



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ СОРЕВНОВАНИЕ КЕНГУРУ

20 марта 2025

STUDENT (11 – 12 класс)

- * Время для решения заданий 1 час и 15 минут. * ПОЛЬЗОВАТЬСЯ КАЛЬКУЛЯТОРОМ ЗАПРЕЩЕНО!
- * Каждое задание имеет только один правильный ответ (то есть на листке для ответов надо отметить крестиком только одну клетку).
- * За неверный ответ снимается 1 балл. * Отсутствие ответа даёт 0 баллов.
- * У каждого участника есть 30 начальных баллов.

В вопросах 1 - 10 каждый правильный ответ даёт 3 балла

1. Число нынешнего года 2025 является полным квадратом: $2025 = 45^2$. Через сколько лет после нынешнего года впервые настанет год, число которого снова будет полным квадратом?

A: 25 B: 91 C: 121 D: 500 E: 2025

2. Юра в каком-то порядке бросил в изначально целое окно пять камней A, B, C, D и E . От удара каждого камня на окне образовались три прямолинейные трещины, каждая из которых дошла либо до оконной рамы, либо до уже образовавшейся ранее трещины (см. рисунок). В каком порядке Юра бросил эти камни?

A: DACBE B: ABCDE C: BDACE D: BCDAE E: DCABE

3. В корзине только жёлтые, зелёные, синие и чёрные шары, всего 20 шаров. Ровно 17 из них не зелёные, 15 не чёрные и 12 не жёлтые. Сколько всего синих шаров в этой корзине?

A: 8 B: 7 C: 6 D: 4 E: 3

4. Какое из следующих утверждений верное?

A: $8 < 88 \cdot 888 < 88$ B: $88 < 88 \cdot 888 < 888$
C: $888 < 88 \cdot 888 < 8888$ D: $8888 < 88 \cdot 888 < 88888$
E: $88888 < 88 \cdot 888 < 888888$

5. Найди степень, которая равна квадратному корню от числа 16^{16} .

A: 4^4 B: 4^8 C: 4^{16} D: 8^8 E: 16^4

6. Ксюша в один ряд по некоторому правилу составляла узоры из точек. Первые три узора изображены на рисунке. Сколько всего точек в пятом узоре этого ряда?

A: 72 B: 74 C: 76 D: 78 E: 80

7. Миша получил число x , поделив число $\sqrt{11}$ на число 3. Между какими последовательными целыми числами на числовой оси находится число x ?

A: 0 и 1 B: 1 и 2 C: 2 и 3 D: 3 и 4 E: 4 и 5

8. В наборе раньше было 5 плиток шоколада, а теперь в наборе только 4 такие же плитки шоколада. Цена набора осталась прежней. На сколько процентов увеличилась стоимость одной плитки шоколада из этого набора?

A: на 10% B: на 20% C: на 25% D: на 30% E: на 50%

24. Юля и её младшая сестра Маша на велосипедах одновременно выехали из дома и поехали по одной и той же дороге. Обе ехали с постоянной скоростью: Юля 18 км/ч, а Маша 12 км/ч. Через 20 минут после старта Юля устала и поехала по тому же пути обратно. Когда сёстры встретились, Маша тоже сразу развернулась и поехала домой. Обе продолжили ехать с той же скоростью. На сколько минут Маша добралась до дома позже Юли?

A: 10 B: 15 C: 8 D: 4 E: 6

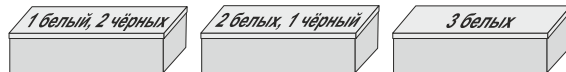
25. На рисунке полукруг, на диаметре AD которого лежат точки B и C , а на дуге точки E, F, G и H . Сколько всего таких треугольников, вершинами которых являются любые три из восьми отмеченных буквами точек, можно образовать?

A: 76 B: 54 C: 48 D: 56 E: 52

26. На рисунке правильный шестиугольник $ABCDEF$. Точка P лежит на стороне BC так, что площадь треугольника PEF равна 64, а площадь треугольника PDE равна 42. Найди площадь треугольника APF .

A: 53 B: 54 C: 56 D: 60 E: 64

27. Имеются три ящика, в каждом из которых по три шара. Изначально на каждом ящике была крышка с верной надписью, какого цвета в нём шары. Теперь крышки переставили так, что ни одна из них не соответствует содержимому ящика. Катя должна определить содержимое каждого ящика. За один ход она может, не глядя, достать один шар из любого ящика. Найди наименьшее количество ходов, которых будет достаточно, чтобы в любом случае определить содержимое каждого ящика.



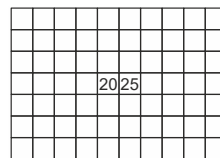
A: 0 B: 4 C: 2 D: 1 E: 3

28. Длина стороны правильного восьмиугольника равна 1 см. Каждая его вершина является центром окружности с радиусом 1 см. Из дуг этих окружностей образован показанный на рисунке узор. Найди периметр той части этого узора, которая закрашена в тёмный цвет.

A: $\frac{2\pi}{3}$ см B: $\frac{8\pi}{9}$ см C: $\frac{4\pi}{5}$ см D: $\frac{3\pi}{4}$ см E: π см

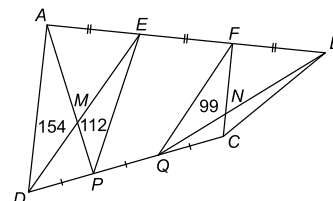
29. В каждую клетку доски размером 7×10 записали одно число так, чтобы сумма всех чисел в любом прямоугольнике размером 3×4 или 4×3 была равна нулю. Два числа уже записаны (см. рисунок). Найди сумму всех чисел на этой доске.

A: -5 B: -20 C: -25 D: -45
E: значений у этой суммы может быть несколько



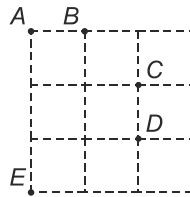
30. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ на стороне AB лежат точки E и F так, что $AE = EF = FB$, а на стороне CD лежат точки P и Q так, что $DP = PQ = QC$. Диагонали четырёхугольников $AEPD$ и $FBCQ$ пересекаются в точках M и N соответственно. Площади треугольников AMD , EMP и FNQ соответственно равны 154, 112 и 99. Найди площадь треугольника BCN .

A: 57 B: 70 C: 72 D: 86 E: 141

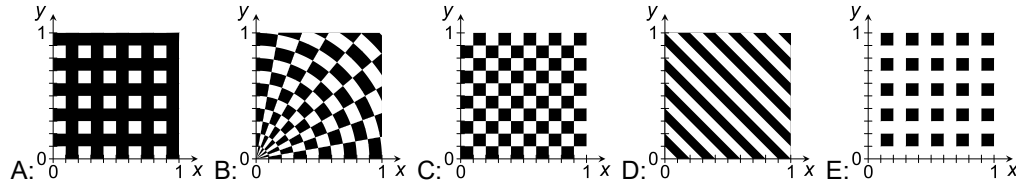


9. На клетчатой бумаге в некоторых вершинах квадратов отмечены точки A, B, C, D и E (см. рисунок). Какую из этих точек нужно стереть, чтобы все попарные расстояния между оставшимися четырьмя точками были различными?

A: A B: B C: C D: D E: E

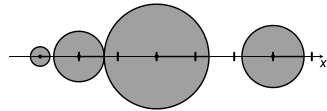


10. На координатной плоскости в чёрный цвет закрасили все такие точки $(x; y)$, где $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, и в разряде десятых обеих координат x и y стояла нечётная цифра. Какой рисунок получили?



В вопросах 11 - 20 каждый правильный ответ даёт 4 балла

11. Центры четырёх кругов с радиусами r_1, r_2, r_3 и r_4 имеют координаты $(0;0)$, $(1;0)$, $(3;0)$ и $(6;0)$. Два различных круга имеют не более одной общей точки. Найди наибольшее возможное значение суммы $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$.

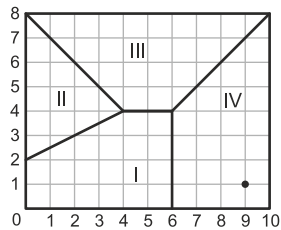


A: 3 B: 4 C: 5 D: 6 E: такая сумма больше числа 6

12. Даны 10 таких наименьших различных положительных целых чисел, из которых ровно 5 делятся на число 5 и ровно 7 делятся на число 7. Найди наибольшее из десяти данных чисел.

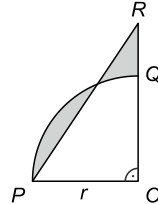
A: 105 B: 77 C: 75 D: 63
E: В вариантах A, B, C и D нет верного ответа.

13. В прямоугольнике на рисунке отметили четыре точки. Затем прямоугольник поделили на четыре области I, II, III и IV так, чтобы в каждой области лежала ровно одна из отмеченных точек и расстояние от любой точки области до отмеченной в ней точки было не больше, чем до любой другой отмеченной точки. Координаты точки, отмеченной в области IV, равны $(9; 1)$. Найди координаты точки, отмеченной в области II.



A: $(0; 4)$ B: $(1; 4)$ C: $(1; 5)$ D: $(1; 6)$ E: $(2; 4)$

14. На рисунке две закрашенные в тёмный цвет области имеют одинаковую площадь. Найди длину отрезка OR , если OPR является треугольником, а четверть круга OPQ имеет радиус r .

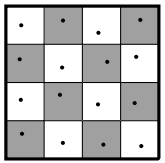


A: $\frac{\pi \cdot r}{2}$ B: $\frac{3 \cdot r}{2}$ C: $\pi \cdot r$ D: $\frac{2}{\pi}$ E: $\frac{\pi}{2 \cdot r}$

15. Найди наименьшее положительное целое число N , при котором $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{N}}}$ является целым числом.

A: $2^{12} \cdot 3^6$ B: $2^4 \cdot 3^{14}$ C: $2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^8$ D: $2^4 \cdot 3^2$
E: В вариантах A, B, C и D нет верного ответа.

16. На раскрашенной в шахматном порядке доске размером 4×4 находятся 16 маленьких кенгуру, по одному на каждой клетке. За один ход каждый кенгуру прыгает на соседнюю клетку доски (вверх, вниз, влево или вправо, но не по диагонали). На одной клетке могут одновременно оказаться несколько кенгуру. Найди наибольшее возможное число пустых клеток доски после 100-го хода.

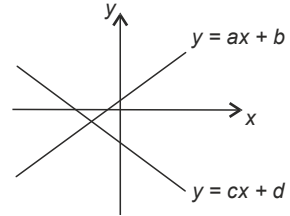


A: 15 B: 14 C: 12 D: 10 E: 8

17. Пятизначное число $\overline{N18NN}$ делится на число 18. Сколько различных значений может быть у цифры N ?

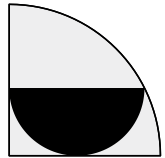
A: одно B: два C: три
D: ноль E: больше трёх

18. На координатной плоскости начертили две прямые, заданные уравнениями $y = ax + b$ и $y = cx + d$, точно также, как показано на рисунке. Пусть $S = ab + cd - (ac + bd)$. Какое из следующих утверждений верно?



A: $S < 0$ B: $S \leq 0$ C: $S > 0$ D: $S = 0$ E: $S = ad + bc$

19. Площадь чёрного полукруга равна 12 см^2 , и он расположен внутри четверти круга так, как показано на рисунке. Найди площадь этой четверти круга.



A: 42 см^2 B: 36 см^2 C: 32 см^2 D: 30 см^2 E: 25 см^2

20. Когда бабушка начала вязать носки, диаметр клубка пряжи был равен 30 см. После того как она связала 70 одинаковых носков, диаметр клубка стал равен 15 см. Сколько ещё таких же носков она сможет связать из оставшейся в клубке пряжи?



A: 70 B: 50 C: 30 D: 20 E: 10

В вопросах 21 - 30 каждый правильный ответ даёт 5 баллов

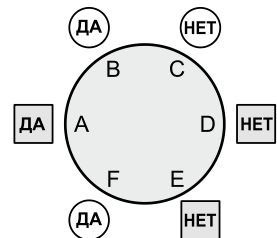
21. Изначально на доске записаны числа 3 и 5. За каждый ход нужно вместо двух записанных на доске чисел записать их сумму и положительную разность. Какие два числа окажутся на доске сразу после 50-го хода?

A: 3^{25} и 5^{25} B: 3^{50} и 5^{50} C: $2 \cdot 3^{25}$ и $2 \cdot 5^{25}$ D: $3 \cdot 2^{25}$ и $5 \cdot 2^{25}$
E: В вариантах A, B, C и D нет верного ответа.

22. Миша записал на доске какое-то двузначное целое число. Затем он стёр его последнюю цифру. В результате на доске оказалось число, которое на $p\%$ меньше исходного. В каком из вариантов ответов дано число, наиболее близкое к наибольшему возможному значению числа p ?

A: 99 B: 50 C: 90 D: 10 E: 95

23. Три квадратных существа A, D и E с Марса и три круглых существа B, C и F с Юпитера сидят вокруг стола так, как показано на рисунке. У одного из этих шести существ есть ключ от космического аппарата. Существа с одной планеты всегда говорят правду, а с другой – всегда лгут. У каждого существа спросили: "У твоего соседа за столом есть ключ?" Их ответы записаны внутри них. У кого из них этот ключ?



A: A B: B C: C D: D E: E