neist kahest arvust vaid arv 5 asub ka ruudus. Seega arv 5 asub nii kolmnurgas, ringis kui ka ruudus.

2. (A) Tõstes ühe klaasitüki teise peale, jääb üks kuusnurk ülemisse vasakusse ja teine alumisse paremasse nurka ning üks kolmnurk ülemisse paremasse ja teine alumisse vasakusse nurka. Seega valikud D ja E ei sobi. Järgmisena saame välistada valiku B, sest keskel ringi sees olev nelinurk on vale pidi. Vaadates valikut C, märkame, et kolmnurk ülemises paremas nurgas on vale pidi. Seega tõstes ühe klaasitüki teise peale, saab Anne variandis A antud pildi.

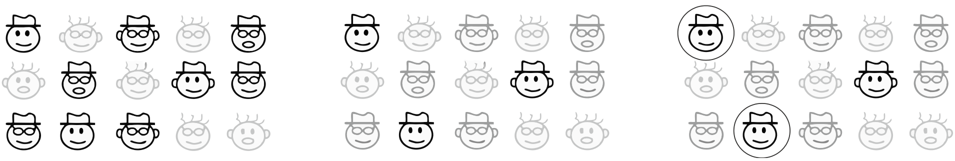


3. (E) Kujundite lihtsamaks nägemiseks värvime need neli kõverat kujundit. Näeme, et neist igal on täpselt 3 täppi.

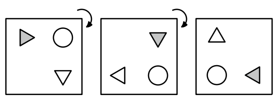
4. (D) Jooniselt näeme, et lisada on vaja 6 halli kolmnurka.



5. (C) Pildil on 15 nägu ja paneme tähele et ilma kaabuta on 6 nägu ja kaabuga 9. Seega üksikuks peab jääma kaabuga nägu. Vaadeldes kaabuga nägusid, näeme, et 6 on prillidega ja 3 prillideta. Seega üksikus peab jääma kaabuga prillideta nägu. Selliseid on nende viieteistkümne seas kolm. Ei ole raske märgata, et üks neist on kõrvadega ja kaks mitte. Järelikult üksikuks jääval näol on kaabu ja kõrvad ning puuduvad prillid. Selline nägu on antud variandis C.
Samas võime aga kohe, kui selge, et nägu peab olema kaabuga ja prillideta, öelda, et vastuseks sobib variandis C olev nägu, sest juba need kaks tingimust on täidetud vaid variandi C korral.

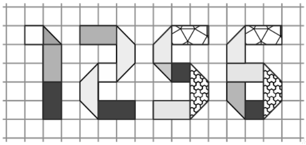


6. (C) Tehtud esimesest pööramisest näeme, et nurgas olev kujund peab liikuma päripäeva ruudu järgmisse nurka. Seega ring peab olema all vasakpoolses nurgas ning seega sobib vastuseks üks variantidest C, D ja E. Paneme tähele, et kolmnurkadest ühe üks tippudest on suunatud ringi poole ja teise kolmnurga tipp ei ole suunatud ringi poole. Kuna variandis D mõlema kolmnurga tipud on suunatud ringi poole ja variandis E



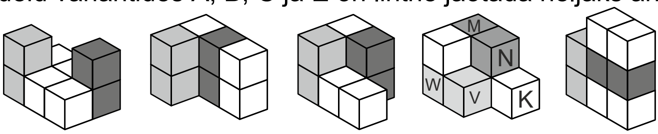
kummagi kolmnurga tipp ei ole suunatud ringi poole, siis vastuseks sobib variant C.

7. (D) Märkame, et numbrd 2 ja 5 on teineteise peegelpildid ja nende jaoks kulub sama palju paela. Lihtne on ka märgata, numbri 1 jaoks kulub vähem paela kui numbri 2 tegemiseks. (Joonisel on samasugused osad värvitud ühtemoodi.) Seega kindlasti ei ole kõigi jaoks vaja sama pikkusega paelu. Seega variandid E, B, C ja A ei sobi vastuseks. Järelikult numbri 6 tegemiseks kulub kõige rohkem paela. Saame ka joonisel võrrelda numbrite 5 ja 6 valmistamiseks kulunud paelade pikkusi, märkides mõlemas võrdsed osad ühtemoodi.



8. (E) Kui templipind panna vastu paberit, siis saame peegelpildi templipinnal olevast pildist. Teplilt näeme, et kassis saba on vasakul pool, siis paberil peab saba olema paremal pool. Seega saab paberile teha kas pildi C, D või E. Näeme, et templil on sabaga samal poolel olev kõrv heledam kui teine. Heledam kõrv on sabaga samal poolele vaid variandis E oleval kassil.

9. (D) Kujundeid variantides A, B, C ja E on lihtne jaotada neljaks antud klotsiks.



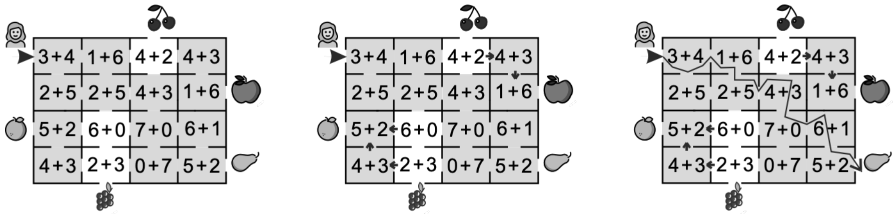
Variandis D olevat kujundit aga ei saa selliselt jaotada. Kui vaatame kuubikut tähega K, siis näeme, et see peab olema ühendatud kuubikuga, mis on kuubiku N all. Järelikult kuubik N peab olema ühendatud kuubikuga M ning kuubik tähega V peab olema ühendatud kuubikuga W. Kuubik tähe W peal ja kuubik tähe M all aga ei moodusta koos ühte etteantud klotsidest.

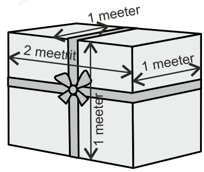
10. (A) Antud viies kastis on kokku viis liblikat, aga maha kukkunud asjade seas kolm liblikat. Seega riiulisse jäänud kastis pidi olema kaks liblikat. Seega riiulisses jäi kas kast A või kast D. Viies kastis kokku on neli põrsast, aga maha kukkunud asjade seas on põrsaid kolm. Seega riiulisse jäänud kastis pidi kindlasti olema ka põrsas. Seega riiulisse jäi ehk ei kukkunud sealt maha kast A.

11. (B) Parempoolseimast veerust saame, et kuna kahe südame summa on 4, siis ühele südamele vastab arv 2. Keskmisest veerust näeme, et südame ja tähekese summa peab olema 5. Järelikult tähekesele vastab arv 3.

12. (D) Kui lahutada kolmnurgas olevate arvude summast ringis olevate arvude summa, siis saame ringis olevate arvude summa. Ringis olevate arvude summa on 5 + 3 = 8. Seega kui kolmnurgas olevate arvude summast lahutame 8, siis saame arvu 8. Järelikult peab kolmnurgas olevate arvude summa olema 16. Kuna kolmnurgas olevatest arvudest ühte teame, siis teine ehk küsimärgiga asendatud arv on 16 – 5 = 11.

13. (A) Värvime järjest kõik need lahtrid, milles oleva tehte vastus on 7. Nii näeme, et kindlasti ei saa ta jõuda viinamarjade ja kirssideni. Vaatame nüüd vasakul servas olevat apelsini ja paremal servas olevat õuna. Märgime sealt viimasesse lahtrisse jõudmise võimalikud teed. Nende puuviljadeni ei ole võimalik jõuda, sest sinna on võimalik jõuda vaid läbides värvimata lahtri. Paremal servas oleva pirnini on võimalik nii jõuda. Üks võimalikest teedest on märgitud labürinti.



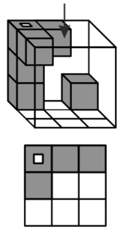


14. (B) Karbi lehviga tahul ristuvate paelalõikude pikkused on 1 meeter ja 2 meetrit. Seega on seal lehvile lisaks 3 meetrit paela. Samamoodi paiknevad paelad selle tahu vastastahul. Igal ülejäänud neljal tahul on paela ühe meetri jagu.
Lehvile lisaks kulub paela
3 meetrit + 3 meetrit + 1 meeter + 1 meeter + 1 meeter + 1 meeter = 10 meetrit.
Kokku on kasutatud 1 meeter + 10 meetrit = 11 meetrit paela.

15. (B) Viiest pildist koosneva mustri viimane pilt on jänes . Seega on jänes moodustatud piltide rea 5-ndal, 10-ndal, 15-ndal, 20-ndal ja 25-ndal kohal. Järelikult 26-ndal kohal on mustri esimene pilt känguru  ja 27-ndal kohal mustri teine pilt kala , mis on antud variandis B.

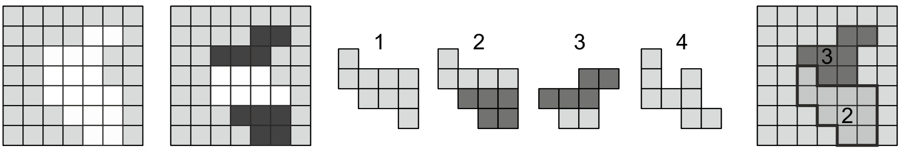
16. (C) Vaatleme ülemise rea vasakpoolseimat arvu 3. Selle arvu jaoks on olemas kolm arvu, millest igaüks on sellega ühendatud ühe lõigu abil. Need arvud on 1, 1 ja 12. Kohe on ka selge, et arv kolm ei võrdu kõigi vaadeldavate arvude summaga. Vaadeldes nii kõiki antud arve saame, et tingimustele vastab arv 7. Arvust seitse lähtub kolm lõiku, millede teistes otstes on vastavalt arvud 1, 1 ja 5, millede summa ongi 7.

17. (E) Ülevalt otse vaadates näeme ruutu ning seejuures on näha vaid ülemised tahud kõikidelt nendelt kuubikutelt, mille peal ei ole ühtegi teist kuubikut. Nii peab selle ruudu ülemises vasakpoolses nurgas olema näha kolme kuubiku ülemist tahku, mis moodustavad nurgiku ning seejuures nurgiku ruudul, millel on ühine külg kummagi ülejäänud ruuduga, asub väike valge ruut. Suures kuubis on veel üks väike hall kuubik, mille peal ei ole ühtegi teist kuubikut. Kuubis asub see tagumise alumise serva parempoolses otsas. Ülevalt vaadates jääb see siis ruudu parempoolsesse ülemisse nurka. Seega ülalt vaates on näha nelja kuubikut, mis paiknevad nii nagu variandis E.

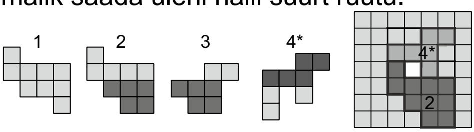


18. (C) Valides tahvlilt kaks erinevat arvu, on vähimaks võimalikuks summaks 3 $3 = 1 + 2$ ja suurimaks võimalikuks summaks $9 = 4 + 5$. Seega kõik erinevad arvud peavad olema arvude 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9 seas. Näitame, et summasid 4, 5, 6, 7 ja 8 on ka võimalik saada: $4 = 1 + 3$; $5 = 2 + 3$; $6 = 2 + 4$; $7 = 2 + 5$ ja $8 = 3 + 5$. Seega Kati kirjutas paberile 7 erinevat arvu.

19. (E) Paneme tähele, et suures ruudus olev valge osa on 6 ruutu kõrge ja 4 rida lai. Antud kujundite 1, 2, 3 ja 4 nii suurim kõrgus kui laius on 4 ruutu. Seega valgeks jäänud osa kahe ülemise rea valged ruudud peab saama katta ühe kujundiga. Sama kehtib ka valgeks jäänud kujundi kahes alumises reas olevate valgete ruutude kohta. Värvime need osad tumehalliks. Järelikult peab üks neist kujunditest omama kindlasti ühte tumehalliks värvitud osa ja teine teist tumehalliks värvitud osa. Üleval pool oleva tumehalli osa leiame kujundist numbriga 3. See kujund paikneb nii, et katab valge osa kahte ülemist rida. Teise tumehalliks värvitud osa leiame ülejäänud kujundite seast vaid kujundist numbriga 2. Saame, et kujundeid 2 ja 3 on võimalik lisada nii, et tekib üleni hall ruut.



Märkus: Kui kujundeid 1, 2, 3 ja 4 pöörata ja ümberkeerata, siis ülemise tumehalli osa leiame kujundist 4. Alumise tumehalli osa leiame nii kujundist 2 kui ka kujundist 3. Kuna valgeks jäänud osas on 17 valget ruutu ja kujundis 4 on kaheksa ruutu, siis kindlasti ei piisa üleni halli kujundi saamiseks kui lisada sellel kujund numbriga 3, milles on 7 ruutu. Joonisel on näidatud, et ka kujundi 2 lisamisega ei oel võimalik saada üleni halli suurt ruutu.



20. (D) Allil olevatest kujunditest kolmnurk on ühine Olliga ja ruut on ühine Ellega. Seega tema kolmas kujund peab olema ühine Üllega. Seega Üllel on ring. Ellel olevatetes kujunditest ruut oli ühine Alliga ja täheke on ühine Olliga. Seega Ellel olev kolmas kujund südameke peab olema tal ühine Üllega. Samamoodi näeme, et Olli kujunditest viisnurk ja kolmnurk olid tal ühised vastavalt Elle ja Alliga ning kolmas kujund, milleks on ruudust erinev nelinurk, on ühine Üllega. Seega Üllel on ring, südameke ja ruudust erinev nelinurk. Sellised kujundid on antud variandis D.

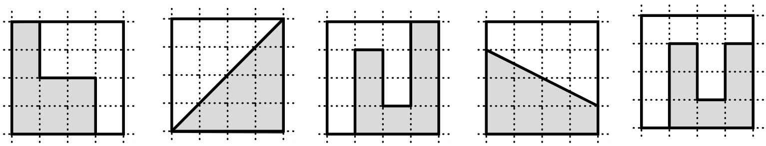
21. (A) Võrreldes vasakult esimest ja vasakult kolmandat torni, näeme, et üks on teisest kõrgem kolmnurkse klotsi võrra. Kolmnurkse klotsi kõrguseks saame 20 – 15 = 5. Vasakult teine torn koosneb kolmnurksest ja kaarjate külgedega klotsist. Võrreldes seda jälle vasakult kolmanda torniga, näeme, et vasakult kolmas erineb sellest vaid ruudukujulise klotsi võrra. Seega ruudukujulise klotsi kõrgus on 20 – 13 = 7. Küsitud torn koosneb kolmnurksest ja ruudukujulisest klotsist ning järelikult on selle kõrgus 5 + 7 = 12.

22. (C) Kuna Kati saab liikuda vaid üles ja paremale, siis A-st B-sse jõudmiseks peab Kati liikuma viiel korral paremale ja kolmel korral üles. Et summa oleks võimalikult väike, peaks Kati sattuma võimalikult vähestesse valgetesse ruutudesse ehk võimalikult paljudesse hallidesse ruutudesse. Neist kaheksast ruudust esimene ja kaks viimast on kindlasti valged. Ülejäänud viie ruudu seast ülimalt kaks järjestikust saavad olla hallid ning sel juhul ülejäänud kolmest saab veel üks hall olla. Kõik ülejäänud teed on sellised, kus hallid ja valged ruudud on vaheldumisi. Seega läbitud hallide ruutude suurim võimalik arv on 3 ning Katil tuleb ruudustiku läbimise eest tasuda vähemalt 3 · 1 + 5 · 2 = 13 eurot.

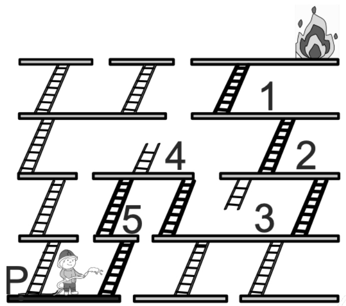
23. (B) Iga tabatud vise andis Vollile lisaks alguses olnud nooltele juurde 2 noolt ehk 2 viskamise võimalust. Kuna visata sai 20 korda, siis pidi ta 2 noolt juurde saama 5 korral. Volli tabas märklauda 5 korral.

24. (A) Kui iga päev lahendada 2 ülesannet, siis pühapäeval lõpetamiseks saaks ajakirjas olla kas 10, 24, 38 või 52 ülesannet. Kui iga päev lahendada 3 ülesannet, siis kolmapäeval lõpetamiseks saaks seal olla kas 3, 24 või 45 ülesannet, sest ülesannete arv pidi olema väiksem kui 60. Kuna ülesannete arv on muutumatu, siis ajakirjas oli 24 ülesannet. Kui iga päeva lahendada 4 ülesannet, siis Lenna lahendaks need ära 6 päevaga ning kuna lahendamise esimene päev oleks kolmapäev, siis kuues oleks esmaspäev.

1. (E) Värvime igas ruudus ühe kujunditest hallikaks. Variantides A, B ja D antud ruutude korral on lihtne märgata, et jaotatud on kaheks võrdseks kujundiks. Variandis C kumbki osa koosneb 8 ruudust ja ühte neist pöörates saame teise. Variandis E koosneb üks osa 9-st ruudust ja teine 7-st ning seepärast peavad need erinevad olema.



2. (C) Ühelt platvormilt teisele jõudmiseks tuleb kasutada ühte redelit. Vaatame võimalusi alustades põlevast platvormist. Vahemikke ületamata on sinna võimalik minna vaid platvormilt 1. Platvormile 1 on aga võimalik minna vaid platvormilt 2, kuhu omakorda on võimalik minna vaid platvormilt 3. Platvormilt 3 läheb kaks redelit alla, aga mõlemad jõuavad platvormile, kus tuletõrjujat ei ole. Seega pidi tuletõrjuja tulema platvormile 3 ülevalt poolt. Järelikult pidi ta olema platvormil 4, kuhu on võimalik saada aga vaid platvormilt 5. Sinna aga on võimalik jõuda platvormilt P. Järelikult redelite vähim arv, mida tuletõrjuja peab kasutama, on 6.



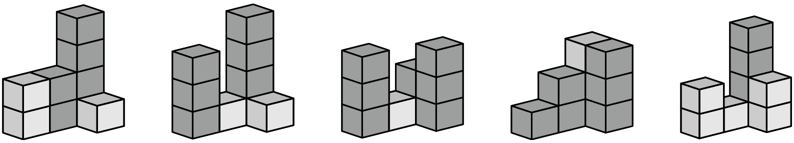
3. (C) Ühes reas on 7 ruutu. Värvides kahe rea kõik lahtrid, värvis Volli kokku $2 \cdot 7 = 14$ lahtrit. Kuna ühes veerus on 4 lahtrit ja iga lahter on ühine mingi ühe reaga, siis värvides ühes veerus olevad lahtrid, värvis ta lisaks veel kaks lahtrit. Kokku värvis ta seega $14 + 2 = 16$ lahtrit. Valgeks jäi $28 - 16 = 12$ lahtrit.

4. (C) Mängija 1 püüab palli ja viskab mängijale 4, kes viskab selle mängijale 7. Mängija 7 viskab mängijale 10, kes vikab mängijale 2, kes viskab mängijale 6, kes vikab mängijale 9, kes omakorda viskab selle mängijale 1. Kuna mängija 1 juba alguses püüdis palli, siis mäng lõppeb. Viimasena viskas palli mängija 9.

5. (E) Järjestikustest arvudest keskmises on puudu vaid tuhandeliste number. Kuna järgmise arvu tuhandeliste number on 4, siis saame, et kolmest järjestikusest arvust keskmine on 4998 ning kolm järjestikust neljakohalist arvu on 4897, 4898 ja 4899. Puudu on esimese arvu kolm esimest numbrit, keskmise arvu esimene ja viimase arvu kaks viimast numbrit. Järelikult puuduvad numbrid vasakult paremale on 4, 8, 9, 4, 9, 9

6. (C) Kuna kõik sangpommid kaaluvad erinevalt ja nende kaal kilogrammides on naturaalarv, siis selleks, et raskeima kaal saaks olla võimalikult suur, peavad kaks ülejäänud sangpommi olema võimalikult kerged. Need kaks sangpommi kaaluvad kokku 1 kg + 2 kg = 3kg. Seega kolmas ehk raskeim saab kaaluda 7 kg – 3 kg = 4kg.

7. (E) Esialgset torni saame vaadata kui neljast erinevast püstakust koosnevat, kus iga püstaku põhjaks on üks ühikkuup. Et vaid üks klotsidest kukkus maha, siis allesjäänud torn pidi erineva vaid ühe püstaku poolest. Joonisel on variantides antud tornides värvitud tumedamaks püstakud, mis erinevad allesjäänud torni omast.



Näeme, et vaid variandis E antud tornis on allesjäänud torniga üks erinev püstak.

8. (B) Plakati taha jäid 7 veeru ja 6 rea ühised ruudud. Selle osa igas veerus oli halle ja valgeid ruute võrdselt ehk kumbagi kolm. Järelikult plakati taha jäi 3 · 7 = 21 halli ruutu.

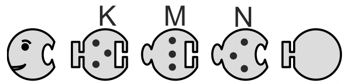
9. (C) Et nelja viske tulemusena oleks nupp ruudul 5, tuleb edasi liikuda 4 ruudu võrra. Seega peab see mängija liikuma edasi vähemalt kahel korral ehk 6 ruudu võrra. Selleks, et nupp oleks ruudul 4 peab ta kahel korral tagasi liikuma. Seega see mängija viskas kahel korral tulemuseks kull ja kahel korral tulemuseks kiri. Vaatame nüüd teist mängijat. Et nelja viske tulemusena oleks tema nupp ruudul 9, tuleb edasi liikuda 8 ruudu võrra. Seega peab see mängija liikuma edasi vähemalt kolmel korral ehk 9 ruudu võrra. On selge, et ühe korra pidi ta tagasi liikuma, mis tähendab et ühe viske tulemuseks pidi tal olema kull. Oleme saanud, et kaheksast viskest 3 tulemuseks pidi olema kull.

10. (A) On selge, et Anne sai viinamarjad. Kuna Dora lemmikuteks olid vaid viinamarjad ja pirnid, siis tema sai pirni. Karl pidi saama järelikult apelsini ning Bruno kirsid. Elli sai õuna.
Võime vaadata ja mõelda ka nii, et kuna on viis last ja viis erinevat puuvilja ning vaid Elli lemmikute seas on õun, siis tema pidigi saama õuna, sest keegi teine seda saada ei saanud.

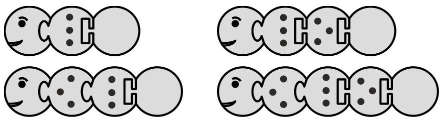
11. (D) Alumisest võrdusest näeme, et kahe erineva ühekohalise arvu summa peab olema kahekohaline arv, mille mõlemad numbrid on ühesugused. Kahe suurima ühekohalise arvu summa on 17 ja seega saab see summa olla vaid 11. Seega ruudule vastab number 1. Kuna kahe kolmnurga summa üheliste number vastab ringile, siis ringile peab vastama paarisarv. Ringile ja kolmnurgale vastavate numbrite võimalused on: 2 ja 9, 4 ja 7, 6 ja 5, 8 ja 3. Vaatame nüüd, millise paari korral on ringile vastav number võrdne kolmnurgale vastava arvu kahekordse üheliste numbriga. Näeme, et see on nii vaid siis, kui ringile vastab 4 ja kolmnurgale 7. Seega korrutis △ · ● · ■ = 7 · 4 · 1 = 28.

12. (B) Tornis on kolm triibulist (T), kolm halli (H) ja kaks valget (V) ketast, mis alt ülespoole järjestatuna on TVHTVHTH. Eemaldades alt teise ketta jääb alles THTVHTH. Eemaldades nüüd allesjäänud tornist alt kolmanda ketta, jääb THVHTH. Võttes ära järjest alt neljanda ja viienda, jääb alles vastavalt THVTH ja THVT. Näeme, et vaid valikus B on antud torn, mille ülemine ja alumine ketas on triibulised ning kahest keskmisest kettast alumine on hall ja pealmine valge.

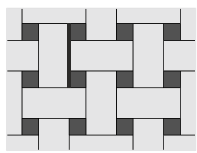
13. (A) Küsimärgiga tähistatud kaart on ühine vasakult teisele ja kolmandale ringile. Vasakult esimeses ringis peab teisel kaardil olema arv 10 – 6 = 4 ja vasakult neljandas ringis peab teisel kaardil olema arv 10 – 3 = 7. Seega vasakult kolmandas ringis on kaart arvuga 7 ja veel kaks kaarti. Järelikult neil kahel kaardil olevate arvude summa on 10 – 7 = 3. Seega on ainus võimalus, et seal kahel kaardil on arvud 1 ja 2. Vaatame vasakult teist ringi. Seal on kaart arvuga 4 ja veel kaks kaarti ning neil kahel olevate arvude summa on 10 – 4 = 6. Kuna kaart arvuga 4 on juba kasutatud ning kõigil seitsmel kaardil on erinevad arvud, siis neil kahel kaardil saavad olla vaid arvud 5 ja 1. Järelikult saab küsimärgiga olla tähistatud arv 1.



14. (B) Tähistame täppidega tükid joonisel näidatult tähtedega K, M ja N. Vaadates ussikse pea tüki küljes oleva avause kuju, näeme, et sinna saab külge panna tüki M või N. Vaadates saba tüki küljes olevat väljasopistust, näeme, et selle külge saab panna tüki K või M. Paneme esmalt saba külge tüki M. Saame, et nii on kaks võimalust: pea, M, saba ning pea N, M, saba. Kui nüüd saba külge panna tükk K, siis saame ka kaks võimalust: pea, M, K, saba ning pea, N, M, K, saba. Järelikult saab neist teha neli erinevat ussikest.



15. (B) Kuna lehte keeratakse üle selle parema serva, siis esialgse lehe parempoolne serv on pärast nähtava poole vasakuks servaks ja vastupidi. Seega lehe erinevatel pooltel on teineteise vastas arvud 2 ja 6, 1 ja 7, 3 ja 8 ning 4 ja 5. Kuna heledamast poolest on näha arve 5 ja 6, siis kahel ülejäänud ristkülikust tükil on heledamal poolel arvud 7 ja 8. Kuna aga need on pandud lauale nii, et näha on tumedamal poolel olevad arvud, siis küsimärkidega on asendatud arvud 1 ja 3. Nende summa on 1 + 3 = 4.



16. (D) Näeme, et halli ristküliku pikema külje pikkus on võrne halli ristküliku lühema külje pikkuse ja kahe musta ruudu külje pikkuste summaga. Seega kahe musta ruudu külje pikkuste summa on 23 cm – 11 cm = 12 cm. Millest saame, et musta ruudukujulise plaadi serva pikkus on 6 cm.

17. (D) Summa üheliste number on 2 ning kahe arvu näha olevate üheliste summa on 3 + 4 = 7. Seega puuduv üheliste number on 5. Jätame meelde, et siit läheb üks kümneline ka üle, sest 3 + 4 + 5 = 12.
Summa sajaliste number on 7 ning näha olevate sajaliste summa on ka 2 + 1 + 4 = 7, mis tähendab, et kümneliste summa peab olema väiksem arvust 10. Summa kümneliste number on 8. Näeme ühe arvu kümneliste arvu 1 ja teame, et üks kümneline tuli üle ka üheliste liitmisest. Seega kahe välja rebitud kümnelise summa peab olema 6. Oleme saanud, et kolme puuduva numbri summa peab olema 5 + 6 = 11.
Tingimustele vastavaid näiteid on erinevaid, näiteks 213 + 154 + 415 = 782, 223 + 144 + 415 = 782 või 233 + 134 + 415 = 782.

18. (A) Kolmest antud paarist ja nende kaaludest saame kokku, et kaks ristkülikut, kaks kolmnurka ja kaks ringi kaaluvad kõik kokku 200 g + 100 g + 240 g = 540 g. Kuna igat eset on sel juhul kaks korda liidetud, siis ristkülik, kolmnurk ja ring kaaluvad kokku 540 g : 2 = 270 g.

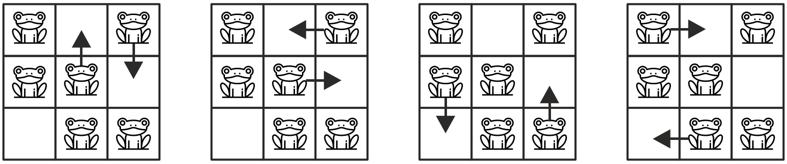
19. (E) Tähistame nii helkurvestide kui kottide värve nende värvide nimetuste esitähega ja kirjutame järjest õpilaste järjekorranumbrite juurde.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	…
K	R	K	R	K	R	K	R	…
P	V	S	P	V	S	P	V	…

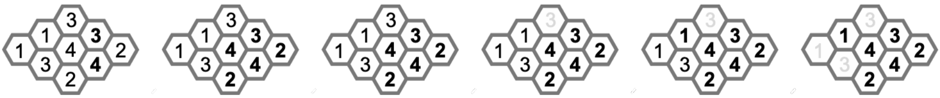
Näeme, et 7. õpilasest alates hakkab järjestus ennast kordama. Seega iga 6 järjestikuse õpilase kohta on 1 õpilane, kellel on kollane vest ja sinine seljakott. Kuna õpilasi on rivis 60, siis kokku on seal 60 : 6 = 10 kollase vesti ja sinise kotiga õpilast.

20. (B) Poeg, kes sai 26 kala, ei saanud olla igal päeval nähtud poegadest esimeseks ega teiseks, sest kui ta oleks iga päev saanud 5 kala, siis kalade arv saaks olla 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 jne ning kui ta oleks iga päeva saanud 4 kala, siis kalade arv saaks olla 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36 jne. Näeme, et ainus võimalus kokku saada 26 kala, on siis kui 5 kala kaupa sai ta kokku 10 kala, st kahel päeval sai 5 kala, ja 4 kala kaupa sai kokku 16 kala, st neljal päeval sai 4 kala. Seega vaadeldav periood oli 2 + 4 = 6 päeva. Järelikult teine poeg sai neljal päeval 5 kala ja kahel päeval 4 kala. Kokku sai teine poeg $4 \cdot 5 + 2 \cdot 4 = 20 + 8 = 28$ kala. Saab ka arvutada nii, et 6 päevaga tõi ta poegadele kokku $6 \cdot 9 = 54$ kala, milledest üks poegadest sai 26 ja järelikult teine sai 54 – 26 = 28 kala.

21. (D) Kui konn hüppab vertikaalselt, siis veerus olevate konnade arv ei muutu, aga praeguses reas muutub konnade arv ühe võrra väiksemaks ja kõrval reas muutub ühe võrra suuremaks. Kui konn hüppab horisontaalselt, siis reas olevate konnade arv ei muutu, aga praeguses veerus muutub konnade arv ühe võrra väiksemaks ja kõrval veerus muutub ühe võrra suuremaks. Et konnade arv ei muutuks ei ridades ega veergudes, peavad mõlemad konnad hüppama kas vertikaalselt või horisontaalselt ning kui nad hüppavad vertikaalselt peavad asuma nad kõrvuti olevates ridades ning kui hüppavad horisontaalselt, siis peavad olema kõrvuti olevates veergudes. Selliseid võimalusi on kokku 4.



22. (C) Värvime kannudes, mis peavad olema tühjad seal olevad arvud heledamaks ja kannudes, kus peab olema mesi, teeme arvu tugevamaks. Alustame kõige parempoolsemast kannust arvuga 2, mis ütleb, et selle kummaski naaberkannus, mis asuvad paremalt teises veerus, on mesi. Paremalt teise veeru alumises kannus on arv 4, mis ütleb, et selle kõikides naaberkannudes peab olema mesi. Paremalt teise veeru ülemises kannus on arv 3 ja näeme, et sellel kannul on juba kolm meega naaberkannu olemas ja seega keskmise veeru ülemises kärjekannus, kus on arv 3, ei saa mett olla. Samas on sel keskmise veeru ülemisel kärjekannul kolm naaberkannu ning järelikult neis kõigis peab olema mesi. Vasakult teise veeru ülemises kannus on arv 1 ja näeme, et sel kannul on ühes naaberkannus juba mesi olemas ning seega vasakult teise veeru alumises kannus ei ole mett ja mett ei ole ka vasakpoolseima veeru ainsas kannus. Näeme, et nii on tõesti keskmise veeru keskmisel kannul mett neljas naaberkannus ja keskmise veeru alumisel kannul on mett kahes naamberkannus. Kokku on mett kuues kärjekannus.



23. (E) Kandikul on 11 südamekujulist küpsist ja seega ei saanud esimesena kandiku juurde minna see, kes võttis kõik sealolevad südamed. Kandikul on 7 valget küpsist ja seega on võimalik, et esimesena läks kandiku juurde küpsiseid võtma see, kes võttis kõik valged. Kandikul on 7 suurt küpsist ja seega on ka võimalik, et esimesena läks kandiku juurde see, kes võttis kõik suured.

Vaatame kõigepealt olukorda, kus esimesena läinud tüdruk võttis kõik valged küpsised.

Ta võttis kolm suurt, milledest kaks on ringikujulised ja üks südamekujuline ning neli väikest, milldest üks südamekujuline ja kolm ringikujulist. Kui teisena oleks läinud see, kes võttis kõik seal olnud südamekujulised küpsised, siis ta oleks pidanud sealt võtma 11 – 2 = 9 küpsist. See aga ei ole võimalik, sest ta oleks pidanud võtma kas 3 või 6 küpsist. Kui teisena oleks läinud see, kes võttis kõik suured, siis ta oleks pidanud võtma 7 – 3 = 4 küpsist. Ka see ei ole võimalik. Seega ei ole võimalik, et esimesena kandiku juurde läinud, võttis sealt kõik valged küpsised.

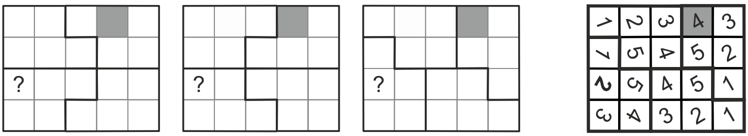
Seega esimesena pidi kandiku juurde minema tüdruk, kes võttis kõik suured küpsised. Ta sai neli valget küpsist, milledest kaks olid ringikujulised ja üks südamekujuline ning neli olid tumedad südamekujulised.
Kui teisena oleks kandiku juurde tulnud valgeid küpsiseid võttev tüdruk, siis ta oleks pidanud võtma neid neli: ühe väikese südamekujulise ja kolm väikest ringikujulist. See aga ei ole võimalik, sest keegi ei võtnud nelja küpsist.
Järelikult teisena läks tüdruk, kes võttis südamekujulised küpsised. Ta võttis 6 väikest südamekujulist, milledest üks oli valge ja viis mustad. Kolmandana läks kandiku juurde tüdruk, kes võttis kõik valged küpsised ja neid oli sinna jäänud kolm ja kõik olid ringikujulised. Sellised küpsised on antud valikus E.

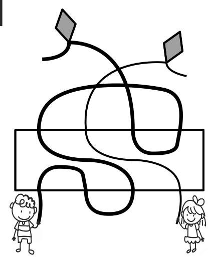
24. (D) Joonisel antud kuubis on 8 kuubikut. Igas kubikus on vähemalt üks valge klots. Jooniselt näeme, et vähemalt 2 kuubikut koosneb neljast valgest klotsist. Järelikult on võimalik, et kaks kuubikut koosneb neljast valgest klotsist ja igas ülejäänud kuues kuubikus on vähemalt üks valge klots. Vähim võimalik valgete klotside arv on $6 + 4 + 4 = 14$.

1. (B) Niisugusel voltimisel saavad kattuda vaid sellised sama mustriga ruudud, mis asuvad samas veerus ja on murdejoonest samal kaugusel. Seega, selliseid ruute ei saa olla iga numbri viimase rea ruutude seas. Otsides iga numbri korral samas veerus asuvaid sama mustriga ruutude paare, paneme tähele, et ainult numbri 0 korral on murdejoonest samal kaugusel ruutude paar, millel on tume nelinurk ja see asub vastuses B.

2. (C) Loendades joonisel ruute vasakult paremale, saame, et ainult parema jala jälg on neljandas ruudus. Et jäljemuster kordub iga nelja ruudu järel, on järgmised parema jala jäljed ruutudes järjenumbritega 8, 12 jne, st. igas sellises ruudus, mille järjenumber on arvu 4 kordne. Ainus arvu 4 kordne valikvastustes on 20, mis on vastuses C.

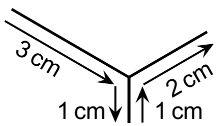
3. (B) Paneme tähele, et antud 4 plaati moodustavad kaks samasuguste plaatide paari. Sellise kujuga, kuid ilma arvudeta plaatidega on antud 4 × 5 ruudustikku võimalik täielikult katta kolmel moel (vt. kolme esimest joonist). Arvudega täidetud plaatide korral satuks esimese paigutuse korral halli ruutu arv 2, teise korral aga arv 5. Arv neli satub halli värvi ruutu vaid kolmanda paigutuse korral. Sellise paigutuse võimalikkus on näidatud neljandal joonisel. Küsimärgiga ruudus on siis arv 2.





4. (D) Vastusevariantides A, B, C ja E antud ristkülikud ei sobi, sest vastustes A, C ja E antud ristkülikud ühendavad näiteks kaks last omavahel, vastuses B antud ristkülik aga jätab parempoolse lapse hoopis ühendamata. Vastuses D antud ristkülik ühendab ainsana kummagi lapse oma tuulelohega nii nagu näidatud ka joonisel.

5. (B) Kui eestvaates on kõik kolm telliskivi valge kasti taga, siis tagantvaates on valge kast telliskivide taga. Nii ei ole aga vastuses D. Kui eestvaates on triibuline kivi musta kivi ees, siis tagantvaates peab see must kivi olema triibulise ees. Nii ei ole aga vastustes A ja C. Vastustes B ja E on kivide ja valge kasti asendid õiged, kuid vastuses E on triibuline kivi lühem, kui eestvaate järgi olema peaks. Seega on kõik õige vaid vastuses B antud pildil.



6. (B) Pliiatsit tõstmata tuleb antud joonise saamiseks joonistada vähemalt ühte lõiku mitu korda. Et meid huvitab võimalikult lühike läbitud maa, tuleks korduvalt läbitavaks lõiguks valida lühim lõik. Ülesanne saab täidetud, kui läbida lõiku pikkusega 1 cm kaks korda ja ülejäänud kahte lõiku 1 kord. Seega on pliiatsi lühim teekond (lõikude joonistamise järjekorras) 3 cm + 1 cm + 1 cm + 2 cm = 7 cm pikkune.

7. (C) Vaatame antud korrutiste tegureiks lahutusi. Et korrutis $4 = 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$, kuid tabelis peavad neli paigutatavat arvu olema erinevad, on esimeses veerus arvud 1 ja 4. Korrutis $6 = 1 \cdot 6 = 2 \cdot 3$ ei jagu arvuga 4 ja seega on esimeses reas arvud 1 ja 6. Teises reas peavad olema siis arvud 4 ja 2. Tabelisse kirjutatud arvude summa on $1 + 6 + 4 + 2 = 13$.

8. (D) Esialgses virnas asuvad pealmised kastid võetakse enne ja need laotakse kaubikusse alumisteks või eraldiseisvateks kastideks. Et esialgsest virnast saada kätte kast B, tuleb enne ära tõsta kastid E, F, C ja D. Seega ei saa kast D asuda kaubikus kasti B peal nagu on vastuses D antud virnas. Virnad vastustes A, B, C ja E on kõik võimalikud.

9. (B) Uus ristkülik jaotus kolmeks võrdseks ruuduks, millest keskmise ruudu moodustas kahe ristküliku ühisosa. Seega oli iga ruut täpselt pool esialgsest ristkülikust ja ühe ruudu pindala on $18 : 2 = 9$. Uue ristküliku pindala oli seega $3 \cdot 9 = 27$ ruutühikut.

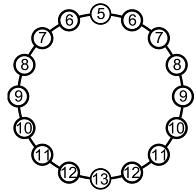
10. (E) Ülesande jooniselt selgub, et alles jäeti ainult maitsetega 1, 2, 3, 4 ja 5 tähistatud komme. Arvuga 1 tähistatud ja alles jäetud komm sai tulla ainult karbist A, sest teistes karpides sellist ei olnudki. Ülejäänud neljast karbist sai komm 2 tulla ainult karbist B. Kolmest allesjäänud karbist C, D ja E sai komm 3 tulla ainult karbist C ja siis komm 4 ainult karbist D. Seega jättis Sass kommi arvuga 5 alles karbist tähega E.

11. (C) Järjestikustest arvudest 1, 2, 3, … on kokku kolm korda kasutatud numbrit 5 arvudes 5, 15 ja 25. Järgmine numbrit 5 sisaldav arv oleks 35. Seega saab nagide suurim arv olla vaid väiksem kui 35. Naturaalarvudes, mis on väiksemad kui 35, on numbrit 2 kasutatud arvudes 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 ja 32 ning neis on numbrit 2 kokku täpselt 14 korda. Järelikult on antud tingimustel nagide suurim võimalik arv 34.

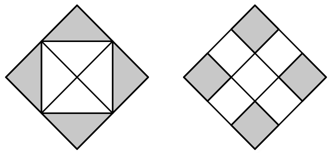
12. (B) Pannes kaaluvihte vaid tühjale kaalukausile, tuleks kaalu tasakaalustamiseks sinna asetada 5 vihti kaaludega 200 g, 200 g, 20 g, 20 g ja 5 g. Kaaluvihte läheb vähem kui 5 vaja siis, kui lisame vihte mõlemale kaalukausile. Et paki kaal on 445 g, siis tuleb kindlasti kasutada vihti kaaluga 5 g. Kui asetada viht 5 g paki kõrvale, tuleks kaalu tasakaalustamiseks tühjale kausile asetada vihid 200 g, 200 g ja 50 g. Vaja oleks 4 vihti. Kolme vihiga aga on selle kaalu tasakaalustamine võimalik, kui paneme tühjale kaalukausile vihi kaaluga 500 g ja lisame pakile vihid 50 g ja 5 g. Väiksema vihtide arvuga ei ole tasakaalustamine võimalik, sest üheks peab olema 5 g ja ei leidu teist vihti, et kaal tasakaalustada.

13. (E) Mustri alumises reas on kõrvuti samas asendis 5 halli ristkülikut. Järelikult on ühe halli ristküliku pikkus 45 cm : 5 = 9 cm. Mustri kõrguse 30 cm saame, kui liidame omavahel kokku kahe halli ristküliku pikkused 9 cm ja 9 cm ning kolme halli ristküliku laiused. Järelikult on kolme halli ristküliku laius kokku 30 cm – 9 cm – 9 cm = 12 cm ning ühe halli ristküliku laius 12 cm : 3 = 4 cm. Ühe halli ristküliku pindala on seega 9 cm · 4 cm = 36 cm^2.

14. (A) Kuna 5 + 8 = 13 ja mistahes kahes naaberringis asuvate arvude vahe on 1, tuleb arvude 5 ja 13 vahele ringjoone ühele poolele kirjutada järjestikku kõik seitse arvu 6, 7, 8, 9, 10, 11 ja 12. Et ringe on kokku 16, jääb teisele poole arvude 5 ja 13 vahel nüüd ka 7 tühja ringi, mis tuleb täita järjekorras täpselt samade arvudega 6 kuni 12. Seega on neis 16-s ringis 9 erinevat arvu.



15. (B) Vasakpoolsel joonisel asuva ruudu saame valge ruudukese diagonaalide abil jaotada neljaks ühesuuruseks ruuduks, millest igaühes on täpselt pool värvitud halliks. Järelikult moodustab hallide kolmnurkade kogupindala poole kogu ruudu pindalast, mis on seega 2 · 9 = 18 ruutühikut. Parempoolse ruudu saame külgedega paralleelsete lõikudega jaotada 9-ks võrdseks ruudukeseks, millest halliks värvituid on 4. Seega on parempoolsel joonisel hallide ruutude kogupindala (18 : 9) · 4 = 8 ruutühikut.

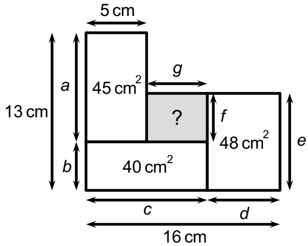


16. (C) Kuna iga numbri kujutises on 6 täppi, on igas kahekohalises arvus kokku 12 täppi. Kui neist 5 on musta värvi, on ülejäänud automaatselt valget värvi. Musti täppe võib ühes numbris olla kas 1, 2, 3 või 4. Üks must täpp on ainult numbris 1 ja neli täppi vaid numbris 7. Neist saame moodustada 2 viie musta täpiga kahekohalist arvu 17 ja 71. Kaks musta täppi on numbrites 2, 3, 5 ja 9 ning kolm musta täppi on numbrites 0, 4, 6 ja 8. Selliseid kahekohalisi arve, mille esinumbriks on kahe musta täpiga numbrid ja teiseks numbriks on kolme täpiga numbrid, on kokku 4 · 4 = 16. Kahekohalisi arve, mille esinumbriks on kolme musta täpiga numbrid ja teiseks numbriks kahe musta täpiga number, on kokku 3 · 4 = 12 (arv ei alga numbriga 0). Kokku on otsitavaid arve seega 2 + 16 + 12 = 30.

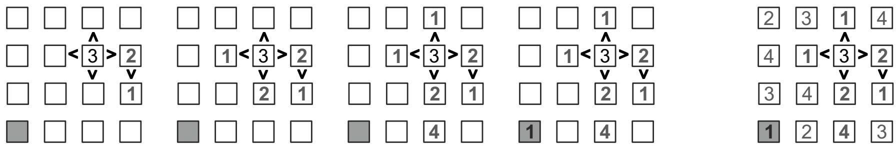
17. (C) Igal täringul on 6 numbrit. Antud kolme ühesuguse täringuga pildilt saame, et igal täringul on arvud 5, 8, 13, 17, 22 ja 34. Kahelt esimeselt täringult näeme, et arvuga 8 tahu naabertahkudel on arvud 5, 13, 22 ja 34. Seega on arvuga 8 tahu vastastahul arv 17. Teise ja kolmanda täringu põhjal saame, et arvuga 13 tahu naabertahkudel on 5, 8, 17 ja 22 ning selle vastastahul seega arv 34. Jääb üle vastastahkude paar arvudega 5 ja 22. Et antud täringute ülemistel tahkudel on näha arvud 34, 5 ja 17, siis vastu laua pinda on nende vastastahud arvudega 13, 22 ja 8, millede summa on 13 + 22 + 8 = 43.

18. (D) Tähistagu X küsimärgiga tähistatud arvu, mis on ühine kolmele lõigule. Igal lõigul on arvude summa 23. Kui leida kolmel lõigul olevate kõikide arvude summa, siis on see $3 \cdot 23 = 69$. Selles summas on arv X võetud liidetavana 3 korda, kõik ülejäänud arvud aga üks kord. Et naturaalarvude 1 kuni 10 summa on $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$, saame võrduse $55 + 2X = 69$, millest $2X = 14$ ja küsimärgi kohal olev otsitav arv on $X = 7$. Arvude nõutud paigutus on võimalik, sest $7 + 1 + 6 + 9 = 7 + 3 + 5 + 8 = 7 + 2 + 4 + 10 = 23$.

19. (E) Tähistame vajalike lõikude pikkused sentimeetrites nagu näidatud joonisel. Et ristküliku pindala võrdub pikkuse ja laiuse korrutisega, on $a = 45 : 5 = 9$ (cm) ning $b = 13 - 9 = 4$ (cm).
Seega $c = 40 : b = 40 : 4 = 10$ (cm) ja
$d = 16 - c = 16 - 10 = 6$ (cm) ning
$e = 48 : d = 48 : 6 = 8$ (cm). Jõuame halli ristküliku mõõtmete f ja g juurde ning saame, et
$f = e - b = 8 - 4 = 4$ (cm) ja $g = c - 5 = 10 - 5 = 5$ (cm).
Seega on halli ristküliku pindala 4 cm $\cdot$ 5 cm = 20 cm^2.



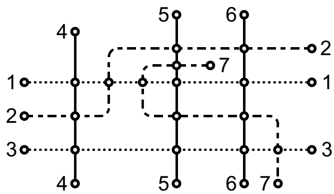
20. (A) Numbritest 1, 2, 3 ja 4 on number 3 suurem vaid numbritest 1 ja 2, mis tuleb sobivalt paigutada number 3 ümbritsevatesse nelja ruutu. Et üks neist neljast peab olema omakorda suurem kolmanda rea viimasest numbrist, peab sissekirjutatud numbrist 3 paremal olema number 2 ja selle all number 1. Siit tuleneb, et kolmanda rea eelviimane number on 2, esimese rea kolmas number 1 ja teise rea teine number ka 1. Nüüd puudub number 1 vaid neljandast reast ja esimesest veerust, st. halliks värvitud ruudust. Numbrite võimalik paigutus on näidatud joonisel.



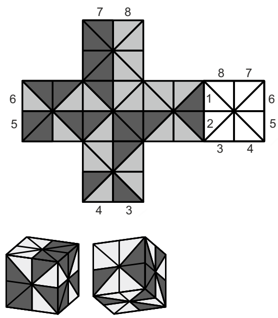
21. (C) Värvime kannudes, mis peavad olema tühjad seal olevad arvud heledamaks ja kannudes, kus peab olema mesi, teeme arvu tugevamaks. Alustame kõige parempoolsemast kannust arvuga 0, mis ütleb, et selle kaks naaberkannu paremalt teises veerus on tühjad. Ülemise tühja kannu (arv 3) neljast naabrist on üks tühi (arv 2). Seega on täidetud 1. veeru ainus kann (arv 0) ja 3. veeru kaks ülemist kannu (arvud 2 ja 3). Et 2. veeru alumine kann (arv 2) on tühi ja selle kolmest naabrist on 2 juba täidetud, peab kolmanda veeru alumine kann (arv 3) olema tühi. Vasakult 3. veeru alumisel kannul (arv 4) on neli naabrit ja need kõik peavad siis olema meega täidetud. Et kõige alumisel kannu (arv 1) kolmest naabrist on üks tühi ja teine täidetud, peab ka selle kannu vasakpoolne naaber (arv 4) olema tühi. Vaadates nüüd keskmise veeru teist kannu (arv 4), mille kuuest naabrist on 4 juba täidetud, järeldame, et selle peal olev kann (arv 2) ning vasakult 3. veeru ülemine kann (arv 2) on tühjad ning see kann ise on täis. Nüüd saame, et kõige vasakpoolsem kann (arv 1) peab olema täis ja vasakult 2. veeru ülemine kann (arv 3) olema tühi. Saime, et kärjes on meega täidetud 9 kannu.

22. (B) Kui suurest ruudust alles jäänud valge osa pindala on pool suure ruudu pindalast, siis on ka ära lõigatud hallide ruutude kogupindala 1 + 4 + 9 + 36 = 50 ruutühikut pool suure ruudu pindalast. Seega on suure ruudu pindala 100 ruutühikut ja selle ruudu küljepikkus 10 ühikut. Paneme tähele, et iga ära lõigatud väikese ruudu korral väheneb suure ruudu ümbermõõt sama palju, kui suureneb alles jäänud osa ümbermõõt. Seega on alles jäänud osa ümbermõõt võrdne suure ruudu enda ümbermõõduga 4 · 10 = 40 ühikut.

23. (A) Liinil 1 on ühiseid peatusi liinidega 2, 4, 5, 6 ja 7, kuid ei ole ühiseid peatusi liiniga 3. Seega võime liinid 1 ja 3 värvida ühte moodi (joonisel punktiir). Kuna liinidel 4, 5 ja 6 ei ole ühiseid peatusi, kuid on ühiseid peatusi kõigi ülejäänud liinidega 1, 2, 3 ja 7, võime need kolm liini 4, 5 ja 6 värvida ühte värvi, mis erineks liinide 1 ja 3 värvist (joonisel pidev joon). Värvimata on liinid 2 ja 7. Ka nendel liinidel pole ühiseid peatusi, kuid on ühiseid peatusi teiste liinidega. Seega tuleb nende värvimiseks kasutusele võtta kolmas värv (joonisel katkendlik joon). Vähim võimalik värvide arv liinide nõuetekohaseks värvimiseks on 3.

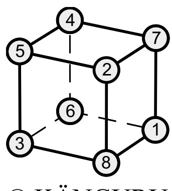


24. (B) Tähistame värvimata tahul numbritega 1 kuni 8 need kolmnurkade küljed, mis ühtivad kuubi servadega. Samade numbritega tähistame ka ülejäänud pinnalaotusel kolmnurkade need küljed, mis ühtivad eelpool tähistatutega (vt. joonist). Näeme, et kolmnurgad, mille küljed on märgitud numbritega 1, 2, 3, 5 ja 7 tuleb värvida mustaks, numbritele 4, 6 ja 8 vastavad kolmnurgad aga halliks. Täpselt selline värving on antud ka vastuses B oleval pildil.



25. (D) Kui 3 tassi on pandud oma õigele alustassile, siis järgi jäänud tass ja alustass saavad kuuluda vaid ühte õigesse komplekti. Seega on vastuses D kirjeldatud olukord võimatu. Kõikides teistes vastustes kirjeldatud olukorrad on aga võimalikud.

26. (C) Kui vaadata kuubi mistahes vastastahkude paari, siis sellel paaril asuvad kuubi kõik 8 tippu. Kahe vastastahu tippudes asuvate arvude summa on 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36. Et kõikidel tahkudel asuvate arvude summad peavad olema



võrdsed, on iga tahu tippudes asuva nelja arvu summa 36 : 2 = 18. Ülesande joonisel antud kuubi alumise tahu tippudes on arvud 6 ja 8, mille summa on 14. Seega peab ülejäänud kahes tipus asuvate arvude summa olema 18 – 14 = 4. Selleks sobivad ainult arvud 1 ja 3. Selle kuubi parempoolse tahu tippudes on arvud 7 ja 8, summaga 15. Tühjadesse tippudesse paigutatavate arvude summa peab siis olema 18 – 15 = 3. Selleks sobivad vaid arvud 1 ja 2. Vaadates nüüd alumist ja parempoolset tahku koos, saame, et nende ühisesse tippu tuli kirjutada 1 ja küsimärgiga tippu 3. Joonisel on näidatud, et selline paigutus on tõepoolest võimalik ja iga tahu tippudes paikneva nelja arvu summa on 18.

27. (C) Et vanaemal jäi üle 12 kommi, mida polnud enam võimalik lastelaste vahel võrdselt jaotada, pidi tal olema rohkem kui 12 lapselast. Vähima võimaliku lastelaste arvu 13 korral on ka jaotatavate kommide arv vähim võimalik. See kommide arv oli seega 13 · 20 + 12 = 272.

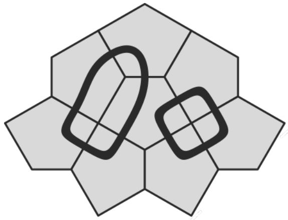
28. (A) Köie lõikamiseks 12 jupiks tuli Märdil märkida 11 punkti ja iga jupi pikkuseks oli $\frac{1}{12}$ osa kogu köie pikkusest. Köie lõikamiseks 16 jupiks tuli Pärdil märkida 15 punkti ja iga jupi pikkuseks oli $\frac{1}{16}$ osa kogu köie pikkusest. Kuid Pärdi poolt märgitud neljas, kaheksas ja kaheteistkümnes punkt ühtis vastavalt Märdi poolt varem märgitud kolmanda, kuuenda ja üheksanda punktiga, sest $\frac{3}{12}=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$, $\frac{6}{12}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$ ja $\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$. Järelikult oli köiele märgitud eraldiseisvaid punkte 11 + 15 – 3 = 23 ning Kärt sai selle lõigata 24-ks jupiks.

29. (E) Mõlema peaga sobivad kokku kõik kolm täppidega pusletükki. Kahe sabaga sobib kokku täppidega tükkidest keskmine tükk (edaspidi K) ei sobi aga vasakpoolne (V) ja parempoolne (P) tükk. Täppidega kolmest tükist V, K ja P saab kokku panna 5 erinevat ussikese keskmist osa: K, VK, PK, VPK ja PVK. Kahe pea ja kahe saba valikuks on 4 erinevat võimalust. Seega on ussikese kokkupanekuks 5 · 4 = 20 erinevat võimalust.

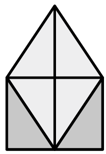
30. (D) Kui Kati kirjutatud arv oli $\overline{abc}$ ja Mati kirjutatud arv oli $\overline{abcd}$, siis saame $\overline{abcd} - \overline{abc} = 2024$. Saadud võrdus on võimalik vaid siis, kui number $a = 2$. Põhjendame seda. Mati arvu võime kirjutada teisiti $\overline{abcd} = 10 \cdot \overline{abc} + d$ ja seose kahe arvu vahel võime nüüd kirjutada nii $10 \cdot \overline{abc} + d - \overline{abc} = 2024$, millest saame, et $9 \cdot \overline{abc} = 2024 - d$. Et number d on üks numbritest 0 kuni 9, on arv $9 \cdot \overline{abc}$ väiksem või võrdne arvuga 2024, kuid suurem või võrdne kui 2015. See on võimalik vaid siis, kui Kati kirjutatud arvu esimene number $a = 2$. Võrdusest $\overline{2bcd} - \overline{2bc} = 2024$ järeldub nüüd, et ka $b = 2$. Oleme jõudnud võrduseni $\overline{22cd} - \overline{22c} = 2024$, millest saame, et $c = 4$ ja $d = 8$ ning 2248 – 224 = 2024. Seega kirjutas Mati numbri 8.

1. (E) Anne saab oma ainukese lemmiku – õuna. Dorale jääb siis tema teine lemmik – kirsside paar. Ellile jääb tema kolmest lemmikust nüüd viinamarja-kobar. Bruno ja Karl peavad aga omavahel kokku leppima, kes neist saab pirni ja kes apelsini. Seega, viinamarjad saab Elli.

2. (C) Valikvastustes antud viisnurksete plaatide paigutamisel kujundisse valge viisnurga kohale, tuleb seda plaati pöörata 180° võrra ehk „pöörata pea peale“. Seejuures asetub vastuses oleva plaadi vasakpoolne nurk kujundis viisnurga parempoolseks nurgaks. Selle nurga mõlemat haara peab ühendama üks must jooneke. Niisugune jooneke on ainsana vastuses C antud viisnurgal, mis ühendabki mõlemad tumedad jooned kaheks kinniseks jooneks nagu näidatud ka joonisel.



3. (E) Jaotame rombi kahe diagonaaliga neljaks kolmnurgaks (vt. joonist). Et rombi diagonaalid on risti ja poolitavad teineteist, on tekkinud 4 täisnurkset kolmnurka võrdsed. Need kolmnurgad on võrdsed ka rombile lisatud kahe halli täisnurkse kolmnurgaga. Seega on tekkinud viisnurga pindala suurem rombi pindalast kahe kolmnurga pindala ehk poole rombi pindala võrra, st. 50% võrra.



4. (D) Kuna arvuga 0 korrutades on alati vastuseks 0, saame, et

$$\frac{20 \cdot 24}{2 \cdot 0 + 2 \cdot 4} = \frac{20 \cdot 24}{2 \cdot 4} = 10 \cdot 6 = 60 .$$

5. (D) Igal tetraeedril on 4 tippu. Ühe väikese tetraeedri eraldamisel suure tetraeedri tipu juurest, läheb kaotsi suure tetraeedri üks tipp, aga tuleb juurde kolm väikese tetraeedri tippu. Et nii juhtub iga tipu juures, saab uuel kehal olema 4 · 3 = 12 tippu.

6. (B) Neid kaarte on võimalik laduda nii, et tekiks 4 neljakohalist arvu 1511, 5111, 1115 ja 1151.

7. (B) Parempoolsel joonisel antud kujundit on võimalik saada igast ovaalsest kinnisest nöörirõngast, kui sellele keerata peale üks keerd. Vaatame, millistest valikvastustes antud nöörirõngastest on võimalik ilma lõikamata lahti keerata üks kinnine ovaalne nöörirõngas. See osutub võimalikuks vastustes A, C, D ja E antud nöörirõngaste korral. Vastuses B antud nöörirõngas on aga enesest läbipõimitud ja ilma lahti lõikamata sellest ovaali tekitada ei saa.

8. (C) Kui ühe kinkekaardi eest sai osta 12 täiskasvanu piletit, aga tegelikult osteti 9 täiskasvanu piletit, siis kasutati kinkekaardi maksumusest $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ osa. Laste piletite ostmiseks jäi seega $\frac{1}{4}$ osa kinkekaardi maksumusest. Et ühe kinkekaardi eest sai osta 20 laste piletit, siis veerandi kinkekaardi maksumuse eest saab osta 20 : 4 = 5 laste piletit.

9. (A) Mõlemal kettal on 7 positsiooni. Kumbki neist ketastest liigub ühe minutiga edasi omas suunas täpselt ühe positsiooni võrra ($\frac{1}{7}$ osa täispöördest). Et ketaste liikumised toimuvad vastassuundades, on kirjeldatud olukord samaväärne sellega, kui üks neist ketastest (näiteks sisemine ketas) seisaks paigal, aga väline ketas liiguks ühe minutiga päripäeva edasi kahe positsiooni võrra. Kui alguses on tähe A kohal number 1, siis ühe minuti pärast oleks number 6, kahe minuti pärast number 4 ja kolme minuti pärast number 2.

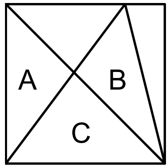
10. (A) Ruudus mõõtmetega 4×4 on igas reas ja veerus 4 arvu. Antud kolmest tükist ühel on rida, kus on 4 arvu. Nende arvude summa 2 + 1 + 3 + 1 = 7 ongi siis selleks arvuks, millega on võrdne mistahes reas või veerus oleva nelja arvu summa. Seega on kõigi selles ruudus paiknevate arvude summa $4 \cdot 7 = 28$. Liites kokku igas kolmes antud tükis olevad arvud, saame summad 7, 8 ja 8, mille summa omakorda on 7 + 8 + 8 = 23. Järelikult peab puuduvas osas asuvate arvude summa olema 28 – 23 = 5. Ainsana saame summa 5, kui liidame vastuses A antud tükil olevad kolm arvu. Joonisel on antud ka tükkide võimalik paigutus.

2	1	3	1
2	2	2	1
1	3	1	2
2	1	1	3

11. (B) Kui lõigata ümmargune kook 10-ks võrdseks sektoriks, siis on iga sektori nurga suurus 360° : 10 = 36°. Pärast ühe sellise sektori eemaldamist jääb järgi 9 sektorit ja nende vahel 9 võrdset nurka suurusega 36 : 9 = 4°.

12. (C) Kui pakkida üks käru teise sisse, suureneb pakitud kärude rea pikkus ühe käru väljaulatuva osa pikkuse võrra. Kui lisada neljast pakitud kärust koosnevale reale veel 10 – 4 = 6 käru, suureneb eelnev kärude rida kuue käru väljaulatuva osa pikkuse võrra ehk 168 cm – 108 cm = 60 cm võrra. Seega on ühe käru väljaulatuva osa pikkus 60 : 6 = 10 sentimeetrit. Neljast pakitud kärust koosneva rea pikkuse annavad ühe käru pikkuse ja kolme käru väljaulatuva osa pikkuste summa. Seega on ühe käru pikkus $108 - 3 \cdot 10 = 78$ sentimeetrit.

13. (A) Tähistame ühe valgetest kolmnurkadest tähega C (vt. joonist). Vaatame kolmnurka, mis koosneb osadest A ja C. Selle kolmnurga alus ja ka kõrgus on võrdsed ruudu küljepikkusega 10 cm. Ka kolmnurga, mille moodustavad osad B ja C, alus ja kõrgus on võrdsed ruudu küljepikkusega 10 cm. Seega on kolmnurkade A + C ja B + C pindalad võrdsed. Et nendel on ühine osa C, siis on pindalalt võrdsed ka kolmnurgad A ja B ning nende pindalade vahe on 0 cm^2.

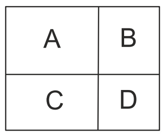


14. (D) Kui 44 kala söönud poeg sai x päeval 7 kala päevas ja y päeval 5 kala päevas, siis $7x + 5y = 44$ ehk $44 - 7x = 5y$. Et x ja y on naturaalarvud, siis x ei saa olla suurem arvust 6. Proovides erinevaid arvu x väärtusi arvude 0 kuni 6 seast, saame, et meie võrdust rahuldavad vaid arvud $x = 2$ ja $y = 6$. Seega sai teine poegadest kahel päeval 5 kala päevas ja kuuel päeval 7 kala päevas, mis teeb kokku $2 \cdot 5 + 6 \cdot 7 = 52$ kala.

15. (A) Kõige ülemise halli kuubiku vaba viie tahu katmiseks läheb vaja 5 valget kuubikut. Sama palju läheb valgeid kuubikuid vaja ka kõige alumise halli kuubiku viie tahu katmiseks. Ülejäänud nelja keskmise halli kuubiku otsatahkude tarvis läheb vaja 4 valget kuubikut. Keskmiste kuubikute ülemised ja alumised tahud on ka juba kaetud eelmiste valgete kuubikutega. Katmata on keskmiste kuubikute poolt moodustatud neljas nurgas olevad hallid tahkude paarid. Nende katmiseks piisab neljast valgest kuubikust. Seega on kokku vaja $5 + 5 + 4 + 4 = 18$ valget kuubikut.

16. (D) Känguru iga hüpe mäest alla tulles oli 3 korda pikem hüppest, mida ta tegi mäest üles minnes. Seega pidi känguru tegema mäest üles minnes kolm korda rohkem hüppeid kui alla tulles. Kui ta tegi alla tulles x hüpet, siis üles minnes tegi $3x$ hüpet. Saame võrrandi $x + 3x = 2024$, millest $x = 2024 : 4 = 506$. Et känguru hüpe ülesmäge oli 1 m ja ta tegi $3x$ hüpet, oli raja pikkus ühes suunas $3 \cdot 506 = 1518$ meetrit ning känguru läbis üles-alla hüpates kokku $2 \cdot 1518 = 3036$ meetrit.

17. (B) Joonisel olev ristkülik on jaotatud neljaks väiksemaks ristkülikuks A, B, C ja D. Paneme tähele, et ristkülikute A ja D ümbermõõtude summa on võrdne ristkülikute B ja C ümbermõõtude summaga (ja on võrdne ka kogu suure ristküliku ümbermõõduga). Kui ristkülik A oleks ümbermõõduga 24, siis ristkülikud B ja C oleksid mingis järjekorras ümbermõõtudega 16 ja 18. Kui P tähistaks ristküliku D ümbermõõtu, siis eelpool tehtud tähelepaneku tõttu $24 + P = 16 + 18$, millest $P = 10$. Neljanda väiksema ristküliku ümbermõõt on 10 m.



18. (C) Kaalugu seened esialgu X kg, millest 80% oli vesi. Sel juhul ilma veeta kuivaineid oli seal $100\% - 80\% = 20\%$ ehk $0{,}2X$ kg. Seente kuivatamisel väheneb vee mass, aga kuivainete kogus $0{,}2X$ kg ei muutu. Kuivatatud seentes on ainult 20% vett ja järelikult kuivaineid on seal 80%. Seega moodustab $0{,}2X$ kg kuivatatud seente massist 80%. Leiame nüüd kui palju kaalusid kuivatatud seened $0{,}2X : 80 \cdot 100 = 0{,}25X$ (kg). Järelikult vähenes kuivatamisel seente mass $X - 0{,}25X = 0{,}75X$ kg võrra, mis moodustab esialgsest massist X kg koguni 75%.

19. (D) Iga kuusnurk mustris on ümbritsetud kuue kolmnurgaga ja iga kolmnurk puutub kolme kuusnurgaga. Seega on iga kuusnurga kohta 6 : 3 = 2 kolmnurka. Et põrandal on 3000 kuusnurka, peab seal olema vähemalt 6000 kolmnurka.

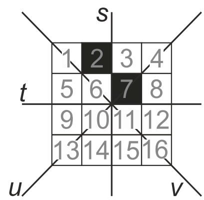
20. (E) Kõik poiste väited olid õiged. Arvedil võis olla siis kaks kaarti, millel kas arvupaar (1; 5) või (2; 4) summaga 6, Henril kas paar (9; 4), (8; 3), (7; 2) või (6; 1) vahega 5, Karlil kas paar (2; 9) või (3; 6) korrutisega 18 ning Erikul kas paar (2; 1), (4; 2), (6; 3) või (8; 4), kus üks arvudest on 2 korda suurem teisest. Oletame, et Arved võttis kaks kaarti, millel arvud 2 ja 4. Siis Karlil said kaartidel olla vaid arvud 3 ja 6, kuid nüüd ei jäänud Erikul enam valikuvõimalusi, sest iga tema võimalik arvupaar sisaldas vähemalt ühte arvudest 2, 4, 3 ja 6. Seega sai Arvedil kindlasti olla vaid kaardid arvudega 1 ja 5. Oletame nüüd, et Karlil olid kaardid arvudega 2 ja 9. Sel juhul said Henril olla vaid kaardid arvudega 8 ja 3 ja taas ei jääks Erikule ühtki sobivat paari. Seega olid Arvedil kaardid arvudega 1 ja 5 ning Karlil arvudega 3 ja 6. Henri valikusse on jäänud nüüd kaks paari (9; 4) ja (7; 2) ning Eriku valikusse paarid (8; 4) ja (4; 2). Ainus sobiv võimalus on, et Henrile jääb paar (7; 2) ja Erikule paar (8; 4). Seega jäi lauale kaart arvuga 9.

21. (A) Kirjutame iga numbri alla selles olevate horisontaalsete ja vertikaalsete elementide arvud

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Horisontaalsed	2	0	3	3	1	3	3	1	3	3
Vertikaalsed	4	2	2	2	3	2	3	2	4	3

Saadud arvude põhjal näeme, et kolme numbri korral saab kokku 5 horisontaalset elementi olla kahel juhul 5 = 2 + 3 + 0 või 5 = 3 + 1 + 1. Vaatleme teist juhtumit. Et ainult 1 horisontaalne element on arvudel 1 ja 7 ning nende arvude verikaalsete elementide summa on 2 + 2 = 4, peaks kolmandal numbril olema 10 – 4 = 6 vertikaalset elementi. Sellist numbrit paraku ei leidu. Seega jääb valikusse ainult olukord, kus kolme numbri horisontaalsed elemendid on 0, 2 ja 3. Ainult numbril 1 on 0 horisontaalset elementi ja vaid numbril 0 on 2 horisontaalset elementi. Seega on otsitavad numbrid kindlasti 0 ja 1 ning nende vertikaalsete elementide summa on 4 + 2 = 6. Jääb otsida number, millel on 3 horisontaalset ja 10 – 6 = 4 vertikaalset elementi. Selliseks on ainult number 8. Seega valis Mart numbrid 0, 1 ja 8 ning nende summa on 0 + 1 + 8 = 9.

22. (E) Ruudul on 4 sümmeetriatelge, mis on joonisel tähistatud tähtedega *s*, *t*, *u* ja *v*. Nummerdame vaadeldava ruudustiku kõik ruudud (tumedaks värvitud ruudud on numbritega 2 ja 7). Telje *s* suhtes saame ühe sümmeetrilise mustri kui värvime tumedamaks ruudud 3 ja 6. Telje *t* suhtes tuleb sümmeetria saamiseks värvida ruudud 14 ja 11. Telje *v* suhtes tuleb sümmeetria saamiseks värvida ruudud 5 ja 10. Telje *u* suhtes sümmeetrilise mustri saamiseks tuleb kindlasti värvida ruut 12. Teise ruudu värvimiseks on kolm võimalust: kas ruut 4, 10 või 13. Seega on kahe ruudu värvimiseks kokku 6 erinevat võimalust.

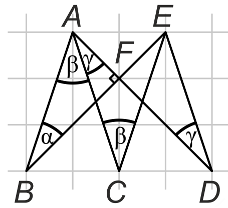


23. (B) Ristküliku *ABCD* laius *AD* on võrdne suurema poolringjoone raadiusega. Olgu selle raadiuse pikkus *R* cm. Keskmise poolringjoone raadiuse pikkus on siis $(R-5)$ cm ja väiksema poolringjoone raadiuse pikkus aga $(R-7)$ cm. Vaadeldava ristküliku laiuse *AB* pikkus on 36 cm ja samas on *AB* pikkus võrdne kolme poolringjoone diameetrite pikkuste summaga. Saame võrduse $2 \cdot (R + R - 5 + R - 7) = 36$, millest $3R = 30$ cm ja $R = |AD| = 10$ cm. Seega on ristküliku *ABCD* ümbermõõt $2 \cdot (|AB| + |AD|) = 2 \cdot (36 + 10) = 92$ sentimeetrit.

24. (D) Tähistame päripäeva arvudega 1 kuni 50 järjest kõik õpilaste seisukohad ringjoonel. Konkreetsuse mõttes võime eeldada, et Mati seisab 50-ndal kohal. Kui Mati on esimest korda palli kinni püüdnud, siis viskab ta selle edasi päripäeva 6-ndal kohal olevale õpilasel, see edasi 12-ndal kohal seisvale õpilasele. Edasi püüavad õpilased kohtadel 18, 24, 30, 36, 42 ja 48. Pärast esimest tiiru ringjoonel möödub pall Matist ja selle püüab kohal 4 seisev õpilane, edasi kohtadel 10, 16, 22, 28, 34, 40 ja 46 seisvad õpilased. Ka teist tiiru tehes möödub pall Matist ja selle püüavad kohtadel 2, 8, 14, 20, 26, 32, 38 ja 44 seisvad õpilased. Nüüd jõuab pall teist korda Matini ja sealt edasi algab nagu kõik jälle otsast peale – püüda saavad täpselt samadel kohtadel seisvad õpilased, kes püüdsid palli ka esimese kolme tiiru korral. Seega möödub pall 150-st kohast enne kui jõuab taas Matini, kusjuures püüab palli sellest 150-st kohast igal 6-ndal kohal seisev õpilane. Järelikult ei saa palli üldse püüda $150 : 6 = 25$ ringil seisvat õpilast. See arv 25 ei sõltu sellest, mitu korda sai Mati palli püüda, kas 2, 17 või 40.

25. (E) Kui alumise rea kastidel on arvud *x*, *y* ja *z*, siis teise rea esimesel kastil on arv $x \cdot y$ ja teisel kastil on arv $y \cdot z$. Seega on ülemisele kastile kirjutatud arv 720 võrdne arvuga $x \cdot y \cdot y \cdot z = x \cdot y^2 \cdot z$. Et $720 = 1 \cdot 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$, siis hallis ruudus saab olla arv *y,* mille ruut on arvu 720 teguriks. Teguriteks lahutusest näeme, et arvu 720 tegurid on 1^2, 2^2, 4^2, 3^2, 6^2 ja 12^2. Seega sobib halli ruutu iga arv järgneva kuue arvu 1, 2, 3, 4, 6 ja 12 seast.

26. (A) Madis pani müüki $4 + 6 + 12 + 13 + 22 + 29 = 86$ muna. Kui pärast esimest ostjat jäi kanamune järgi kaks korda rohkem kui pardimune, siis allesjäänud munade arv oli arvu 3 kordne. Munade koguarv annab arvuga 3 jagamisel jäägi 2, sest $86 = 3 \cdot 28 + 2$. Seega peab ka ostetud munade arv andma jagamisel arvuga 3 jäägi 2. Ainus arv, mis annab arvuga 3 jagamisel jäägi 2 on 29 vastusest A. Just nii palju mune ostiski esimene klient.



27. (D) Lõigud *BE* ja *AD* (vt. joonist) asuvad ruudustiku ruutude diagonaalidel. Seega on lõik *BE* risti lõiguga *AD* ja kõik neli nurka tipu *F* juures on täisnurgad. Kolmnurgad *BAC* ja *ACE* on võrdsed kolmnurgad (tunnus KKK). Seega $\angle BAC = \angle ACE = \beta$. Kolmnurk *CAD* on võrdne kolmnurgaga *EDA* (KKK), mistõttu $\angle CAD = \angle EDA = \gamma$. Täisnurkses kolmnurgas *AFB* on teravnurkade suuruste summa $\alpha + \beta + \gamma = 180° - 90° = 90°$.

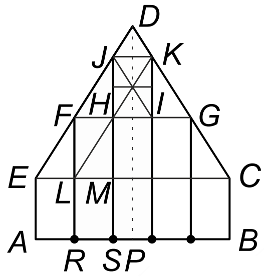
28. (B) Kirjutame tabeli tühjadele kohtadele müntide oletatavad arvud teadmisel, et münte oli kirstus kokku 30.

	KULD	HÕBE	VASK
TOM	**10**	9	11
ARON	7	**11**	12
ORON	10	**10**	10
JON	9	10	**11**

Kui Tom oleks see ainuke piraat, kes kirjutas kõik kolm numbrit õigesti, siis teised kolm pidid kõik numbrid valesti kirjutama. Ometi oleks siis ka Oronil kuldmünte õige arv 10, mis pole ülesande tingimuste tõttu võimalik. Ka Oronil ja Jonil on ühesuguseid müntide arve ja nad peavad olema eksinud kirjutamisel. Ainuke õigesti kirjutanu saab seega olla Aron.

29. (C) Kui Mati kiirus on Kati kiirusest 3 korda suurem, läbib Mati sama ajaga 3 korda pikema tee võrreldes Katiga. Liikudes vastassuundades teineteise poole, on Mati ja Kati esimeseks kohtumiseks 15 minuti jooksul kokku läbinud kogu punktide A ja B vahemaa. Sellest vahemaast veerandi läbis Kati ja kolm korda pikema maa (kolmveerandi A ja B vahemaast) läbis Mati. Seega toimus esimene kohtumine punktis K, mille kaugus punktist B moodustab veerandi vahemaast AB. Järgmise 15 minuti jooksul liigub Kati kohtumiskohast K punkti A suunas, läbides taas veerandi A ja B vahelisest kaugusest, ja jõuab täpselt poolele teele punktist B punkti A. Et Mati sõidab 15 minutiga kolmveerandi vahemaast, siis läbib ta 5 minutiga veerandi sellest vahemaast AB. Esimese 5 minutiga jõuab Mati kohtumispaigast punktis K punkti B (veerand kogu vahemaast AB), pöörab punktis B ümber ja jätkab sõitu punkti A suunas. Järgmise 5 minutiga jõuab Mati esimesesse kohtumispunkti K ja järgmise 5 minutiga poolele teele vahemaast AB, kus kohtubki teist korda Katiga. Seega kulus pärast starti 30 minutit Kati ja Mati teise kohtumiseni.

30. (A) Kuna $\angle A = \angle B = 90°$, $AE = BC$ ja $ED = DC$, on $ABCE$ ristkülik ja EDC võrdhaarne kolmnurk. Alus AB on jaotatud viieks võrdseks osaks. Kui P on aluse AB keskpunkt, siis viisnurk $ABCDE$ on sümmeetriline sirge DP suhtes (vt joonist). Seega on viisnurga $ABCDE$ pindala leidmiseks vaja kindlaks teha valge nelinurga $EARF$ pindala. Ühendame nelinurkade tipud lõikudega EC, FG ja JK, mis osutuvad kõik sümmeetria tõttu paralleelseks alusega AB. Kui eraldada mõttes esialgselt mustast osast nelinurk $DJHK$, jääb mustast osast alles halli nelinurgaga $JFRS$ võrdne nelinurk. Seega on eraldatud nelinurga $DJHK$ pindala 13 – 10 = 3 (cm^2). Selle nelinurga saame horisontaalsete, vertikaalsete ja diagonaalsete lõikudega jaotada kuueks võrdseks täisnurkseks kolmnurgaks, millest igaühe pindala on 3 : 6 = 0,5 (cm^2). Seega on neljast sellisest kolmnurgast koosneva kolmnurga HJK pindala 4 · 0,5 = 2 (cm^2). Täisnurksed kolmnurgad JHF, FLE, LFH ja HML on kõik võrsed kolmnurgaga HJK ja seega ka pindalaga 2 (cm^2) ning ristküliku $FLMH$ pindala järelikult on 4 (cm^2). Siit järeldub, et ristküliku $LRSM$ ja sellega võrdse ristküliku $EARL$ pindala on 10 – 2 – 4 = 4 (cm^2). Seega on valge osa $EARF$ pindala 2 + 4 = 6 (cm^2). Nüüd saame leida ka kogu viisnurga $ABCDE$ pindala, liites osade pindalad 13 + 2 · 10 + 2 · 6 = 45 (cm^2).



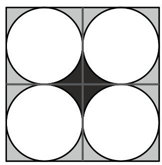
1. (A) Teostades vajalikud tehted, saame, et $\dfrac{2 \cdot 0,24}{20 \cdot 2,4} = \dfrac{0,48}{48} = 0,01$.

2. (E) Vastuses E antud jaotuses koosneb üks osadest seitsmest ühikruudust, teine osa aga üheksast ühikruudust. Seega need kaks osa ei saa olla võrdsed. Vastusevariantides A, B, C ja D antud ruudud on aga jaotatud kaheks võrdseks kujundiks.

3. (D) Täringu vastastahkudel asuvate täppide arvud on 1 ja 6, 2 ja 5 ning 3 ja 4. Leiame tipu *S väärtuse* 1 + 2 + 4 = 7, tipu *R väärtuse* 2 + 3 + 6 = 11 ja tipu *Q väärtuse* 1 + 3 + 5 = 9. Seega on tippudest *S*, *R* ja *Q* suurima *väärtusega* tipp *R*.

4. (C) Esimesest neljast ruudust puudub Mati vasaku jala jälg vaid kolmandas ruudus, ülejäänud kolmes ruudus on aga see jälg olemas. Et jäljemuster kordub iga nelja ruudu järel, on igast neljast järjestikusest ruudust kolmes Mati vasaku jala jälg. Seega on 48-st ruudust koguni 48 : 4 · 3 = 36 ruutu, milles on Mati vasaku jala jälg.

5. (B) Pliiatsit paberilt tõstmata saab vaid ühekordselt läbida lõiku, millest alustatakse ja lõiku, millega lõpetatakse joonistamist. Kuna meid huvitab vähim läbitud tee pikkus, tuleks nii joonistamise alustamiseks kui ka lõpetamiseks valida pikemad lõigud (3 cm, 2 cm). Ülejäänud lõigud pikkustega 1 cm, 2 cm, 1 cm ja 1 cm tuleb läbida 2 korda. Sobiva vähima tee pikkus on 3 + 2·(2 + 1 + 1 + 1) + 2 = 15 sentimeetrit.

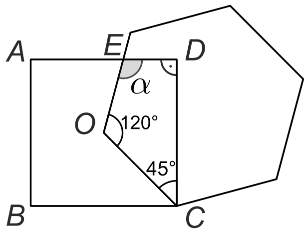


6. (B) Joonistame ruutu kaks ruudu vastaskülgede keskpunkte ühendavat lõiku. Tekkinud 4 osa osutuvad võrdseteks ruutudeks. Igas sellises ruudus on valge ring, millest ülejäänud osa vaadeldavast väikesest ruudust koosneb ühest mustast osast ja kolmest sellega võrdsest halliks värvitud osast. Seega on igas ringis musta osa pindala 3 korda väiksem halliks värvitud osade pindalade summast. Et nii on igas väikeses ruudus, on musta osa pindala 3 korda väiksem halliks värvitud osade pindalade summast ka kogu esialgses ruudus.

7. (D) Ülemisel hallil kuubikul on 5 nähtavat halli tahku, mille kleepimiseks läheb vaja 5 valget kuubikut. Nende valgete kuubikutega on kinni kaetud ka alumise kihi nelja halli kuubiku ülemised 4 tahku. Alumise nelja halli kuubiku otsmiste tahkude kleepimiseks läheb vaja 4 valget kuubikut ning nende külgmised 8 halli tahku saab paarikaupa kinni kleebitud nelja valge kuubikuga. Rohkem nähtavaid halle tahkusid saadud kujundil ei ole. Seega läheb ülesande täitmiseks vaja 5 + 4 + 4 = 13 valget kuubikut.

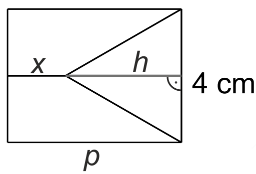
8. (E) Naturaalarv jagub arvuga 6 parajasti siis, kui see arv on paarisarv ja selle numbrite summa on arvu 3 kordne. Palindroomi *ABA* korral peavad siis esimene ja viimane number *A* olema paarisarv ja summa *A* + *B* + *A* jaguma arvuga 3. Meid huvitab suurim selliste omadustega arv. Suurim paarisarv on *A* = 8. Suurima, arvuga 3 jaguva arvu arvude 8*B*8 seast saame, kui ka *B* = 8, sest 8 + 8 + 8 = 24 on arvu 3 kordne, sest *B* = 9 korral ei jagu arvu 898 numbrite summa 8 + 9 + 8 = 25 arvuga 3. Seega on otsitav suurim palindroom 888, mille numbrite summa on 24.

9. (A) Tähistagu täht *E* nurga tippu, mille suurust α on vaja leida (vt. joonist). Vaatame nelinurka *EOCD.* Nurk *ADC*, kui ruudu *ABCD* nurk, on täisnurk suurusega 90°. Ruudu diagonaali *CA* ja külje *CD* vahelise nurga *DCO* suurus on 45°. Korrapärase kuusnurga ühe sisenurga suurus on 120°. Et nelinurga sisenurkade suuruste summa on 360°, on $\alpha = 360° - 90° - 45° - 120° = 105°$.



10. (C) Kui põllu pikkus on *a* meetrit, laius *b* meetrit ja ümbermõõt 40 m, siis *a* + *b* = 20. Sobiva algarvude paari (*a*; *b*) valikuks on 2 võimalust (3; 17) ja (7; 13). Esimesel juhul oleks põllu pindala 3 · 17 = 51 ja teisel juhul 7 · 13 = 91 ruutmeetrit, mis on võimalikest suurim.

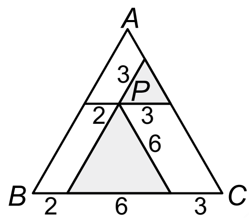
11. (B) Pikendame trapetsi lühemat alust *x* kuni lõikumiseni ristküliku küljega (vt joonist). Tekkinud lõiguke *h* on risti ristküliku küljega ja poolitab selle. Seega on see lõik ka võrdkülgse kolmnurga kõrguseks. Pythagorase teoreemi tõttu on selle kolmnurga kõrguse pikkus $h = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ sentimeetrit. Selle kolmnurga pindala on $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ ruutsentimeetrit. Et ristkülik oli jaotatud kolmeks pindalalt võrdeks kujundiks, on ristküliku pindala $3S = 12\sqrt{3}$ cm^2 ja selle pikkus *p* järelikult $3S : 4 = 12\sqrt{3} : 4 = 3\sqrt{3}$ sentimeetrit. Et *p* = *x* + *h*, siis trapetsite lühema aluse pikkus on *x* = *p* – *h* = $3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$ sentimeetrit.



12. (B) Esimese rea esimesse lahtrisse tähe valikuks on 4 võimalust, teise lahtrisse tähe valikuks 3 võimalust, kolmandasse lahtrisse tähe valikuks 2 võimalust ja viimasesse lahtrisse jääb ülejäänud neljas täht. Seega on esimese rea lahtrite nõuetekohaseks täitmiseks 4 · 3 · 2 · 1 = 24 erinevat võimalust. Vaatame nüüd teise rea teist lahtrit. Et sellesse paigutatav täht on nii esimeses 2 × 2 ruudus kui ka keskmises 2 × 2 ruudus, peab seal asuv täht erinema kolmest esimese rea esimesest üksteisest erinevast tähest, st. see on üheselt määratud esimese rea viimase tähega. Ka kõik ülejäänud lahtrites asuvad tähed on nüüd üheselt määratud esimese rea valikuga. Seega on tabeli täitmiseks 24 erinevat võimalust. Näiteks, kui esimeses reas on järjest tähed R, O, N ja G, siis teises reas saavad tähed olla vaid järjekorras N, G, R ja O.

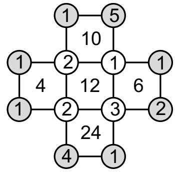
13. (D) Kui valge ringi pindala on S, siis nähtava musta osa pindala joonisel 1 on $7S$. Joonisel 2 on musta osa pindala, võrreldes joonisel 1 nähtava musta osa pindalaga, vähenenud ühe valge ringi pindala võrra. Seega on joonisel 2 mustade osade kogupindala $6S$ ja mustade osade pindalade suhe joonistel 1 ja 2 on 7 : 6.

14. (B) Kui inimese vanus hetkel on paarisarv aastat, siis on tema vanus kahe aasta pärast ka paarisarv aastat. Olgu Maarja vanus kahe aasta pärast $2m$ aastat ja Heli oma $2n$ aastat. Äsja sündinud Linda vanus on kahe aasta pärast 2 aastat. Nende vanuste korrutis peab siis olema 2024. Saame võrduse $2m \cdot 2n \cdot 2 = 2024$ ehk $2m \cdot 2n = 1012$, mis tähendab, et kahe aasta pärast peab ema ja tema täiskasvanud tütre vanuste korrutis olema 1012. Et $1012 = (2 \cdot 11) \cdot (2 \cdot 23)$, siis vanusteks sobivad 22 ja 46 aastat. Seega, hetkel on Maarja 46 – 2 = 44 aastat vana.



15. (C) Pikendame punktist P tõmmatud 2 m pikkust lõiku kuni küljeni AC ja lõiku pikkusega 3 m kuni küljeni BC (vt. joonist). Et tõmmatud lõigud on paralleelsed kolmnurga ABC vastavate külgedega, on tekkinud kaks võrdkülgset kolmnurka (joonisel värvitud halliks) küljepikkustega 3 m ja 6 m. Suuremast hallist kolmnurgast vasakul ja paremal pool tekkinud nelinurgad, on mõlemad rööpkülikud (lõikude paralleelsuse tõttu). Ühe rööpküliku küljepikkused on 2 m ja 6 m, teisel 3 m ja 6 m. Suure kolmnurga ABC üks külgedest BC on jaotunud nüüd kolmeks lõiguks pikkustega 2 m, 6 m ja 3 m. Suure kolmnurga küljepikkus on siis 2 + 6 + 3 = 11 meetrit ja selle kolmnurga ümbermõõt on 33 m.

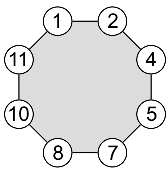
16. (A) Paneme tähele, et iga hall ring asub ainult ühe ruudu tipus, iga valge ring aga kolme erineva ruudu tipus. Kui nüüd korrutada kõigis ruutudes paiknevad korrutised, siis selles korrutises $10 \cdot 4 \cdot 24 \cdot 6 \cdot 12$ on mistahes halli ringi kirjutatud arv vaid 1 kord tegurina, mistahes valgesse ringi kirjutatud arv aga 3 korda tegurina. Järelikult, kõigi hallides ringides asuvate arvude korrutise saame, kui jagame korrutiste korrutise $10 \cdot 4 \cdot 24 \cdot 6 \cdot 12$ valgetes ringides asuvate arvude korrutise 12 kuubiga. Oleme saanud, et otsitav arv on $(10 \cdot 4 \cdot 24 \cdot 6 \cdot 12) : 12^3 = 40$. Lisatud joonisel on näitena toodud üks võimalikest arvude paigutustest.



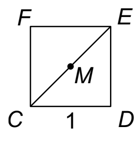
17. (C) Üheski kausis ei saa olla rohkem kui 4 kommi, sest kommide arv kausis ütleb meile, mitmes kausis on mingi kindel arv komme. Kausse aga on ainult 4. Kui ühes kausis oleks 4 kommi, peaks kõikides kaussides olema kas 1, 2 või 3 kommi, või kõik kausid olema tühjad, mis on võimatu, sest ühes pidi olema 4 kommi. Kui ühes kausis oleks 3 kommi, siis peaks vähemalt kolmes kausis olema võrdne arv komme ning kolmas kauss ei saa olla tühi. See olukord on samuti võimatu. Seega saab kommide arv ühes kausis olla kas 0, 1 või 2 ja kolmas kauss on alati tühi. Järelikult ei saa neljas kauss olla tühi. Kui neljandas kausis on 1 komm, siis ei saa esimene ja teine kauss olla tühjad, sest tühje kausse saab olla vaid 1 ja kolmas kauss ongi tühi. Ainus võimalus on, et esimeses kausis on 2 kommi ja teises kausis 1 kommi. Kui nüüd viimases kausis on 2 kommi, siis peale kolmanda kausi peab olema veel üks tühi kauss. Tühi ei saa aga olla teine kauss, sest neljandas on 2 kommi. Seega on esimene kauss tühi ja teises on 2 kommi. Järelikult on ainult kaks võimalust kommide arvuks kausside järjekorras: 2, 1, 0 ja 1 või 0, 2, 0 ja 2. Mõlemal juhul on komme kokku 4.

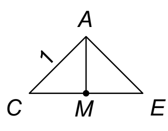
18. (D) Kuubi välispinna värvimisel värvitakse kuubi igas tipus asuval ühikkuubil 3 tahku ja kõikidel kuubi servades, kuid mitte tipus asuvatel ühikkuupidel, 2 tahku. Suurel antud kuubil, mõõtmetega $n \times n \times n$ (kus $n > 2$), on seega igal tahul $(n-2) \cdot (n-2)$ ühikkuubikut, millel värvitakse ainult 1 tahk. Selliseid kuubikuid on kõigil tahkudel kokku $6 \cdot (n-2) \cdot (n-2)$. Värvimata jäävad kõik sellised ühikkuubid, mis asuvad suure $n \times n \times n$ kuubi sees olevas kuubis mõõtmetega $(n-2) \times (n-2) \times (n-2)$. Et värvitud ühe tahuga kuubikute arv pidi olema võrdne värvimata kuubikute arvuga juhul kui $n > 2$, siis saame võrduse $6 \cdot (n-2) \cdot (n-2) = (n-2) \cdot (n-2) \cdot (n-2)$, millest $n-2 = 6$ ja $n = 8$.

19. (E) Kui kahest naturaalarvust m ja n üks jagub arvuga 3 ja ka summa $m + n$ jagub arvuga 3, peab ka teine liidetavatest jaguma arvuga 3. Karli neljal kaardil olid arvuga 3 jaguvad arvud 3, 6, 9 ja 12. Kui ta asetas ühe neist kaartidest kaheksanurga mingi külje ühte tippu, siis pidi selle külje teises tipus ka olema kaart, millel olev arv jagub arvuga 3, sest mistahes külje otspunktides oleva kahe arvu summa pidi jaguma arvuga 3. Siis aga oleks pidanud kaheksanurga igas tipus olema kaart, millel olev arv jagub arvuga 3. Selliseid kaarte oli paraku ainult neli. Seega ei saanud Karl kasutada kaarte arvudega 3, 6, 9 ja 12.
Üks võimalik ülejäänud arvude paigutus on antud joonisel.



20. (A) Et pinnalaotusel on ainult korrapärased kolmnurgad ja ruudud, koosneb 3D-mudel kuubist ja kahest korrapärasest nelinurksest püramiidist, kõik servapikkusega 1. Tippude A ja B vahelise kauguse leidmiseks on vajalik leida püramiidi kõrguse pikkus.





Vasakpoolsel joonisel on kujutatud püramiidi põhi *CDEF.* Leides Pythagorase teoreemi abil diagonaali CE pikkuse, saame, et $|CE| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. Kui M

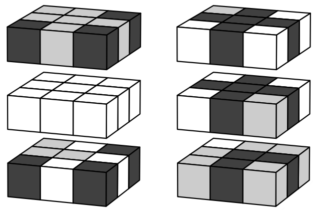
on diagonaali *CE* keskpunkt, siis lõik *AM* parempoolsel joonisel, on risti diagonaaliga *CE* ja *AM* ongi püramiidi kõrguseks. Et $|CM| = \frac{1}{2}|CE| = \frac{\sqrt{2}}{2}$, siis kasutades kolmnurgas *AMC* Pythagorase teoreemi, saame, et $|AM| = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Seega on püramiidide tippude *A* ja *B* vaheline kaugus $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$.

21. (C) Algarv 47 on suurim algarv arvu *n* faktoriaali esituses algarvude astmete korrutisena. Et suuruselt järgmine algarv on 53, siis $47 \leq n < 53$. Algarv 13 saab olla astmes 4 siis, kui faktoriaalis on teguritena neli arvu 13 kordset 13, 26, 39 ja 52. Seega on $n = 52$. Arvu 52 faktoriaalis on kolm arvu 17 kordset 17, 34 ja 51. Järelikult on arvu 17 astendajaks arvu 52 faktoriaalis arv 3.

22. (A) Kui täna oleks Jussil tõerääkimise päev, siis homme peaks olema valetamise päev. Seega lauset E ei saaks Juss täna öelda. Ka lausetest B ja C on vähemalt üks tõerääkija jaoks vale ning Jussi jaoks oleks see juba vähemalt teine lause, mida ta täna öelda ei saaks. Saime vastuolu ülesande tingimustega. Järelikult oli Jussil täna valetamise päev. Ainsana ei saa ta siis öelda lauset A, sest arv 2024 jagub arvuga 11. Kõiki teisi lauseid B, C, D ja E aga saab valetaja lausuda.

23. (B) Arvu *N* numbrite summa saab olla suurem arvu $N + 1$ numbrite summast vaid siis, kui arvu *N* viimane number on 9. Muudel juhtudel on arvu $N + 1$ numbrite summa alati suurem arvu *N* numbrite summast ühe võrra. Arvu *N* viimase numbri 9 asemel on arvus $N + 1$ siis number 0 ja arvu $N + 1$ kümneliste number on 1 võrra suurem võrreldes arvuga *N* juhul kui arvu *N* kümneliste number ei ole 9. Seega väheneb arvu $N + 1$ kümneliste ja üheliste numbrite summa kokku 8 võrra võrreldes arvu *N* kümneliste ja üheliste numbrite summaga. Olgu arvu *N* numbrite summa *x*. Et see oleks 3 korda suurem arvu $N + 1$ numbrite summast, saame võrrandi $x = 3(x – 8)$, millest $2x = 24$ ja $x = 12$. Kui arv *N* lõppeks näiteks kahe numbriga 9, siis oleks selle numbrite summa vähemalt $9 + 9 + 1 = 19$, mis on suurem kui 12. Otsides vähimat ülesannete tingimustele vastavat arvu, mis lõppeb numbriga 9 ja mille numbrite summa oleks 12, jõuame ainsa võimaliku arvuni $N = 39$.

24. (D) Kuubil mõõtmetega $3 \times 3 \times 3$ on igal tahul 9 erineva ühikkuubi tahku ja kogu kuubil seega $6 \cdot 9 = 54$. Kolmandik neist tahkudest peavad olema mustad, kolmandik valged ja ülejäänud hallid, st. igat värvi ühikkuupide tahke peab olema täpselt $54 : 3 = 18$. Kuubi igas tipus oleval ühikkuubil asub kuubi välispinnal 3 tahku. Otsides vähimat mustade ühikkuupide arvu, tuleb need paigutada eelkõige just suure kuubi tippudesse. Vaja läheks $18 : 3 = 6$ musta ühikkuupi. Arv 6 ongi mustade kuupide vähim võimalik arv *V*.



Selline kuubikute võimalik paigutus on näidatud ka vasakpoolsel joonisel. Et saada suurim võimalik mustade kuubikeste arv, tuleb esmalt vaadata iga tahu keskel asuvat kuubikest, millel on välispinnal ainult üks tahkudest. Selliseid on kokku 6. Ülejäänud $18 - 6 = 12$ musta tahukese saamiseks kuubi välispinnal on vaja võtta servades keskel asuvaid ühikkuubikuid, millel igaühel on 2 tahku välispinnal. Selliseid kuubikuid saab võtta $12 : 2 = 6$ tükki. Aga on veel üks eriline ühikkuubik, mis asub suure kuubi keskel ja millel ei ole suure kuubi välispinnaga ühiseid tahke. Ka see kuubik võib olla must kuubik. Sobiv kuubikute paigutus on toodud parempoolsel joonisel. Järelikult võib suurim mustade ühikkuubikute arv olla $S = 13$ ja $S - V = 13 - 6 = 7$.

25. (D) Et igat tulemust 1 kuni 6 tuli vähemalt ühe korra, oli nendel kuuel viskel saadud tulemuste summa $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. Kui ülejäänud $24 - 6 = 18$ viskel oleks kõiki tulemusi 1 kuni 6 tulnud võrdselt, oleks igaüht neist olnud $18 : 6 = 3$ korda. Et 18 viske seas pidi tulemust 1 olema rohkem, kui ühtki teist tulemust, ei saanud tulemust 1 olla vähem kui 4 korral. Tulemuste summa on seda suurem, mida rohkem suuremaid tulemusi 6, 5 jne on visete seas, kuid iga suurema tulemuse saamise kordade arv 18 viske seas peab olema väiksem tulemuse 1 saamise arvust. Näiteks, kui tulemust 1 saime 4 korda, siis tulemusi 6, 5, 4 ja 3 sai olla igaüht vaid 3 korda ning kahe viskega tuli tulemuseks 2. Nimetatud visete tulemuste summa oleks siis $4 + 3 \cdot (6 + 5 + 4 + 3) + 2 + 2 = 62$. Kanname tabeli ühte veergu ühe 18-st viskest koosneva seeria võimalikud tulemused ja nende tulemuste summa. (Esimene veerg vastab eeltoodud näitele.)

Tulemus	Kordade arvud					
1	4	5	6	7	8	9
6	3	4	5	6	7	8
5	3	4	5	5	3	1
4	3	4	2			
3	3	1				
2	2					
Summa	62	68	69	68	65	62

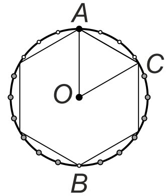
Kui 18-l viskel on tulemust 1 saadud vähemalt 10 korda, on igat teist tulemust saadud mitte rohkem kui 8 korda. Nendel juhtudel on tulemuste suurim summa $1 \cdot 10 + 6 \cdot 8 = 58$, mis aga on väiksem tabelis saadud summadest. Tabeli summade reast näeme, et suurim võimalik summa 18 viskel on 69 ning 24 viskel on suuim võimalik summa seega kokku 69 + 21 = 90.

26. (A) Tähistagu x aega tundides, mille jooksul Olli sõitis kiirusega 4 km/h ja y aega tundides, mille jooksul Olli sõitis kiirusega 3 km/h. Et poole ajast sõitis Olli kiirusega 2 km/h, siis pool kogu kulunud ajast ongi $x + y$ tundi. Et läbitud vahemaa on võrdne kiiruse ja aja korrutisega, saame koostada tabeli.

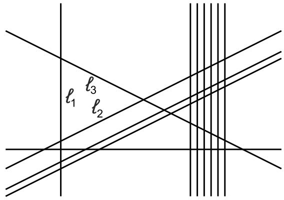
Kiirus	4 km/h	3 km/h	2 km/h
Aeg	x	y	$(x + y)$
Vahemaa	$4x$ km	$3y$ km	$2(x + y)$ km

Kuna kiirusega 3 km/h läbis Olli poole kogu vahemaast, siis ülejäänud poolest vahemaast läbis ta osa kiirusega 2 km/h ja osa 4 km/h. Saame, et $3y = 4x + 2(x + y)$, millest järeldub, et $y = 6x$. Kogu vahemaa läbimiseks kulus siis $x + y + (x + y) = 2(x + 6x) = 14x$ tundi. Seega, jalutamiseks kiirusega 4 km/h kulutas Olli $x : 14x = 1/14$ osa kogu jalutamisele kulunud ajast.

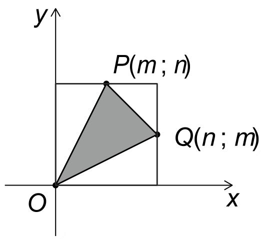
27. (A) Kahe rühma arvude korrutised on võrdsed, kui on võrdsed nende kahe korrutise lahutused algarvude astmete korrutiseks, st. kui ühe rühma arvude korrutis jagub mingite naturaalarvude n ja k korral arvuga n^k, siis peab sama arvuga jaguma ka teise rühma arvude korrutis. See on võimalik, vaid siis, kui kõikide arvude 1 kuni 25 korrutis jagub teguriga n^{2k}. Et algarvud 13, 17, 19 ja 23 on vaid ühe arvu teguriks arvude 1 kuni 25 seas, tuleb need kustutada. Algarv 11 on ka arvu 22 teguriks ja seetõttu jäävad mõlemad alles. Algarvu 7 kordsed on 7, $14 = 2\cdot 7$ ja $21 = 3\cdot 7$. Et neid on paaritu arv, tuleb üks neist kindlasti kustutada. Arvude 14 või 21 kustutamisel kustutatakse tegurite seast ka üks 2 või 3. Arvu 3 kordseid on arvude 1 kuni 25 seas kokku 8, arvu 9 kordseid aga 2. Seega on arv 3 arvude 1 kuni 25 seas 8 + 2 = 10 korda tegurina ning arvu 21 kustutada ei saa. Arvu 2 kordseid on arvude 1 kuni 25 seas kokku 12, arvu 4 kordseid 6, arvu 8 kordseid 3 ja arvu 16 kordseid 1. Seega on arv 2 tegurina arvude 1 kuni 25 seas kokku 12 + 6 + 3 + 1 = 22 korda ja ka 14 tuleks alles jätta ning kustutada arv 7. On jäänud vaadelda algtegurit 5. Arvuga 5 jaguvad arvud on 5, 10, 15, 20 ja 25. Neis kokku on arv 5 tegurina 6 korda. Seega oleks allesjäänud arvude korrutise lahutus algtegurite astmete korrutiseks $2^{22}\cdot 3^{10}\cdot 5^6\cdot 7^2\cdot 11^2$ ning mõlemas rühmas olevate arvude korrutis $2^{11}\cdot 3^5\cdot 5^3\cdot 7^1\cdot 11^1$. Selline olukord on pärast arvude 7, 13, 17, 19 ja 23 kustutamist saavutatav, sest allesjäänud arvude 1, 3, 5, 8, 14, 15, 18, 20, 22 ja 24 korrutis on võrdne arvude 2, 4, 6, 9, 10, 11, 12, 16, 21 ja 25 korrutisega.



28. (E) Tähistagu A ühte ringjoonel märgitud 20-st punktist (vt. joonist). Sellest punktist saab tõmmata 19 erinevat kõõlu. Üks neist (joonisel AB) on võrdne selle ringjoone diameetriga. Vaatame ülejäänud 18 kõõlu. Olgu samal ringjoonel ka korrapärane kuusnurk, mille üks tippudest asub punktis A. Kuusnurga küljele AC vastab kesknurk AOC suurusega 60° ja kõõlu *AC* pikkus on võrdne ringjoone raadiuse pikkusega. Korrapärases 20-nurgas on kahte lähistippu ühendavale kõõlule vastava kesknurga suurus 360° : 29 = 18°. Et 3 · 18° < 60°< 4 · 18°, siis kõõlud, mis ühendavad punkti *A* kaarel *AC* asuva kolme 20-nurga tipuga, on lühemad kui ringjoone raadius. Sama kehtib punktist *A* teisel pool kaarel asuva kolme 20-nurga tipu kohta. Kui ühendada ülejäänud 18 – 6 = 12 tippu punktiga *A*, saame 12 kõõlu, mis on pikemad ringjoone raadiusest, aga lühemad diameetrist. See arutlus kehtib ringjoonele võrdsete vahedega märgitud 20 punkti korral iga punkti kohta. Seejuures loendatakse iga kõõlu 2 korda. Seega on ülesande tingimustele vastavaid kõõle kokku (20 · 12) : 2 = 120.



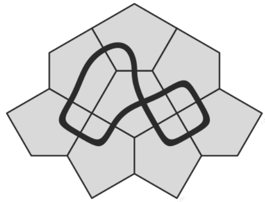
29. (B) Et üks sirgetest lõikab 11-st sirget, ei saa sirgeid vähem olla kui 12. Näitame, et on võimalik leida nõutud tingimustele vastavad 12 sirget. Kui 12 sirge seas ei oleks paralleelseid sirgeid oleks lõikumiste arv (12 · 11) : 2 = 66. Kui valida 7 paralleelset sirget (vt. joonist) ja veel 3 nendega lõikuvat, kuid omavahel paralleelset sirget, ning lisada neile 2 sirget, mis ei oleks ühegagi varasemalt valitud sirgega paralleelne, saame 12 sirget, mis vastaksid ülesandes seatud tingimustele. Sirge ℓ_1 ossa sobib iga 7-st paralleelsest sirgest, millest igaüks lõikub viiega kaheteistkümnest sirgest. Sirge ℓ_2 ossa sobib iga 3-st paralleelsest sirgest, millest igaüks lõikub üheksaga valitud kaheteistkümnest sirgest. Ülejäänud kaks sirget sobivad mõlemad sirge ℓ_3 ossa, kuna lõikuvad kõigi ülejäänud 11 sirgega.



30. (C) Tekitame punktidest *P* ja *Q* tõmmatud koordinaatlõikudega kolmnurka *POQ* ümbritseva ruudu küljepikkusega *n* (vt. joonist). Lahutades selle ruudu pindalast kolme valge kolmnurga pindalad, saamegi halli kolmnurga *POQ* pindala 2024. Seega saame, et $n^2 - \frac{1}{2}nm - \frac{1}{2}nm - \frac{1}{2}(n-m)^2 = \frac{1}{2}(n^2 - m^2) = 2024$, ehk $n^2 - m^2 = 4048$. Kasutades ruutude vahe valemit ning lahutades arvu 4048 algteguriteks, saame nüüd, et $(n-m)(n+m) = 2^4 \cdot 11 \cdot 23$. Positiivsete täisarvude $m < n$ korral on $n - m$ ja $n + m$ alati positiivsed paarisarvud. Seega tuleb leida kõik võimalused arvu 4048 esitamiseks kahe positiivse paarisarvulise teguri korrutisena. Näiteks, kui $n - m = 2$, siis $n + m = 4048 : 2 = 2024$ ja $(n - m) + (n + m) = 2n = 2026$ ning $n = 2026 : 2 = 1013$. Jääb leida $m = (n + m) - n = 2024 - 1013 = 1011$. Tabelisse on kantud ridade kaupa kõik võimalused arvu 4048 esitamiseks kahe sobiva teguri korrutisena ja arvutatud *n* ja *m* väärtused vastavalt ülaltoodud näitele, mille andmed paiknevad ka selle tabeli esimeses reas.

N – m	***n + m***	***2n***	***n***	***m***
2	2024	2026	1013	1011
4	1012	1016	508	504
8	506	514	257	249
22	184	206	103	81
44	92	136	68	24
46	88	134	67	21

Seega on 6 arvude m ja n paari, mille korral kolmnurga OPQ pindala on 2024.

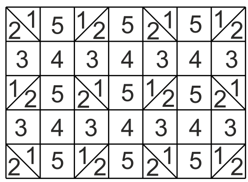


1. (D) Et vastusevariantides antud plaat sobiks kujundisse valge viisnurga kohale, tuleb see plaat esmalt pöörata 180° kraadi võrra. Valge viisnurga parempoolse nurga (plaadi vasakpoolse nurga) mõlemalt haaralt peab tume joon jätkuma. Nii on plaatidel vastustes B, C ja D. Ka valge viisnurga alumise nurga (plaadi ülemise nurga) mõlemal haaral peab tume joon jätkuma. Seega jäävad vaatluse alla plaadid vastustes B ja D. Valge viisnurga ülemisel küljel (plaadi alumisel küljel) peab joon jätkuma. Ainus sobiv plaat on vastuses D. Joonisel on näidatud kogu kujund, millesse on paigutatud plaat vastusest D.

2. (C) Vastusevariantides A, B, C ja D antud arvud 78, 58, 38 ja 18 on kõik kahe võrra väiksemad arvu 10 mingist kordsest. Neist vastustes C ja D antud arvud 38 ja 18 on kahe võrra suuremad mingi arvu ruudust (36 ja 16). Ainult vastuses C antud arv 38 on kaks korda suurem algarvust, sest 38 : 2 = 19.

3. (E) Kui ümmargune kook on lõigatud 6-ks võrdseks sektoriks, siis ühe sektori nurga suurus on 360° : 6 = 60°. Kui üks sektoritest ära võtta, siis jääb iga kahe sektori vahele nurk suurusega 60° : 5 = 12°.

4. (D) Iga sirge on üheselt määratud oma kahe erineva punktiga. Funktsiooni $y = x + 1$ graafikuks on sirge, millel asuvad punktid koordinaatidega (0; 1) ja (–1; 0). Mati joonestatud koordinaattasandil on selline sirge kujutatud vastuses D.



5. (C) Iga 2 × 2 ruut selles mustris koosneb kahest kolmnurgast ja kolmest ruudust, millel on ühine tipp. Seega läheb vaja vähemalt 5 erinevat värvi. Alustades näiteks vasakpoolsest ülemisest 2 × 2 ruudust, värvime selle 5 osa erinevat värvi (joonisel tähistatud numbritega 1, 2, 3, 4 ja 5). Liikudes järgmisesse 2 × 2 ruutu, värvime selle 3 värvimata osa värvidega 1, 2 ja 3 jne kuni õnnestub kogu muster värvida nende viie värviga. Seega läheb Kallel vaja mustri nõuetekohaseks värvimiseks vähemalt 5 erinevat värvi.

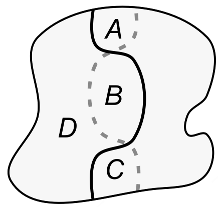
6. (B) Kasutades astmete omadusi, teisendame antud summat
$16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15} = 4 \cdot 16^{15} = 4 \cdot (4^2)^{15} = 4 \cdot 4^{30} = 4^{31}$.
Saadud vastus on antud ka valikvastuses B.

7. (A) Valikvastustes antud murdude ühiseks nimetajaks on 12. Seega on vastustes antud murrud võrdsed vastavalt murdudega $\frac{3p+9q}{12}$, $\frac{4p+8q}{12}$, $\frac{6p+6q}{12}$, $\frac{8p+4q}{12}$ ja $\frac{9p+3q}{12}$. Saadud ühiste nimetajatega viie murru väärtustest on suurim see, mille lugeja väärtus on suurim. Paneme tähele, et iga murru lugejas on arvude *p* ja *q* kordajate summa12. Et $p < q$, siis lugejais on suurem see summa, kus arvu *q* kordaja on suurim. Suurim arvu *q* kordaja 9 on esimese murru lugejas. Seega on valikvastuses A antud murru väärtus teiste murdude väärtustest suurem.

8. (A) Teame, et iga tulemuse 2, 3, 4 ja 5 saamise tõenäosus oli $\frac{1}{6}$, st. $p(2) = p(3) = p(4) = p(5) = \frac{1}{6}$. Seega oli tulemuste 1 ja 6 saamise tõenäosuste summa $p(1) + p(6) = 1-4\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$. Kuna aga $p(6) = 2 \cdot p(1)$, siis $3 \cdot p(1) = \frac{1}{3}$ ja $p(1) = \frac{1}{9}$ ning $p(6) = 2 \cdot p(1) = \frac{2}{9}$.

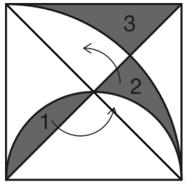
9. (B) Esialgu on laual 6 õigetpidi klaasi ($\cup\cup\cup\cup\cup\cup$). Esimese käiguga tuleb neist 4 ümber keerata ($\cap\cap\cap\cap\cup\cup$). Et mitte sattuda tagasi eelnevatesse olukordadesse, tuleb teisel käigul ümber pöörata 3 tagurpidi klaasi ja 1 õigetpidi klaas ($\cap\cup\cup\cup\cup\cap$). Kolmanda käiguga jääb ümber pöörata kõik 4 õigetpidi klaasi ($\cap\cap\cap\cap\cap\cap$). Soovitud olukorda on võimalik saavutada vähemalt kolme käiguga.

10. (E) Et korrutatakse ainult arvudega $6 = 2 \cdot 3$ ja $10 = 2 \cdot 5$, siis Villu saab tulemuseks arvu, mille algteguriteks lahutuses $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ näitab astendaja *c*, mitu korda korrutati arvuga 10 ja astendaja *b*, mitu korda korrutati arvuga 6 ning seejuures peab kindlasti $a = b + c$. Nõutud seos astendajate vahel ei kehti vaid vastuses E antud korrutises, kus $90 \neq 20 + 80$.



11. (B) Vaatame pideva joonega märgitud rajast vasakule poole jäävat pargi osa. See koosneb kahest tükist. Ühe tüki pindala on tähistatud tähega *B*. Tähistagu täht *D* teise tüki pindala (vt. joonist). Siis $B + D$ on võrdne poolega kogu pargi pindalast. Vaatame nüüd katkendliku joonega märgitud rajast vasakule poole jäävat pargi osa. See koosneb kolmest tükist pindaladega *A*, *C* ja *D*, mis kokku peavad andma samuti poole kogu pargi pindalast. Seega saame, et $B + D = A + C + D$, millest järeldub, et $B = A + C$.

12. (C) Kui väide $n = 2$ valikvastusest D oleks tõene väide, siis oleks *n* ju algarv ja tõene ka väide valikvastusest E. Tõene sai olla aga vaid üks väidetest. Seega erineb arv n arvust 2. Kui n oleks arvust 2 erinev algarv (vastus E), siis peaks n olema paaritu arv ja ka vastus C oleks tõene, mis aga pole lubatud. Seega on väide vastuses E väär. Väide B ei saa ka olla tõene, sest siis oleks tõena ka väide A, kuna arv, mis jagub arvuga 6 jagub ka arvuga 3. Järelikult on ainus tõene kas väide A või väide C. Kui väide A oleks ainus tõene väide, siis peaks väide C olema väär, st. n oleks arvuga 3 jaguv paarisarv, millest järeldub, et arv n jagub ka arvuga 6. Ent seda ütlev väide B oli ju väär. Seega ainus tõene väide on antud valikvastuses C.

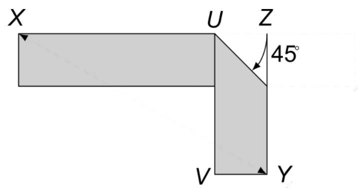


13. (A) Ruudu diagonaalid on risti ja poolitavad teineteist ning jaotavad ruudu neljaks võrdseks kolmnurgaks. Vaatame ruudu alumisele küljele kui diameetrile joonestatud poolringjoont. Tekkinud poolring on ruudu diagonaalidega jaotatud kolmeks osaks. Üks neist on võrdhaarne kolmnurk ja kaks on ringi segmendid, mis on värvitud erinevat värvi. Et segmendid toetuvad võrdsetele kõõludele, on need segmendid ka ise võrdsed ja me võime nende asukohti vahetada nagu näidatud joonisel. Vaatame nüüd veerandringjoont, mille keskpunkt asub ruudu alumises vasakpoolses tipus. Tekkinud veerandringis eraldab ruudu üks diagonaalidest ühe segmendi, mille omakorda poolitab selle ruudu teine diagonaal. Seega saame ka neid segmendi poolikuid omavahel vahetada. Olles teinud järjestikku mainitud 2 vahetust, näeme, et tumedaks on värvitud täpselt veerand kogu ruudust. Seega on ruudu tumedaks värvitud osade pindalade summa $\frac{1}{4}\pi \cdot (6)^2 = 9\pi$ ruutsentimeetrit.

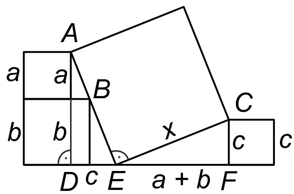
14. (C) Kolmnurkse püramiidi kõik tahud on kolmnurgad. Igal tahul on märgitud külgede keskpunktid. Kolmnurga kahe lähiskülje keskpunktide ühendamisel tekib selle kolmnurga kesklõik, mis on 2 korda lühem selle kolmnurga kolmandast küljest. Vaadeldav murdjoon koosneb kuuest tahkude kesklõigust. Leiame nende kesklõikude pikkused: $|MN| = 10 : 2 = 5$, $|NP| = 5 : 2 = 2{,}5$, $|PQ| = 6 : 2 = 3$, $|QR| = 7 : 2 = 3{,}5$, $|RS| = 8 : 2 = 4$ ja $|SM| = 6 : 2 = 3$. Seega on antud murdjoone pikkus $5 + 2{,}5 + 3 + 3{,}5 + 4 + 3 = 21$.

15. (E) Mõõtmetega 3 × 3 × 3 kuubil on igal tahul nähtavad ühikuubikute 9 tahku ja kogu kuubi pinnal seega $6 \cdot 9 = 54$ ühikkuubikute tahkudest. Meid huvitab mustade ühikkuubikute vähim võimalik arv, mille korral oleks kuubi pinnast täpselt pool musta värvi. Seega peab kuubi väilspinnal olema $54 : 2 = 27$ mustade ühikkuubikute tahkudest. Kuubi tipus paikneva ühikkuubi tahkudest asub kuubi pinnal 3. Kui kuubi igasse tippu paigutada must ühikkuup, oleks välispinnal kokku $8 \cdot 3 = 24$ musta tahukest. Paigutades ühe musta ühikkuubi suure kuubi ühes tipus asuva musta kuubikese kõrvale, lisandub välispinnale veel 2 musta tahukest. Puudu oleva ühe musta tahukese saame, kui paigutame ühe musta ühikkuubi suure kuubi tahu keskele. Seega on ülesande täitmiseks vajalik vähim võimalik mustade ühikkuubikute arv $8 + 1 + 1 = 10$. Et valikvastustes A, B, C ja D antud arvud erinevad õigest arvust 10, tuleb õigeks lugeda vastus E.

16. (E) Pikendame punktidest X ja Y lähtuvaid riba servi kuni lõikumiseni punktis Z (vt. joonist). Et voltimisel tekkinud nurk on suurusega 45°, on kolmnurk XZY täisnurkne kolmnurk ja nelinurk $UVYZ$ on ristkülik, mille laius UZ on võrdne riba laiusega 2 cm. Seega on täisnurkse kolmnurga XZY kaatetite pikkuste summa $|XZ| + |ZY|$ võrdne riba pikkuse ja laiuse summaga 12 + 2 = 14 sentimeetrit. Meid huvitab selle kolmnurga hüpotenuusi XY vähim võimalik pikkus. See lühim pikkus saavutatakse siis, kui täisnurkne kolmnurk on võrdhaarne, st. antud juhul siis, kui $|XZ| = |ZY|$ = 14 cm : 2 = 7 cm. Pythagorase teoreemi kasutades saame, et $|XY| = \sqrt{7^2 + 7^2} = 7 \cdot \sqrt{2}$ sentimeetrit.



17. (C) Olgu AD ristlõik sirgeni, millel asuvad suure ruudu tipp E ja ühe väiksema ruudu tipp F (vt. joonist). Vaatame täisnurkseid kolmnurki ADE ja EFC. Nende hüpotenuusid, kui ühe ja sama ruudu küljed, on võrdse pikkusega. Et nurkade AED ja CEF suuruste summa on võrdne täisnurgaga ja ka nurkade CEF ja ECF suuruste summa on täisnurk, on nurgad AED ja ECF võrdsed. Järelikult on täisnurksed kolmnurgad ADE ja EFC võrdsed ning $|EF| = a + b$. Kasutades Pythagorase teoreemi kolmnurgas EFC, saame, et $x = |CF| = \sqrt{(a+b)^2 + c^2}$.



18. (E) Erinevaid numbreid on kokku 10. Et täisarv ei alga numbriga 0, on kolmekohalise täisarvu esimese numbri valikuks 9 võimalust, ülejäänud kahe numbri valikuks mõlemal juhul 10 võimalust. Seega on kolmekohalisi arve kokku $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$. Kui vaadata nüüd neid arve, kus ei ole ühtegi numbrit 1, 2 ega 3, siis selliste kolmekohaliste arvude numbreid tuleb valida seitsme ülejäänud numbri seast ning taolisi arve kokku on $6 \cdot 7 \cdot 7 = 294$. Seega on selliseid kolmekohalise arve, mis sisaldavad vähemalt ühte numbritest 1, 2 või 3, kokku 900 – 294 = 606.

19. (B) Kahekohaliste arvude $\overline{pq}$ ja $\overline{rs}$ aritmeetiline keskmine peab olema $\overline{pq,rs} = (\overline{pq} + \overline{rs}) : 2$. Kui kahe täisarvu summa on paarisarv, siis nende arvude aritmeetiline keskmine on täisarv ja meie juhul peaks siis aritmeetilise keskmise murdosa $\overline{rs}$ = 0 ja täisosa $\overline{pq} = 2 \cdot \overline{pq}$, mis on neljakohalise arvu $N = \overline{pqrs}$ korral võimatu. Seega peab arvude $\overline{pq}$ ja $\overline{rs}$ summa olema paaritu arv ning aritmeetilise keskmise murdosa $\overline{rs}$ = 50. Aritmeetilise keskmise täisosa leidmiseks saame võrduse $2 \cdot (\overline{pq} + 0,5) = \overline{pq} + 50$, millest järeldub, et $\overline{pq}$ = 49. Seega on antud arv N = 4950, mille numbrite summa on 4 + 9 + 5 + 0 = 18.

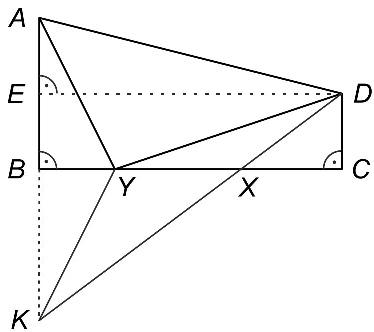
20. (A) Olgu küünalde pikkus h. Ühes tunnis kaotab üks põlevatest küünaldest oma pikkusest neljandiku, teine aga viiendiku. Kui põlemise algusest on möödunud t tundi, on kiiremini põlenud küünlast järgi jäänud jupp pikkusega $(h - t \cdot \frac{h}{4}) = h \cdot (1 - \frac{t}{4})$, aeglasemalt põlenud küünlast aga jupp pikkusega $(h - t \cdot \frac{h}{5}) = h \cdot (1 - \frac{t}{5})$. Et aeglasemalt põlenud küünla jupp pidi olema 3 korda pikem kiiremini põlenud küünlast, saame võrrandi $3h(1 - \frac{t}{4}) = h(1 - \frac{t}{5})$. Seega $3(1 - \frac{t}{4}) = 1 - \frac{t}{5}$, ehk $2 = \frac{11}{20}t$, millest saame, et $2 = (\frac{3}{4} - \frac{1}{5})t$ ja ülesandes kirjeldatud olukorrani kulub $t = \frac{40}{11}$ tundi.

21. (D) Avaldise väärtuse leidmiseks tuleb kolm kaartidel asuvat arvu liita ja neist lahutada kolmel ülejäänud kaardil asuvat 3 arvu. Kuna eesmärgiks on saada avaldise vähim võimalik väärtus, tuleks liidetavateks valida võimalikult väiksed arvud ja suuremad arvud jätta lahutatavateks. Keeruliseks teeb valiku asjaolu, et igalt kaardilt saame kahest arvust kasutada vaid ühte arvu. Olgu ühel kaardil arvud a ja A nii, et $a < A$ ja teisel kaardil arvud b ja B nii, et $b < B$. Kui nüüd $a + A < b + B$, siis $a – B < b – A$. Seega, liidetavaks tuleb valida vähema summaga arvude paari väiksem arv a ja lahutatavaks suurema summaga paari suurem arv B. Leiame kuuel kaardil olevate arvude summad: 5 + 12 = 17, 3 + 11 = 14, 0 + 16 = 16, 7 + 8 = 15, 4 + 14 = 18 ja 9 + 10 = 19. Näeme, et kolme väiksema summaga paarid on (3; 11), (0; 16) ja (7; 8) ning nende väiksemad paarilised 3, 0 ja 7 tuleb paigutada kolme esimesse ruutu. Ülejäänud kolme paari (5; 12), (4; 14) ja (9; 10) suuremad arvud 12, 14 ja 10 tuleb paigutada kolme ruutu, mille ees seisab märk miinus. Nii saadud avaldise 3 + 0 + 7 – 12 – 14 – 10 väärtus 10 – 36 = –26 ongi võimalikest vähim.

22. (E) Ülesandes antud tingimustel on võrranditel $ax^2 + bx + c = 0$ ja $bx^2 + ax + c = 0$, kus erinevad täisarvulised kordajad a, b ja c erinevad arvust 0, olemas ühine lahend. Kui x = 0 oleks nende võrrandite ühiseks lahendiks, peaks

$c = 0$, mis aga pole lubatud. Lahutades ühe võrrandi vastavatest pooltest teise võrrandi vastavad pooled, saame ruutvõrrandi $(a-b)x^2+(b-a)x=0$, mille vasaku poole teisendame korrutiseks $(a-b)x(x-1)=0$. Et $a \neq b$ ja $x \neq 0$, on ainus võimalus, et võrrandite ühiseks lahendiks on $x = 1$. See aga tähendab, et mõlema võrrandi korral $a + b + c = 0$. Seega on õige väide vastuses E.

23. (D) Olgu Y trapetsi küljel BC valitud mingi suvaline punkt, mis on ühendatud punktidega A ja D sirglõikude abil (vt. joonist). Pikendame külge AB punktini K nii, et $|AB| = |BK|$ ning ühendame punktid Y ja K. Tekkinud kolmnurk AYK on võrdhaarne, sest selle tipust Y tõmmatud kõrgus YB poolitab aluse AK. Seega, lõigu BC mistahes sisepunkti Y korral on $|AY| = |KY|$ ning punkti Y kauguste summa punktidest A ja D on võrdne selle punkti Y kauguste summaga punktidest K ja D, st. $|AY| + |YD| = |KY| + |YD|$. Kahte punkti K ja D ühendava murdjoone pikkus on alati suurem neid punkte ühendava sirglõigu pikkusest. Kui sirglõigu KD ja külje BC lõikepunkt on X, siis vähim võimalik kauguste summa on $|AX| + |XD| = |KX| + |XD| = |KD|$. Olgu ED trapetsi tipust D alusele AB tõmmatud kõrgus. Täisnurkses kolmnurgas KED on $|ED| = |BC| = 8$ ja $|KE| = |KB| + |BE| = |AB| + |CD| = 4 + 2 = 6$. Pythagorase teoreemi põhjal saame, et otsitav pikkuste summa vähim väärtus on $|KD| = \sqrt{8^2+6^2} = \sqrt{100} = 10$.



24. (B) Oletame, et Matil oli n ühesugust 12-tahulist täringut. Mistahes tulemuse (näiteks 12) saamise tõenäosus ühe täringu viskel on $\frac{1}{12}$. Tõenäosus selleks, et ühe täringu viskel tuleks näiteks arvust 12 erinev tulemus on siis $\frac{1}{12}$. Tõenäosus selleks, et 12 täringu korraga viskamisel oleks täpselt ühel täringul tulemuseks 12, on $n \cdot \frac{1}{12} \cdot (\frac{11}{12})^{n-1}$. Tõenäosus selleks, et ühelgi täringul ei saada arvu 12, on $(\frac{11}{12})^n$. Et ülesande tingimuste kohaselt kaks viimast tõenäosust olid võrdsed, saame võrduse $n \cdot \frac{1}{12} \cdot (\frac{11}{12})^{n-1} = (\frac{11}{12})^n$, millest järeldub, et $\frac{n}{12} = \frac{11}{12}$ ja $n = 11$. Järelikult oli Matil 11 täringut.

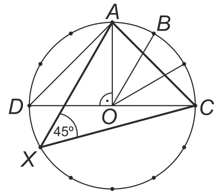
25. (A) Kui $x = 1$, siis $p(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = a + b + c$ (saadud võrdus kehtib $x = 1$ korral iga ruutfunktsiooni korral). Kui nüüd $x = 5$, siis saame, et $p(5 + 1) = p(6) = 5^2 - 5 + 2 \cdot p(6)$, millest avaldades $p(6)$ saame, et $p(6) = -20$. Seega $p(x+1) = x^2 - x - 40$. Kui viimases võrduses asendada $x = 0$, saame $p(0+1) = p(1) = 1^2 - 1 - 40 = -40$. Seega $a + b + c = -40$.

26. (A) Kasutades tehetega seotud astmete omadusi ning võrdusi $2^x = 3$, $2^y = 7$ ja $6^z = 7$, saame $2^y = 7 = 6^z = (2 \cdot 3)^z = 2^z \cdot 3^z = 2^z \cdot (2^x)^z = 2^z \cdot 2^{x \cdot z} = 2^{z + xz}$. Seega kehtib võrdus $y = z + xz$ ehk $y = z(1+x)$ ja millest järeldub vastuses A antud seos $z = \frac{y}{1+x}$.

27. (A) Kuna algselt oli igas ruudus arv 0 ja igal käigul liideti valikusse sattunud ruudu arvule 1, näitab ruudus olev arv, mitu korda see ruut on valikusse sattunud. Näiteks arv 14 kõige parempoolsemas ruudus näitab, et paremalt esimest ruutude nelikut valiti kokku 14 korda, sest üheski teises nelikus seda ruutu polnud. Paremalt teises ruudus küsimärgi all on aga peidus arv, mis võrdub paremalt esimese ja teise ruutude neliku valiku kordade summaga. Vasakult teise ruudu arv 30 näitab, mitu korda sattusid valikusse vasakult esimene ja teine ruutude nelik. Arv 42 aga ütleb, et vasakult esimest, teist ja kolmandat nelikut valiti kokku 42 korral. Järelikult valiti vasakult kolmandat (ehk riba keskmist) nelikut üksi 42 – 30 = 12 korda. Et selle keskmise ruutude neliku parempoolses ruudus on arv 36, siis paremalt esimest ja teist ruutude nelikut valiti 36 – 12 = 24 korda. Just see arv 24 ongi küsimärgi all peidus.

28. (E) Ruutfunktsiooni $y = f(x)$ graafikuks on parabool – joon, millel on y-teljega paralleelne sümmeetriatelg (parabooli telg). Olgu selle telje võrrandiks $x = t$. Kui argumentide väärtused $x = p$ ja $x = q$ on erinevad aga $f(p) = f(q)$, siis arvud p ja q paiknevad x-teljel sümmeetriliselt arvu t suhtes, st., et $\frac{p+q}{2} = t$. Antud funktsiooni korral $f(20 - x) = f(22 - x)$. Seega on eelneva arutelu põhjal $t = \frac{20 - x + 22 - x}{2} = \frac{42}{2} = 21$. Sama kehtib ka ruutfunktsiooni erinevate nullkohtade x_1 ja x_2 kohta ning seega $\frac{x_1 + x_2}{2} = 21$ ja $x_1 + x_2 = 42$. Kuna saadud vastust ei ole valikvastustes A, B, C ja D, tuleb õigeks lugeda vastus E.

29. (D) Ringjoonel on võrdsete vahedega märgitud 12 punkti (vt. joonist). Kui punktid A ja B asuvad ringjoonel kõrvuti, siis on kesknurga AOB suurus $360^\circ : 12 = 30^\circ$ ning kesknurga AOC suurus $3 \cdot 30^\circ = 90^\circ$. Kõõlule AC toetuva piirdenurga AXC suurus on siis 2 korda väiksem, ehk $90^\circ : 2 = 45^\circ$ ja kolmnurk AXC ongi üks Mardi joonestatud kolmnurkadest. Et samale kõõlule toetuvad piirdenurgad on kõik suuruse poolest võrdsed, võib punkt X asetseda ükskõik millises 8-st märgitud punktis kaarel ADC. Seega, iga ringjoonel märgitud punkti korral leidub 8 sellist kolmnurka, mille tipud asuvad ringjoonel märgitud punktides ja millel leidub nurk suurusega 45°. Kokku saaks selliseid kolmnurki 12 · 8 = 96. Tuleb aga tähele panna, et leidub ka võrdhaarseid nõuetele vastavaid kolmnurki nagu ADC, mida loendatakse topelt (kõõluga AC ja AD). Selliseid kolmnurki on kokku 12. Seega sai Mart joonestada soovitud omadustega kolmnurki kokku 96 – 12 = 84.



30. (C) Otsime neljakohalise arvu $\overline{abcd}$ esimest numbrit a, kui $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. Kuna $6^6 = 6^{2 \cdot 3} = 36^3 = 46656 > 10000$, ei saa vaadeldava neljakohalise arvu ükski number olla 6 või sellest suurem number. Vaatame väiksemate numbrite vajalikke astmeid. Arvutades leiame, et $5^5 = 3125$, $4^4 = 256$, $3^3 = 27$, $2^2 = 4$ ja $1^1 = 1$. Kui kasutaksime ainult numbrist 5 väiksemaid numbreid, oleks 4-kohalise arvu $\overline{abcd}$ suurim võimalik väärtus $4 \cdot 4^4 = 1024$, aga siin ei ole kõik numbrid ainult neljad ja ei sobi ülesande tingimustega. Niipea kui mõni numbritest oleks väiksem kui 4, ei saaks me 4-kohalist arvu. Seega peab vähemalt 1 vaadeldava 4-kohalise arvu numbritest olema 5. Numbrit 5 ei saa selles arvus olla ka rohkem kui 1, sest siis oleks saadava 4-kohalise arvu esimene number suurem kui 5, või oleks saadav arv hoopis suurem igast 4-kohalisest arvust. Seega on arvu $\overline{abcd}$ suurim võimalik väärtus $5^5 + 3 \cdot 4^4 = 3125 + 769 = 3893$ ja vähim võimalik väärtus $5^5 + 3 \cdot 1^4 = 3125 + 3 = 3128$, mis ütleb, et otsitav number a = 3. Sobitades võimalike numbrite astmeid, saame leida ka selle arvu $3435 = 3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5$.