

Eesti koolinoorte 34. füüsika lahtine võistlus

2. detsember 2023. a.

Vanema rühma lahendused (11.–12. klass)

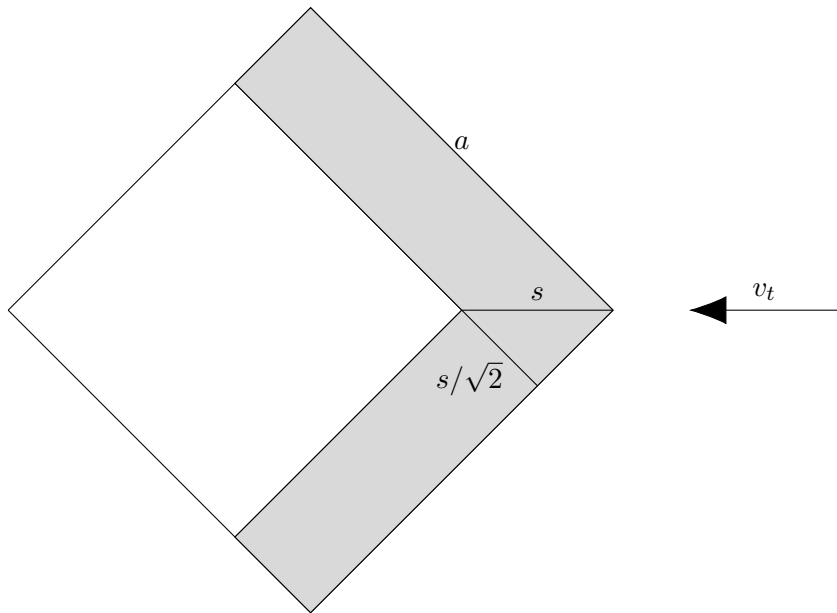
1. (PAVILJON) (6 p.) Autor: Uku Andreas Reigo

Mõistame, et ülesande tingimustest tuletatav piiskade vertikaalne kiirus v sõltub tuule suunast ruudukujulise paviljoni suhtes. Mõlemal korral vihma-piiskade horisontaalne nihe allpool katuseserva on $s = v_t T = \frac{v_t H}{v}$, kus T on kukumisaeg katuseservast põrandani. Esimesel juhul olgu tuule suund paviljoni mingi küljega risti:

a) et 20% põrandast märguks, peab piiskade horisontaalne nihe olema 20% ruudu külje pikkusest.

$$s = \frac{v_t H}{v} = 0.2a$$
$$\implies v = \frac{v_t H}{0.2a} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Teine juht, tuule suund on piki ruudu diagonaali.

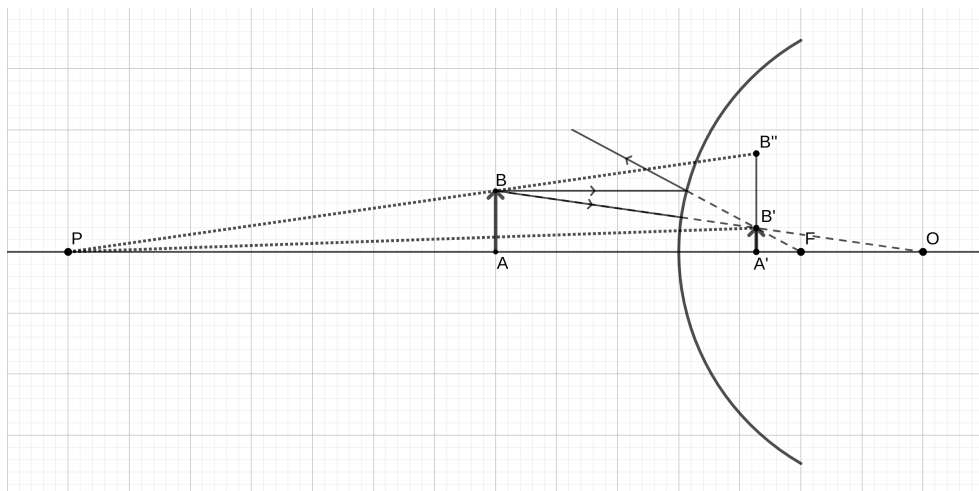


Näeme, et kui kuiva ruudu külje pikkus on $b = a - \frac{s}{\sqrt{2}}$, ning kuiv ruut moodustab 80% kogu ruudust, siis:

$$\begin{aligned}
 b^2 &= (1 - 0.2)a^2 \\
 \Rightarrow b &= \sqrt{0.8}a = a - \frac{s}{\sqrt{2}} \\
 \Rightarrow s &= \sqrt{2}(a - \sqrt{0.8}a) \\
 \Rightarrow v &= \frac{v_t H}{s} = \frac{v_t H}{\sqrt{2}(a - \sqrt{0.8}a)} \approx 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

Leiame, et minimaalne ja maksimaalne võimalik vihmapiisa kiirus on vastavalt $v_{min} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ja $v_{max} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2. (KUMERPEEGEL) (6 p.) Autor: Richard Luhtaru



Ese paistab kumerpeeglis sama suur, kui suur paistaks selle kujutis ilma kumerpeeglita. Leiame kõigepealt eseme AB kujutise A'B', tõmmates ühe kiire otse läbi punkti O ja teise kiire kõigepealt paralleelselt optilise peateljega ja seejärel läbi fookuse F.

Selleks, et leida kui palju paistab kujutis A'B' väiksem esemest AB, peame lisaks füüsilisele suurusele arvestama ka kaugusega. Jooniselt näeme, et näivate suuruste suhe on sama, mis on lõikude A'B' ja A'B'' suhe. Jooniselt hindame, et A'B' pikkus on 2 ruutu ja A'B'' pikkus on 8 ruutu. Seega kumerpeeglis paistab ese 4 korda väiksem.

3. (KUMMIPAEL) (8 p.) Autor: Valter Kiisk

Esimese katse jaoks saame jõudude tasakaalutingimuse $k\Delta L = mg$, kus k on kummipaela jäikustegur ja m on koormise mass (mõlemad tundmatud). Siit saame avaldada suhte $mg/k = \Delta L$. Teises katses on kummipael juba algselt tugevasti deformeeritud olekus, kus tõmbejõud kummipaelas on kL (sest pikkuse muut on L). Eeldame, et seetõttu läbivajumine $x \ll L$. Sel juhul, ühelt poolt, läbivajumisest tingitud kummipaela pikenemine on tühine ja seeläbi ka pinge paelas jääb peaaegu muutumatuks. Teiselt poolt, kummipael moodustab horisontaalsihiga nurga $\varphi \approx x/L$. Piki kummipaela suunatud jõu kL projektsioon vertikaalsihile on siis ilmselt $kL \sin \varphi \approx kL\varphi \approx kx$. Kuivõrd kummipaelal on nüüd kaks poolt, mis mõlemad ühtviisi panustavad koormise mg tasakaalustamisse, siis $2kx = mg$, millest

$$x = \frac{mg}{2k} = \frac{\Delta L}{2} = 1 \text{ cm.}$$

4. (KONDENSAATORID) (8 p.) Autor: Päivo Simson

Enne laadimise algust on esimese kondensaatori energia

$$E_1 = \frac{C_1 U_0^2}{2} = 4500 \text{ J}$$

ja teise energia on null. Laadimise käigus toimub kondensaatorite vahel laengu ümberjaotumine, kuid kogulaeng q säilib. Laadimisprotsess toimub seni, kuni kondensaatorite pinged võrdsustuvad. Lõpp-pinge U saame leida laengu jäävuse seadusest:

$$q = C_1 U_0 = C_1 U + C_2 U \quad \implies \quad U = \frac{C_1 U_0}{C_1 + C_2} = 6 \text{ kV.}$$

Laadimise lõpuks on kahe kondensaatori koguenergia

$$E_2 = \frac{C_1 U^2}{2} + \frac{C_2 U^2}{2} = \frac{(C_1 + C_2) U^2}{2} = 1800 \text{ J.}$$

Näeme, et see on väiksem kui esimese kondensaatori energia enne laadimise algust. Puuduolev energia eraldus järelikult süsteemist soojusena, peamiselt hõõglambi põlemisel. Otsitav soojushulk on seega

$$Q = E_1 - E_2 = 2700 \text{ J.}$$

Märkus: ülesande võib lahendada ka vahetulemusi kasutamata. Energia ja laengu jäävustest saame

$$\begin{cases} \frac{C_1 U_0^2}{2} = \frac{C_1 U^2}{2} + \frac{C_2 U^2}{2} + Q \\ C_1 U_0 = C_1 U + C_2 U \end{cases} \implies Q = \frac{C_1 C_2 U_0^2}{2(C_1 + C_2)} = 2700 \text{ J.}$$

5. (ELEKTRIAUTO) (10 p.) Autor: Valter Kiisk

a) Autot kiirendav jõud avaldub võimsuse P ja kiiruse v kaudu: $F = P/v$. Graafikult on näha, et väikestel kiirustel P kasvab võrdeliselt v -ga, nii et

$$F = \frac{310 \text{ kW}}{65 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \approx \frac{310\,000 \text{ W}}{18 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 17\,200 \text{ N}$$

Suurematel kiirustel P jääb konstandiks või väheneb, seega maksimaalne veojõud ongi $17\,200 \text{ N}$ ja vastav kiirendus $a = F/m = 7,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

b) Kuni kiiruseni $v_1 = 65 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ kulgeb auto ühtlase kiirendusega $a = 7,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Selle kiiruse saavutamiseks kulub aega

$$t_1 = \frac{v_1}{a} = \frac{18 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{7,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 2,3 \text{ s.}$$

Suurematel kiirustel (kuni $v_2 = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$) mootori võimsus on konstant ($P = 310 \text{ kW}$), seega kiirendus ajas muutub. Kiirenduse asemel on nüüd mugavam opereerida kineetilise energiaga. Kogu kasulik võimsus läheb auto kineetilise energia suurendamiseks, seega

$$Pt_2 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

millest

$$t_2 = \frac{m}{2P}(v_2^2 - v_1^2) \approx \frac{2200 \text{ kg}}{2 \cdot 310\,000 \text{ W}} \left[\left(28 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(18 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \right] \approx 1,6 \text{ s.}$$

Seega aega kulub kokku $t_1 + t_2 = 3,9 \text{ s}$.

6. (VÕIMAS MOOTOR) (10 p.) Autor: Marten Rannut

Arvutame, mitu põlemistakti N toimub mootoris 1 minuti jooksul. 4-taktilise mootori silindris toimub põlemistakt iga teine pööre ehk peame lisama konstandi $1/2$ $N = 1/2 \cdot fn = 1/2 \cdot 8000 \frac{1}{\text{min}} \cdot 4 = 16000$

Tulenevalt ideaalgaasi seadusest $V \cdot p = \frac{m}{\mu} RT$ (kus V on gaasi ruumala, p rõhk m mass, μ molaarmass, R universaalne gaasikonstant ja T temperatuur) on gaasi tihedus $\frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$. Seega, kui gaasi tihedus temperatuuril T_1 on ρ , siis gaasi isobaarilisel soojendamisel temperatuurile T_2 muutub selle tihedus vastavalt valemile $\rho_2 = \rho \frac{T_1}{T_2}$.

Arvutame palju kütust m põletab 1 põlemistakt, kui silindri maht on v . $m = \rho_2 v / \gamma = \rho \frac{T_1}{T_2} v / \gamma = 1,2 \frac{\text{g}}{\text{L}} \frac{293\text{K}}{333\text{K}} 0,5 \text{ L} / 14,7 \frac{\text{g}}{\text{g}} = 0,036 \text{ g}$

Kogu põletatud kütuse mass $M = N \cdot m = 0,036 \text{ g} * 16000 = 576 \text{ g}$

Arvutame mootori võimsuse $M\epsilon\eta \frac{1}{60\text{s}} = 576 \text{ g} \cdot 46 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} \cdot 0,37 \cdot \frac{1}{60\text{s}} = 163 \text{ kW}$

Päris K20A mootori võimsus ongi umbes 162-165 kW olenevalt variandist.

7. (SOOJUSPUMP) (10 p.) Autor: Jaan Kalda

Oletame, et toa efektiivne soojusmahtuvus on C . Efektiivne soojusmahtuvus iseenesest ei pruugi olla üheselt mõistetav suurus, sest nt lühikese aja jooksul ei jõua seinte sügavamad osad veel soojeneda, mistõttu efektiivne soojusmahtuvus kasvab koos vaadeldava karakterse ajavahemikuga. Antud juhul aga loodame, et karakterised ajavahemikud — t_1 ning hilisemas töörežiimis protsessi poolperiood — tulevad samas suurusjärgus. Kui soojuspumba kütmisvõimsus on P , siis saame $Pt_1 = C(T_1 - T_0)$. Kui toa temperatuur on T_f , siis on ka soojuskadude võimsus P_f ; üldjuhul on soojuskadod võrdelised sise- ja välis-temperatuuride vahega, st soojuskadude võimsus $P_s = P(T - T_0)/(T_f - T_0)$. Nüüd saame välja kirjutada tingimused töörežiimis soojuspumba töötamise (t_s) ja puhkamise (t_v) ajavahemilke jaoks: $t_v P(T_k - T_0)/(T_f - T_0) = C(T_3 - T_2)$ ning $t_s [P - P(T_k - T_0)/(T_f - T_0)] = t_s P(T_f - T_k)/(T_f - T_0) = C(T_3 - T_2)$, kus $T_k = (T_3 + T_2)/2 = 22^\circ\text{C}$ on toa keskmine temperatuur. Asendades C esimesest võrrandist saame

$$t_v = t_0 \frac{T_3 - T_2}{T_1 - T_0} \frac{T_f - T_0}{T_k - T_0} = 30 \text{ min}$$

ning

$$t_s = t_0 \frac{T_3 - T_2}{T_1 - T_0} \frac{T_f - T_0}{T_f - T_k} = 30 \text{ min.}$$

Seega koguperiood $t_k = t_v + t_s = 60 \text{ min}$.

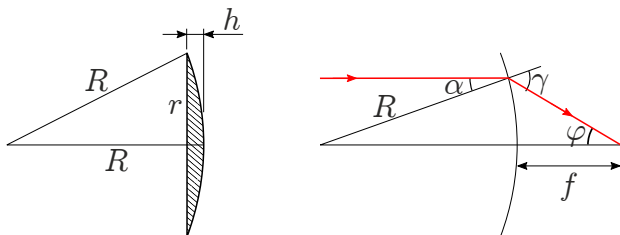
8. (LÄÄTS) (10 p.) Autor: Valter Kiisk

1) Tähistame läätsede raadiuse $r = \frac{1}{2} \cdot 25,4 \text{ mm} = 12,7 \text{ mm}$ (vt joonis). Läätsede kumerpinnaga kaetud osa paksus on ilmselt $h = 3,1 \text{ mm} - 2,0 \text{ mm} = 1,1 \text{ mm}$. Nüüd Pythagorase teoreemi põhjal $R^2 = r^2 + (R - h)^2$, millest

$$R = \frac{r^2 + h^2}{2h} = \frac{(12,7 \text{ mm})^2 + (1,1 \text{ mm})^2}{2 \cdot 1,1 \text{ mm}} \approx 73,8 \text{ mm}.$$

2) Läätsede langevad paralleelsed kiired koonduvad fookuses. Õhukese läätsede eeldusel võime fookuskauguseks lugeda lihtsalt fookuspunkti kauguse mistahes murdvast pinnast. Kõige lihtsam on seda analüüsi teha valguskiire jaoks, mis langeb läätsede vasakult, paralleelselt optilise peateljega. Seega esimesel pinnal murdumist ei toimu. Olgu langemisnurk kumerpinnale α ja murdumisnurk γ . Snelli seadusest $n \sin \alpha = \sin \gamma$. Kuna valguskiir eeldatavasti kulgeb optilise peatelje lähedal, siis kõik nurgad on väikesed, nii et $\sin \alpha \approx \alpha$ ja $\sin \gamma \approx \gamma$. Seega $\gamma \approx n\alpha$ ja $\varphi = \gamma - \alpha \approx (n - 1)\alpha$. Langev kiir kulgeb optilisest teljest kaugusel $a = R \sin \alpha \approx \alpha R$. Samamoodi, pärast murdumist $\varphi f \approx a$ ehk

$$f \approx \frac{a}{\varphi} = \frac{\alpha R}{(n - 1)\alpha} = \frac{R}{n - 1} \approx 142 \text{ mm}.$$



9. (KLOTS JA SILINDER) (12 p.) Autor: Taavet Kalda

Olgu nõlva kaldenurk α ning hõõrdetegur μ .

Kuna silinder veeres libisemata, asus selle pöörlemiskese silindri ja mäenõlva kontaktpunktis. Vaatleme jõumomentide tasakaalu selle punkti suhtes. Kui silindri nurkkiirendus on ϵ , siis

$$I'\epsilon = mgR \sin \alpha,$$

kus $I' = mR^2/2 + mR^2 = 3/2mR^2$ on silindri inertsimoment kontaktpunkti läbiva telje suhtes (kasutades Steineri teoreemi). Silindri kiirendus on seega

$$a_1 = R\epsilon = \frac{mR^2}{I'} \sin \alpha = \frac{2}{3}g \sin \alpha.$$

Klotsi kiirendus allamäge takistab hõõrdejõud $mg \cos \alpha \mu$ ning kiirendab raskusjõud $mg \sin \alpha$. Klotsi kiirendus on seega

$$a_2 = g \sin \alpha \mu - g \cos \alpha \mu.$$

Peale silindri ja klotsi ühendamist hakkavad nad ühtse kehana mäest alla kiirenema kiirendusega a_3 . Kui liigese pinge on T , siis silindrile mõjuvad jõud on raskuskiirendus, liigese pinge ning hõõrdejõu ja toereaktsiooni resultant. Kuna silinder ei libise, võime silindri jõumomentide tasakaalu jälle mäenõlva kontaktpunkti suhtes vaadelda (sest siis $a_3 = \epsilon/R$):

$$I' \epsilon = mgR \sin \alpha + TR = I' \frac{a_3}{R}.$$

Liigese pinge on seega

$$T = \frac{3}{2} ma_3 - mg \sin \alpha.$$

Klotsile mõjuvad sarnaselt liigese pinge, raskuskiirendus ning hõõrdejõu ja toereaktsiooni resultant. Mäenõlvaga paralleelne jõudude tasakaal esitub kujul

$$ma_3 = mg \sin \alpha - T - mg \cos \alpha \mu = 2mg \sin \alpha - \frac{3}{2} ma_3 - mg \cos \alpha \mu.$$

Seega,

$$a_3 = \frac{4}{5} g \sin \alpha - \frac{2}{5} g \cos \alpha \mu.$$

Näeme, et

$$a_3 = \frac{2}{5} a_2 + \frac{3}{5} a_1.$$

Ei tule suure üllatusena et tegu on kaalutud keskmisega, kus kiirendus on esimese ja teise stsenaariumite kiirenduste vahel.

Kui mäenõlva pikkus on L , siis kehtib $L = at^2/2$, st

$$\begin{aligned} t_3 &= \sqrt{\frac{2L}{a_3}} = \sqrt{\frac{2L}{\frac{2}{5}a_2 + \frac{3}{5}a_1}} = \sqrt{\frac{2L}{\frac{2}{5} \frac{2L}{t_2^2} + \frac{3}{5} \frac{2L}{t_1^2}}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{2t_1^2 + 3t_2^2}} t_1 t_2 = 5,6 \text{ s.} \end{aligned}$$

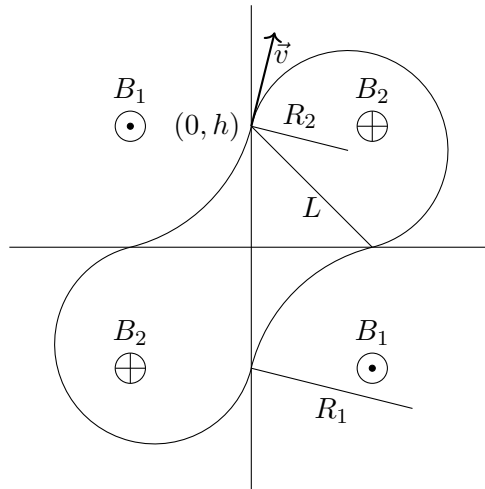
10. (KÕVER TRAJEKTOOR) (12 p.) Autor: Uku Andreas Reigo

Et trajektoor on kinnine ja ülesanne on mitmes mõttes sümmeetriline (näiteks laengu ja alge suuna vahetamise korral peaks töötama, lisaks ka olukorra peegeldamisel üle sirge $y=x$), siis on näha, et nurk kiirusvektori ja x-telje vahel, kui elektron lahkub 1. veerandist, on samuti α .

Edaspidi annan kõik nurgad positiivse x-telje suhtes vastupäeva mõõdetuna.

Algne nurk on $\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha$. 1. sektorist väljudes on nurk $\theta_2 = \alpha - \pi$, ehk $\Delta\theta = 2\alpha - \frac{3\pi}{2}$, seega sealne trajektoori osa moodustab $\frac{2\alpha - \frac{3\pi}{2}}{2\pi} = \frac{\alpha}{\pi} - \frac{3}{4}$ ringist. Järeldub ka, et kesknurk sisenemis- ja väljumispunkti vahel 1. sektoris on $\gamma = \frac{\pi}{2} + 2\alpha$

Samuti sümmeetriast teame, et trajektoor lõikab x-telge punktis $(h, 0)$. Seega on sisenemis- ja väljumispunkti ühendava kõõlu pikkus $L = \sqrt{2}h$ ning ringi raadius $R_2 = \frac{L}{2\sin\frac{\gamma}{2}} = \frac{\sqrt{2}h}{2\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha)}$



Näidislahend $a = 14^\circ$ korral. $R_2 \approx 0.83h$ ja $R_1 \approx 1.38h$

2. sektoris viib sarnane arutelu arusaamani, et nurk muutub väärtuselt $\theta_2 = \alpha - \pi$ väärtuseks $\theta_3 = \frac{-\pi}{2} - \alpha$, läbides nurga $\Delta\theta = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$. Seega kesknurk sisenemis- ja väljumispunkti vahel on $\gamma = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$. Neid punkte ühendava kõõlu pikkus on jälle $L = \sqrt{2}h$ ning raadius $R_1 = \frac{L}{2\sin\frac{\gamma}{2}} = \frac{\sqrt{2}h}{2\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)}$

Et magnetväljas tiirleva elektroni tiirlemisraadius $R = \frac{mv}{qB}$, siis

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{B_2}{B_1} = \frac{\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha)}{\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)}$$