

## 5. Kontrollsumma (summa)

2 sek

60 punkti

Kontrollsummad aitavad tuvastada vigu andmete edastamisel või sisestamisel. Selleks on leiutatud palju erinevaid algoritme. Siin ülesandes vaatame ühte lihtsaimat neist: arvujada  $(A_1, A_2, \dots)$  kontrollsumma on

$$(A_1 \cdot K_1 + A_2 \cdot K_2 + \dots + A_N \cdot K_N + A_{N+1} \cdot K_1 + \dots) \bmod 10,$$

kus  $K_1, K_2, \dots, K_N$  on mingid konstandid. Pane tähele, et jada  $K$  käsitletakse perioodilisena: kui  $A$  pikkus ületab  $K$  pikkust, kasutatakse  $K$  elemente algusest peale uuesti. Kui  $A$  on lühem, siis jäävad mõned  $K$  elemendid lihtsalt kasutamata.

Juku leidis süsteemi, mis kasutab eelkirjeldatud kontrollsummat. Aga ta ei tea, milline on selles süsteemis jada  $K$  pikkus  $N$  või selle elementide  $K_i$  väärtused. Ta teab ainult, et  $N \leq 1000$  ja  $1 \leq K_i \leq 9$ . Juku saab teha süsteemile päringuid. Iga päring on mingi arvujada ja süsteem annab vastuseks selle jada kontrollsumma. Juku klaviatuuril on klahv 0 natuke katki ja seetõttu on seda numbrit raskem sisestada. Sellepärast sooviks ta päringutes numbrit 0 mitte kasutada.

Kirjuta Jukule programm, mis leiab jada  $K$  pikkuse ja selle elementide väärtused.  $K$  perioodilisuse tõttu on võimalike vastuseid lõpmata palju; väljastada neist kõige lühem.

**Suhtlus.** See on interaktiivne ülesanne, kus programm võib testimissüsteemile päringuid esitada. Päringu esitamiseks tuleb väljastada rida kujul

?  $A_1 A_2 A_3 \dots A_M$

kus  $1 \leq M \leq 5000$  ja  $0 \leq A_i \leq 9$  on programmi valitud. Testimissüsteem väljastab selle peale eraldi reale ühe täisarvarvu: jada  $A$  kontrollsumma  $(A_1 \cdot K_1 + A_2 \cdot K_2 + \dots + A_M \cdot K_M) \bmod 10$ .

Lõpuks peab programm esitama leitud  $K$ . Selleks tuleb väljastada rida kujul

!  $K_1 K_2 K_3 \dots K_N$

ja seejärel programmi töö lõpetada.

Näide.	Päring	Vastus
	? 7 1 6	3
	? 5 6 4	1
	? 1 2 3	0
	! 3 4	

Selles näites on  $N = 2$  ja  $K = (3,4)$ . Jada  $A = (7,1,6)$  kontrollsumma on siis  $(A_1 \cdot K_1 + A_2 \cdot K_2 + A_3 \cdot K_1) \bmod 10 = (7 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 6 \cdot 3) \bmod 10 = 43 \bmod 10 = 3$ . (Pane tähele, et  $K$  kordub, kuna see on lühem kui  $A$ .)

Jada  $A = (5,6,4)$  kontrollsumma on  $(A_1 \cdot K_1 + A_2 \cdot K_2 + A_3 \cdot K_1) \bmod 10 = (5 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 4 \cdot 3) \bmod 10 = 51 \bmod 10 = 1$ .

Viimases päringus tuleb summa väärtuseks 20 ja seega kontrollsummaks 0.

**Hindamine.** Selles ülesandes on testid jagatud gruppidesse. Iga grupi eest saavad punkte ainult need lahendused, mis **läbivad kõik sellesse gruppi kuuluvad testid**. Lahendus teenib 100% grupi väärtusest, kui grupi kõigis testides on kasutatud ainult  $A_i > 0$ ; kui grupi mõnes testis mõni  $A_i = 0$ , teenib lahendus 75% grupi väärtusest. Gruppides kehtivad järgmised lisatingimused:

- (2 punkti)  $K$  pikkus on 1.
- (3 punkti)  $K$  pikkus on 2.
- (5 punkti)  $K$  pikkus on maksimaalselt 5.
- (10 punkti)  $K$  pikkus on maksimaalselt 100.

- (20 punkti)  $K$  pikkus on maksimaalselt 500.
- (20 punkti) Lisapiirangud puuduvad.

**Märkus.** Et tagada programmi väljastatud andmete testimissüsteemi kohale jõudmine, tuleb iga rea järel väljundpuhver tühjendada:

Programmikeel	Käsk
C/C++	<code>fprintf(stdout, ...);</code> või <code>printf(...);</code> <code>fflush(stdout);</code>
C++	<code>cout &lt;&lt; ... &lt;&lt; endl;</code> või <code>cout &lt;&lt; ... &lt;&lt; "\n" &lt;&lt; flush;</code>
Python	<code>print(..., flush=True)</code> või <code>sys.stdout.write(...)</code> <code>sys.stdout.flush()</code>