Eesti koolinoorte 70. füüsikaolümpiaad

10. veebruar 2023. a.
Põhikooli *ülesannete lahendused (8.–9. klass)*

Eessõna

Allpool on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). **Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumpunktidega.** Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem, juhindudes võimalusel juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid:

- numbriline arvutusviga — 0,5 p;
- viga teisendustes — 0,5 p (märgi jms väiksem viga) või 1 p (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada;
- kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga;
- üksik viga lähtevalemis — 0,5 p (kui märgiviga) kuni 50% (sisuline viga).

1. (*VEE KEETMINE*) (*6 p.*) *Autor: Krister Kasemaa*

(a) $m = \rho V$. Järelikult pidi Hannes soojendama $300\,\mathrm{g} = 0{,}3\,\mathrm{kg}$ vett, selleks kulub $Q = mc\Delta T = 0,3 \cdot 4200 \cdot (100 - 10) = 113\,400\,\mathrm{J}$. — [**1 p.**]

Veekannu võimsus on $W = 1{,}5\,\mathrm{kW} = 1500\,\mathrm{W}$. Võimsus avaldub kui $W = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, seega aeg, mis vee soojenemiseks kulus avaldub kui $\Delta t = \frac{\Delta Q}{W} = \frac{113400}{1500} = 75{,}6\,\mathrm{s} \approx 1\,\mathrm{min}\ 16\,\mathrm{s}$. — [**2 p.**]

(b) Lisaks vee soojendamisele tuleb nüüd arvestada ka kannu soojenemisele kuluva energiaga. — [**1 p.**]
Kannu soojenemiseks kulub energiat $Q = mc\Delta T = 0,7 \cdot 500 \cdot (100 - 25) = 26\,250\,\mathrm{J}$. — [**1 p.**]
Järelikult, kui arvestada ka kannu soojenemisega, kulub vee soojendamiseks $\Delta t = \frac{\Delta Q}{W} = \frac{113400+26250}{1500} \approx 93\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{min}\ 33\,\mathrm{s}$. — [**1 p.**]

2. (*BAROMEETER MARSIL*) (*6 p.*) *Autor: Eero Vaher*

Elavhõbedabaromeetris on õhutühjas torus oleva elavhõbedasamba rõhk võrdne õhurõhuga $\rho g h = p$ [**2 p.**], kus ρ on elavhõbeda tihedus, mis planeedist ei sõltu:

$$\rho = \frac{p_\oplus}{g_\oplus h_\oplus} = \frac{p_♂}{g_♂ h_♂}, \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

$$h_♂ = \frac{p_♂ g_\oplus}{p_\oplus g_♂} h_\oplus = 12\,\mathrm{mm}. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

3. (*SÕIDUK*) (*8 p.*) *Autor: Jarl Patrick Paide*

Kuna Tiinal on 2 sensorit ja need saadavad 6 signaali peab sõidukil olema 3 paari rattaid. Kuus signaali tuleb jaotada kaheks nii, et erinevate gruppide signaalid oleks vastavalt paarikaupa sama palju nihkes. Leiame, et $t_3 - t_0 = t_4 - t_2 = t_6 - t_5 = 0{,}5385\,\mathrm{s}$. Ehk esimesele ratta paarile kuuluvad ajad t_0 ja t_3, teisele ratta paarile ajad t_2 ja t_4 ja viimasele ratta paarile kuuluvad ajad t_5 ja t_6. Sõiduk läbib 7 m ajaga 0.5385 s ja seega on sõiduki kiirus 13 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Esimese kahe ratta paari ajaline vahe ühel sensoril on $t_2 - t_1 = t_4 - t_3 = 0{,}4615\,\mathrm{s}$ millele vastab 6 m ja viimase kahe ratta paari ajaline vahe ühel sensoril on $t_5 - t_2 = t_6 - t_4 = 0{,}5769\,\mathrm{s}$ millele vastab 7,5 m. Seega on sõiduki rataste vahe 7,5 m ja 6 m.

Hindamsskeem:

- Lahendaja sai aru, et sõidukil on 3 paari rattaid — [**1 p.**]
- Lahendaja sai aru, et andmepunktid jaotuvad kahte gruppi, vastavalt sellele, kummalt sensorilt signaal saadi — [**1 p.**]
- Leitud ajaline vahe sensorite vahel 0,5385 s — [**2 p.**]
- Leitud sõiduki kiirus 13 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ m/s — [**1 p.**]
- Leitud sõiduki kahe esimeste rattapaari vahekaugus — [**1,5 p.**]
- Leitud sõiduki kahe viimase rattapaari vahekaugus — [**1,5 p.**]

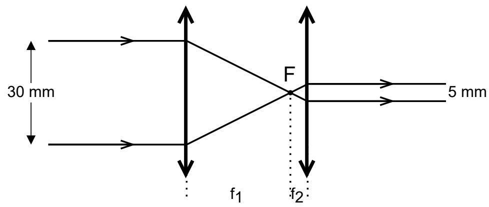
4. (*VALGUSVIHK*) (*8 p.*) *Autor: Richard Luhtaru*

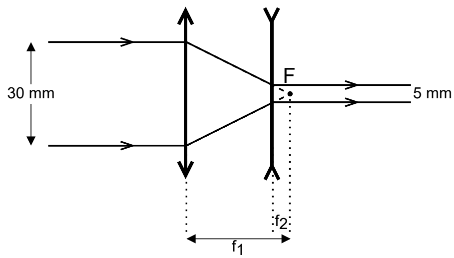
Kummagi juhu skeemid on toodud allpool. Mõlemal juhul läätsede fookused kattuvad, mistõttu valgusvihk jääb paralleelseks pärast läätsede läbimist. Sarnastest kolmnurkadest leiame, et kummalgi juhul $\frac{f_1}{f_2} = \frac{30\,\mathrm{mm}}{5\,\mathrm{mm}} = 6$. Ainsad Maril olevad läätsed, mille fookuskauguste suhe on 6, on 12 cm ja 2 cm. Seega esimesel juhul on Maril vaja kumerläätsi fookuskaugustega 12 cm ja 2 cm. Teisel juhul on Maril vaja kumerläätse fookuskaugusega 12 cm ja nõgusläätse fookuskaugusega 2 cm.

Hindamisskeem (põhikool):
Kumbki osa:
Joonistatud õige skeem — [**2 p.**]
Leitud fookuskauguste suhe $f_1/f_2 = 6$ — [**1 p.**]

Leitud õige vastus (12 cm, 2 cm) — [**1 p.**]

Tõestust, et teised läätsepaarid ei sobi, ei ole vaja.





5. (*OTSENE KALORIMEETRIA*) (*8 p.*) *Autor: Konstantin Dukatš*

Torus voolav vesi soojeneb inimeselt eralduva soojuse tõttu. Märkame, et aja Δt jooksul siseneb väike vee element tuppa ja teine vee element samal hetkel väljub. Olgu Q_i inimesest eralduv soojus aja Δt jooksul ning Q_v veele lisandunud soojusenergia. Energia jäävusest $Q_v = Q_i$ [**1 p.**].

Teame, et $Q_v = c\Delta m(T_2 - T_1)$ [**0,5 p.**] ja $Q_i = P\Delta t$ [**0,5 p.**], seega

$$c\Delta m(T_2 - T_1) = P\Delta t,$$

$$P = c\frac{\Delta m}{\Delta t}(T_2 - T_1). \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Avaldame siseneva/väljuva vee elemendi massi

$$\Delta m = \rho\Delta V = \rho S u \Delta t. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Seega

$$P = c\rho S u(T_2 - T_1), \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

$$P = 4200\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}} \cdot 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^3 \cdot 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}15\,{}^\circ\mathrm{C} = 126\,\mathrm{W}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

6. (*SILMUS*) (*8 p.*) *Autor: Richard Friedrichs*

Kuna silmusesse sisenemise hetkest väljumiseni energiat juurde ei teki, siis kehtib energia jäävusest seos

$$E_{\text{kin. sisenemisel}} = E_{\text{kin. tipus}} + E_{\text{pot. tipus}}$$

$$m\frac{v_{sisenemisel}^2}{2} = m\frac{v_{tipus}^2}{2} + mgH$$

$$H = \frac{v_{sisenemisel}^2 - v_{tipus}^2}{2g}$$

Siit on näha, et kõrguse maksimeerimiseks on tarvilik siseneda silmusesse maksimaalse lubatud kiirusega ja saavutada tipus minimaalne lubatud kiirus (seda võib ka intuitiivselt tajuda). Asendades need kiirused sisse, saame

$$H = \frac{v_{max}^2 - v_{min}^2}{2g}.$$

Hindamsskeem:

- Energia jäävuse ära tajumine (kasvõi sõnaliselt) — [**2 p.**]
- Energia jäävuse kirjapanek potentsiaalse- ja kineetiliste energiate kaudu — [**1,5 p.**]
- Potentsiaalse- ja kineetiliste energiate lahtikirjutamine suurushaaval — [**2,5 p.**]
- Kõrguse avaldamine — [**1 p.**]
- Põhjendus, miks kasutada maksimaalset ja minimaalset lubatud kiirust — [**1 p.**]

7. (*ÖKONOOMNE SÕIT*) (*10 p.*) *Autor: Marten Rannut*

Ülesandes pole vahet, kas leiame kütusekulude suhte 100 m või 100 km kohta [**1 p.**] (juhul kui õpilane arvutab kütusekulud 100 km jaoks, siis anda see punkt juhul kui õpilane leiab korrektselt E_l 100 km jaoks). Linnas kiirendab auto iga 100 m tagant kiiruseni $v_l = 40\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 11{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ [**1 p.**]. Selleks kulub energia

$$E_l = \frac{mv_l^2}{2} = \frac{1500\,\text{kg} \cdot (11{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2} \approx 92{,}4\,\text{kJ}. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Maanteesõidul on auto kiirus $v_m = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ [**1 p.**]. Auto poolt tehtav töö õhutakistuse ületamiseks on $E_m = Fs$ [**1 p.**], seega

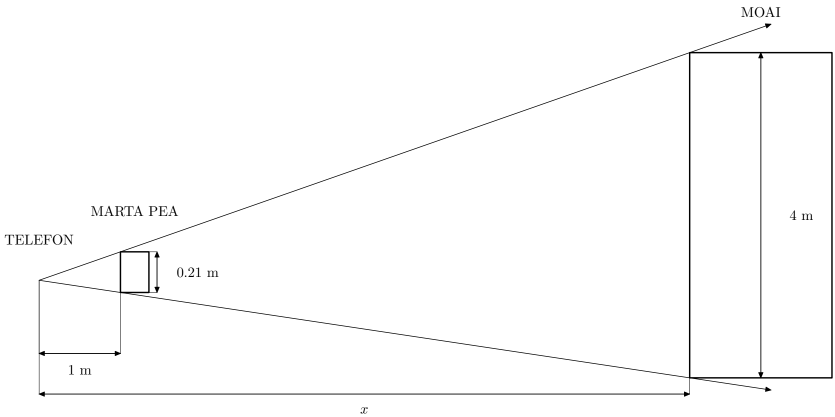
$$E_m = cv^2s = 1{,}3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot \left(25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 100\,\text{m} \approx 81{,}3\,\text{kJ}. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Kuna mootori kasutegur on mõlemal juhul sama, siis kütusekulude suhe on võrdne kuluva energia suhtega [**1 p.**]. Seega kütusekulude suhe on

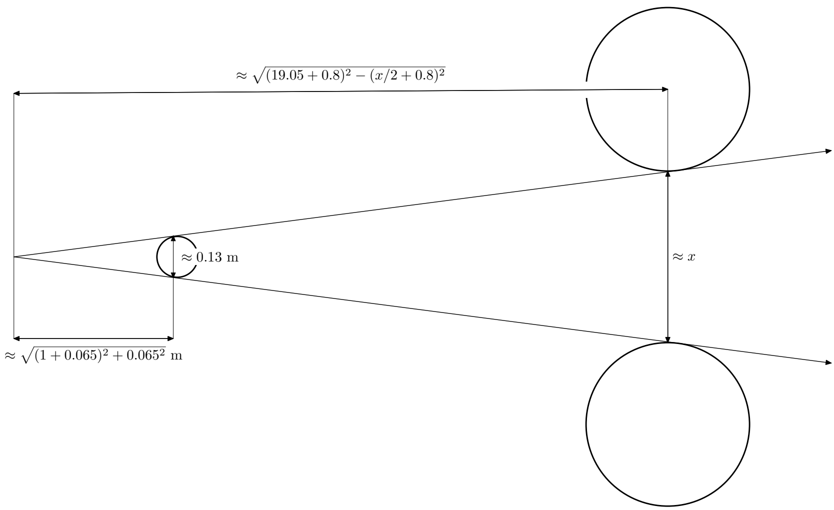
$$\frac{k_m}{k_l} = \frac{81{,}3\,\mathrm{kJ}}{92{,}4\,\mathrm{kJ}} \approx 0{,}88 \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

(või $k_l/k_m \approx 1{,}14$).

8. (*SELFIPULK*) (*10 p.*) *Autor: Richard Friedrichs*



Sarnaste kolmnurkade põhjal (näo pikkus jagada näo kaugusega telefonist peab andma sama nurga, sest nad paistaval pildilt sama pikad) $\frac{0.21}{1} = \frac{4}{x}$, kus x on kaugus telefonist Moai telefoni poolseima punktini meetrites. Saame, et $x = 19{,}05\,\mathrm{m}$.



Sarnaste kolmnurkade põhjal (Moaide vahekaugus ja Marta pea laius annavad sama nurga telefonile) saame

$$\frac{x-1,6}{\sqrt{(19,05+0,8)^2-(x/2+0,8)^2}}=\frac{0,13}{1+0,065}$$

. Lahendades tekkiva ruutvõrrandi saame, et sobib lahend $x = 2{,}406\,\mathrm{m}$.

Telefoni kaugus Moai kujude keskpunkte ühendava lõigu keskpunktist on (Pythagorasega) $\sqrt{(19,05+0,8)^2-(2,406/2+0,8)^2} = 19{,}75\,\mathrm{m}$, seega on Marta pea keskpunkti kaugus samast punktist $19,75-1-0,065 = 18{,}595\,\mathrm{m}$ ja saame Pythagorasega, et Marta kaugus kummagi Moia (lähimast punktist) on $\sqrt{18,585^2+(2,406/2+0,8)^2}-0,8-0,065 = 17{,}838\,\mathrm{m}$.

Hindamsskeem:
Moai ja telefoni kauguse leidmine (sobib ka kaugus Moai keskpunktini) — [**3 p.**]
Moaide vahelise kauguse leidmine (sobib ka kaugus Moaide keskpunktide vahel) — [**4 p.**]
Telefoni kauguse leidmine Moaide vahelisest punktist — [**1 p.**]
Marta kauguse leidmine Moaide vahelisest puntkist — [**1 p.**]
Marta kauguse leidmine kummastki Moaist (sobib ka kaugus Moai keskpunkti ja Marta pea keskpunkti vahel) — [**1 p.**]
Kui õpilane arvutab kaugustena distantse keskpunktide vahel ja on seda asjaolu ka konkreetselt maininud, siis on lihtne teha keskpunktide vahelisest kaugusest üleminek silindrite vahelisele kaugusele, seega selle eest punkte maha võtta ei tohi. Samas tuleks olla ettevaatlik, et õpilane ei tee segamini erinevaid kauguseid. Kui õpilane on ülesande alguses teinud koheselt vea, et pidanud telefoni kaugust Marta pea keskpunktist üheks meetriks, kuid edasi on kõik arvutused õiged (viga on edasikanduv), siis selle eest kaotab vaid [**0,5 p.**].

9. (*HÜDROELEKTRIJAAM*) (*12 p.*) *Autor: Richard Friedrichs*

Ajaühiku t jooksul läheb jaamast läbi $1\,\mathrm{m}^2\cdot v\cdot 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot t = 1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}vt$ vett. Eeldades, et kogu kaduma läinud vee energia läheb turbiini pööramisele, saame, et ajaühiku t jooksul on turbiin tootnud $0.1(E_p-E_k) = 0.1(mgH-mv^2/2) = 0.1m(gH-v^2/2) = 100vt(gH-v^2/2)$ džauli elektrienergiat. Järelikult avaldub selle võimsus kujul $P = E/t = 100v(gH-v^2/2)$ W. Asendades väärtused sisse saame $P = 580\,000\,\mathrm{W}$.

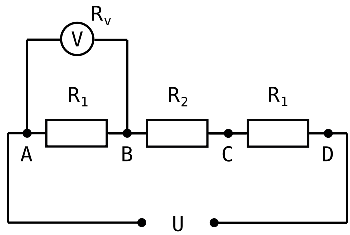
Hindamsskeem:

- Pole vahet, kas õpilane lahendab ülesande alguses algebraliselt läbi ja siis asendab suurused sisse või arvutab kõik vahesuurused
- Võimsuse valemi $P = E/t$ rakendus — [**0,5 p.**]
- Toodetud elektrienergia $E = (E_p - E_k)/10$ leidmine — [**3 p.**]
- Potentsiaalse energia $E_p = mgH$ ja kineetilise energia $E_k = mv^2/2$ leidmine — [**1 p.**]
- Üleminek vee massilt ajale $m = Sv\rho t = 1000vt$ — [**5 p.**]
- Aeg kui tundmatu taandub lõpuks võimsust arvutades ära (seda kontrollida ka siis, kui õpilane on otsustanud ülesande alguses fikseerida konkreetse aja) — [**1,5 p.**]
- Korrektsed arvutused — [**1 p.**]

10. (*VOLTMEETER*) (*12 p.*) *Autor: Päivo Simson*

Olgu voltmeetri sisetakistus R_v. Skeemi sümmeetriast ja võrdusest $V_{AB} = V_{CD}$ järeldub, et takistused R_1 ja R_3 peavad olema võrdsed, st $R_3 = R_1$. [**1 p.**]

1) Koostame kõigepealt skeemi, mis kujutab pinge mõõtmist punktide A ja B vahel. R_v ja R_1 on ühendatud rööbiti ja takistus punktide A ja B vahel on järelikult



$$R_{AB} = \frac{R_v R_1}{R_v + R_1}. \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

Skeemi kogutakistus on

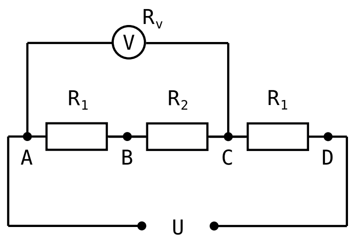
$$R_k = \frac{R_v R_1}{R_v + R_1} + R_1 + R_2. \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

Pinge kahe punkti vahel jaotub proportsionaalselt nende punktide vahelise takistusega ja järelikult

$$V_{AB} = U \cdot \frac{R_{AB}}{R_k} = \frac{U \frac{R_v R_1}{R_v + R_1}}{\frac{R_v R_1}{R_v + R_1} + R_1 + R_2} =$$

$$= \frac{U R_v R_1}{R_v(2R_1 + R_2) + R_1(R_1 + R_2)}. \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

2) Koostame skeemi, mis kujutab pinge mõõtmist punktide A ja C vahel. Analoogiliselt eelmise skeemiga saame



$$R_{AC} = \frac{R_v(R_1 + R_2)}{R_v + R_1 + R_2}, \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

$$R_k = \frac{R_v(R_1+R_2)}{R_v+R_1+R_2} + R_1, \qquad \textbf{[1 p.]}$$

$$V_{AC} = U \cdot \frac{R_{AC}}{R_k} = \frac{U\frac{R_v(R_1+R_2)}{R_v+R_1+R_2}}{\frac{R_v(R_1+R_2)}{R_v+R_1+R_2}+R_1} = $$
$$= \frac{UR_v(R_1+R_2)}{R_v(2R_1+R_2)+R_1(R_1+R_2)}. \qquad \textbf{[1 p.]}$$

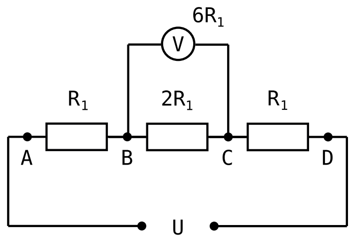
3) Paneme tähele, et V_{AB} ja V_{AC} murdavaldiste nimetajad on samad. Jagame need avaldised omavahel.

$$\frac{V_{AB}}{V_{AC}} = \frac{R_1}{R_1+R_2} = \frac{28}{84} = \frac{1}{3} \quad \Longrightarrow \quad R_2 = 2R_1. \qquad \textbf{[2 p.]}$$

Asendades saadud tulemuse V_{AB} avaldisse saame

$$\frac{126R_v}{4R_v+3R_1} = 28 \quad \Longrightarrow \quad R_v = 6R_1. \qquad \textbf{[2 p.]}$$

4) Nüüd saame leida voltmeetri näidu V_{BC}. Vastavalt skeemile saame



$$V_{AB} = U \cdot \frac{R_{BC}}{R_k} = \frac{126 \cdot \frac{2R_1 \cdot 6R_1}{8R_1}}{\frac{2R_1 \cdot 6R_1}{8R_1}+2R_1} =$$
$$= \frac{126 \cdot 12}{12+8\cdot 2} = 54\,\mathrm{V}. \qquad \textbf{[1 p.]}$$

E1. (*NÖÖPNÕELA DIAMEETER*) (*10 p.*) *Autor: Eero Uustalu*

Oluline on mõista et nööpnõela diameeter ei ole
joonlauaga otse mõõdetav. Seega peab mõõdetavat suurust suurendama.

Kuna nööpnõelad on ühesugused siis võime neid mõõta suvalises kombinatsioonis. Kolme nõela läbimõõdu saab mõõdetud ka nõelad kõrvuti asetades, kuid mõõde on endiselt liiga väike ja mõõtmine ebakindel

Mõõta võiks mööda joont. Tõmbame papile joone. Torkame ühe nõela risti joone peal papist läbi selliselt, et teravik väljuks mõned millimeetrid papi teisel poolel. Asetame teise nõela risti papile tõmmatud joonega, eelmise nõela vastu. Torkame kolmanda nõela sarnaselt esimese nõelaga ette tõmmatud joonel risti papist läbi, toetudes samaaegselt vastu kahte eelmist nõela.

Oluline oleks teine nõel asetada selliselt, et nõela pea asetseks papi sisse torgatud nõelale lähedal. Nimelt on sellisel juhul nõelte ristumiskohas teine nõel papi pinnast kõrgemal ja kolmas sisse torgatav nõel puutub temaga risti asetsevat nõela vaid oma sirge osaga. Selliselt ei kisu teraviku koonus nõela pappi sisse torkamisel rohkem esimese nõela poole kui kiiluks vahele pandud teise nõela diameeter lubaks. Selline kiskumine tooks kaasa, et esimese ja kolmanda nõela torkeaukude kesete vaheline kaugus oleks väiksem kui kaks nõela diameetrit, või siis venitaks emma-kumma torkeaukudest välja.

Saadud kolme nõela mõõt on endiselt väga halvasti joonlauaga mõõdetav. Seega tõmbame esimese nõela välja, asetame teise nõela sarnaselt eelmise korraga teisele poole kolmandat nõela ja torkame märgitud joonel tema taha esimese nõela, hoides samas jälle kõigi kolme nõela küljed omavahel kontaktis. Protsessi tuleks korrata kuni auguridadest on moodustunud hästi mõõdetav lõik pikkusega näiteks paar sentimeetrit.

Edasi tuleb mõõta äärmiste nõelaaukude kesete vahe ja jagada kahekordse lapiti asetatud nõelast jäänud tühikute arvuga

Näidiskatses tuli aukuderivi äärmiste torgete keskpunktide vaheliseks kauguseks 23,5 mm ja aukudevahelisi tühikuid oli 24, mis on siis kokku kogupikkusega 48 nõela diameetrit. Seega nõela diameeter oleks $23{,}5\,\mathrm{mm}/48 = 0{,}486\,\mathrm{mm}$.

Kui mõõdeti nõelaaukude rivi:
- Tõdemus, et üksiku nööpnõela diameeter ei ole otse mõõdetav — [**0,5 p.**]
- Idee mõõdetavat suurust peab suurendama — [**0,5 p.**]
- Idee asetada mitu nõela diameetrit järjest — [**0,5 p.**]
- Idee asetada nõelad vaheldumisi (püsti-pikali) ja mõõta rohkem kui kolme nõela lõbimõõdu pikkune torgete rivi tõstes nõelu ringi — [**1,5 p.**]
- Mõõtmiseks tõmmatakse papile joon ning nõela torked on vaid sellel joonel — [**1 p.**]
- Iga nõela torge on risti papiga — [**0,5 p.**]
- Pikali nõel on risti papile tõmmatud joonega — [**0,5 p.**]
- Lisanõela torkamise hetkel puutuvad kõik kolm nõela omavahel kokku —

[**1 p.**]

- Pikali vahenõel on piisavalt kõrgel papi kohal, et torgatav nõel puutuks torkamise hetkel vahenõela vaid sirge küljega — [**1 p.**]
- Kas aukuderivi on piisavalt pikk. Kui vähemalt 20 mm — [**1,5 p.**] (Kui aga vähemalt 13 mm siis — [**1 p.**] ja vaid üle 9 mm — [**0,5 p.**])
- Nõela diameeter on korrektselt arvutatud — [**0,5 p.**]
- Nõela diameetri väärtus on tõepärane (ei erine tõelisest üle 10 %) — [**1 p.**]

Kui mõõdeti vaid kolme kõrvuti asetatud nõela:

- Kokku maksimaalselt kuni — [**3 p.**]

Kui mõõdeti vaid ühte nõela:

- Kokku maksimaalselt kuni — [**1 p.**]

E2. (*PLIIATSI TIHEDUS*) (*14 p.*) *Autor: Eero Uustalu*

Pliiatsi tiheduse mõõtmiseks kasutame üleslükkejõudu. Asetades pliiatsi vette märkame, et pliiats ujub. Sellisel juhul:

$$\rho_v V_v = \rho_p V_p$$

kus ρ_p on pliiatsi tihedus, V_p on pliiatsi koguruumala, ρ_v on vee tihedus ja V_v on väljatõrjutud vee ruumala (ehk see osa pliiatsi ruumalast, mis on vees). Lihtsalt pliiatsi vette pannes lebab see aga lapiti vees ja seega on täpne vees oleva ruumala osa täpne määramine võimatu. (Lisaks segab mõõtmist ka pindpinevusjõud ja sellest tulenev kaardunud veepind pliiatsi ümber.)

Ku saaksime pliiatsi asetada vette püstisena, siis oleks vette uputatud osa ruumala määramine üsna lihtne:

$$\rho_v h_v S_p = \rho_p h_p S_p$$

kus h_p on pliiatsi pikkus, h_v on vette uputatud pliiatsi osa pikkus ja S_p on pliiatsi ristlõikepindala. Ja seega saaksime:

$$\rho_p = \frac{\rho_v h_v}{h_p}$$

Aga pliiatsit ei tohi mingite ümritsevate esemetaga seotud objektiga püstisena hoida, sest süsteemi lisanduksid määramatud jõud ja/või hõõrdejõud. Pliiatsi saaks püsti, kui tema alumisse otsa saaks kinnitada piisavalt suure lisaraskuse.

Selleks võib ühe kirjaklambritest painutada sirgeks ja saadud traadi keerata mitmeid keerde ümber pliiatsi ning jättes ühe või kaks otsa üles suunatud konksudeks. Tegelikult võib traadi vabast otsast moodustada konksu ka otse pliiatsi otsa alla. Et spiraal pliiatsilt maha ei libiseks, tuleb ta pliiatsilt eemaldada ning saadud traatrõngad natuke rohkem kokku deformeerida (selliselt, et traatrõnga läbimõõt väheneks) ja saadud tihedalt istuv rõngas pliiatsi otsa ajada.

Nüüd on võimalik konksu otsa järjest kirjaklambreid lisades (vahepeal peab pliiatsi veest klambrite lisamiseks välja tõstma) pliiats ilusti vette püsti saada ja hiljem ka peaaegu ära uputada, jättes vaid pisikese osa pliiatsist veest välja. Saame olukorra:

$$\rho_v S_p (h_v + n_1 \cdot h_{\text{klamber}}) + n_1 \cdot \rho_v V_{\text{klamber}} = \rho_p h_p S_p + n_1 \cdot m_{\text{klamber}}$$

Kus n_1 on lisatud klambrite arv, h_{klamber} on klambri lisamise tõttu täiendavalt vette vajunud pliiatsi osa pikkus, V_{klamber} on ühe klambri ruumala ja m_{klamber} on ühe klambri mass.

Mõõdame väljaulatuva pliiatsi osa pikkuse h_{n_1}. Saame:

$$h_{n_1} = h_p - h_v - n_1 \cdot h_{\text{klamber}}$$

Kui nüüd vähendame järk-järgult lisatud klambrite arvu kuni pliiats veel vees püstises asendis on, saame:

$$\rho_v S_p (h_v + n_2 \cdot h_{\text{klamber}}) + n_2 \cdot \rho_v V_{\text{klamber}} = \rho_p h_p S_p + n_2 \cdot m_{\text{klamber}}$$

kus n_2 on järele jäänud klambrite arv.

Mõõdame väljaulatuva pliiatsi osa pikkuse h_{n_2}. Saame:

$$h_{n_2} = h_p - h_v - n_2 \cdot h_{\text{klamber}}$$

ja lahutades h_{n_1} avaldisest h_{n_2} saame

$$h_{\text{klamber}} = \frac{h_{n_1} - h_{n_2}}{n_1 - n_2}$$

ning asetades saadud seose h_{n_1} avaldisse, avaldame

$$h_v = h_p - h_{n_1} - n_1 \cdot \frac{h_{n_1} - h_{n_2}}{n_1 - n_2}$$

Saadud väärtuse aga saame lisada avaldisse

$$\rho_p = \frac{\rho_v h_v}{h_p} = \frac{\rho_v}{h_p} \cdot \left(h_p - h_{n_1} - n_1 \cdot \frac{h_{n_1} - h_{n_2}}{n_1 - n_2} \right)$$

Testkomplektiga mõõtes saime järgmised väärtused:

$$\begin{aligned} h_p &= 150\,\mathrm{mm} \\ n_1 &= 6 \\ n_2 &= 4 \\ h_{n_1} &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \\ h_{n_2} &= 12{,}5\,\mathrm{mm} \\ \rho_v &= 1\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \end{aligned}$$

Asetades väärtused ülaltoodud avaldisse saame $\rho_p = 0{,}757\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$.

- Tõdemus, et lapikult vees lebava pliiatsi tihedust täpselt mõõta ei saa — [**0,5 p.**].
- Idee asetada klambritest lisaraskus ühte otsa — [**1 p.**].
- Mõistmine, et kõik kirjaklamrid on ühesuguse massiga koormised — [**0,5 p.**].
- Korrektne avaldis püstioleva mittekoormatud homogeense pliiatsi tiheduse leidmiseks — [**1 p.**].
- Avaldis, kus seotakse klambri lisamass vette vajunud pliiatsi lisaruumalaga ja seega ka lisandunud vette vajunud pliiatsiosa kõrgusega — [**1,5 p.**].
- Idee, et kui on teada kaks eri lisamassi juhtu, saab leida pliiatsi lisandunud vettevajumise kõrguse ühe lisamassi kohta (h_{klamber}) — [**2 p.**].
- Klambritest eri massiga lisaraskused on pliiatsi otsa edukalt kinnitatud — [**1 p.**].
- On leitud pliiatsi pikkus ([**0,5 p.**]), kahe lisamassi juhtumi kirjaklambrite arvud (kumbki [**0,5 p.**]), kaks vastavat pliiatsi uppunud (või õhus) oleva osa pikkust (kumbki [**0,5 p.**]) — kokku [**2,5 p.**].
- Lisamassist tingitud sissevajumise üks punkt on mõõdetud pea pliiatsi uppumise piirile — [**1 p.**].
- Lisamassist tingitud sissevajumise üks punkt on mõõdetud olukorras, kus pliiats veel enam-vähem vertikaalselt püsti püsib — [**1 p.**].
- Vettevajunud osa pikkusest on lisamassidest lisandunud väärtused maha arvestatud — [**0,5 p.**].
- Arvutatud pliiatsi tihedus — [**0,5 p.**].
- Pliiatsi tiheduse väärtus on tõepärane (ei erine tõelisest üle 10%) — [**1 p.**].

KUI mõõtmine viidi läbi püstise, kuid väliste jõudude või esemet poolt toetatuna (võimalik hõõrdejõu mõju), siis kokku maksimaalselt kuni [**3 p.**], võivad lisanduda lisapunktid õigete avaldiste eest.

KUI mõõtmine viidi läbi vees lapikult lebava pliiatsiga, siis kokku maksimaalselt kuni [**1 p.**], võivad lisanduda lisapunktid õigete avaldiste eest.