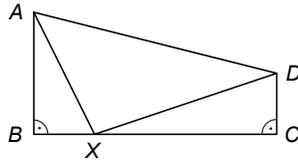


23. В прямоугольной трапеции $ABCD$ длины оснований AB и CD равны соответственно 4 и 2. На меньшей боковой стороне BC , длина которой 8, выбирают точку X , при которой сумма длин отрезков AX и DX наименьшая возможная. Найди эту наименьшую сумму длин отрезков AX и DX .



- A: $9\sqrt{2}$ B: 12 C: 13 D: 10
E: Среди вариантов A, B, C и D нет верного ответа.

24. У Димы несколько одинаковых 12-гранных кубиков, на гранях которых записаны числа от 1 до 12. При броске любого кубика вероятность выпадения каждого числа одинаковая. Если Дима бросит все имеющиеся у него кубики одновременно, то вероятность того, что ровно на одном кубике выпадет число 12, равна вероятности того, что на ни одном кубике не выпадет число 12. Сколько всего кубиков у Димы?

- A: 8 B: 11 C: 9 D: 12 E: 10

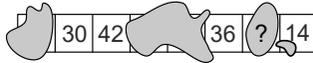
25. Дана квадратичная функция $p(x) = ax^2 + bx + c$. Найди $a + b + c$, если для любого действительного числа x действует равенство $p(x + 1) = x^2 - x + 2 \cdot p(6)$.

- A: -40 B: -6 C: 12 D: 40
E: Среди вариантов A, B, C и D нет верного ответа.

26. Для чисел x , y и z выполняются равенства $2^x = 3$, $2^y = 7$ и $6^z = 7$. В каком из вариантов ответа данное равенство является верным?

- A: $z = \frac{y}{1+x}$ B: $z = \frac{x}{y} + 1$ C: $z = \frac{y}{x} - 1$ D: $z = \frac{x}{y-1}$ E: $z = y - \frac{1}{x}$

27. Изначально в каждой из восьми клеток полоски было число 0. В каждый ход Яна выбирала какие-то 4 последовательные клетки и в каждую из них вместо предыдущего числа записывала новое число, которое было на 1 больше предыдущего числа. На рисунке показан результат после некоторого количества ходов, где четыре числа в клетках скрыты пятнами. Найди, какое число скрыто пятном со знаком вопроса.



- A: 24 B: 30 C: 36 D: 48
E: Среди вариантов A, B, C и D нет верного ответа.

28. Квадратичная функция $y = f(x)$ имеет ровно два различных нуля x_1 и x_2 . Для каждого действительного числа x выполняется равенство $f(20 - x) = f(22 + x)$. Найди $x_1 + x_2$.

- A: -1 B: 20 C: 21 D: 22
E: Среди вариантов A, B, C и D нет верного ответа.

29. На окружности через равные промежутки отмечены 12 точек. Март нарисовал все возможные треугольники, у которых все вершины лежали в отмеченных точках и у которых был угол величиной 45° . Сколько всего треугольников нарисовал Март?

- A: 48 B: 96 C: 72 D: 84 E: 60

30. Для четырёхзначного числа \overline{abcd} (где цифры a , b , c , d не обязательно различные) выполняется равенство $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. Найди цифру a .

- A: 2 B: 5 C: 3 D: 6 E: 4



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ СОРЕВНОВАНИЕ
КЕНГУРУ

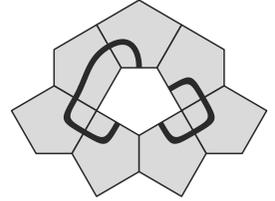
21 марта 2024

STUDENT (11 – 12 класс)

- * Время для решения заданий 1 час и 15 минут.
- * ПОЛЬЗОВАТЬСЯ КАЛЬКУЛЯТОРОМ ЗАПРЕЩЕНО!
- * Каждое задание имеет только один правильный ответ (то есть на листке для ответов надо отметить крестиком только одну клетку).
- * За неверный ответ снимается 1 балл. * Отсутствие ответа даёт 0 баллов.
- * У каждого участника есть 30 начальных баллов.

В вопросах 1 - 10 каждый правильный ответ даёт 3 балла

1. Фигура состоит из равных пятиугольных плиток. Какую из следующих плиток нужно поместить в центр фигуры, чтобы из чёрных жирных линий образовалась одна замкнутая кривая, пересекающая саму себя?

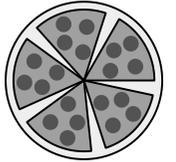


- A: B: C: D: E:

2. В каком из вариантов ответа дано число, которое на два меньше некоторого кратного числа 10, на два больше квадрата некоторого числа, а также в два раза больше некоторого простого числа?

- A: 78 B: 58 C: 38 D: 18 E: 6

3. Катя разрежала круглый пирог на 6 кусков в виде равных секторов. Затем она съела один кусок, а оставшиеся куски расположила так, чтобы угол между двумя соседними кусками всегда имел одну и ту же величину (см. рисунок). Найди эту величину.

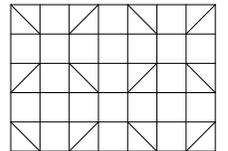


- A: 5° B: 8° C: 9° D: 10° E: 12°

4. Миша иногда чертит оси координат так, что ось Ox направлена справа налево, а ось Oy сверху вниз. Как выглядит график функции $y = x + 1$ на такой координатной плоскости?

- A: B: C: D: E:

5. Узор на рисунке состоит из фигурок двух видов: квадратов и треугольников. Коля хочет раскрасить все эти фигурки так, чтобы любые две фигурки с общей вершиной были разного цвета. Какое наименьшее количество цветов ему понадобится?



- A: 3 B: 4 C: 5 D: 6 E: 7

6. Чему равняется сумма $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$?

- A: 16^{19} B: 4^{31} C: 4^{60} D: 16^{60} E: 4^{122}

7. Имеются два положительных числа p и q , где $p < q$. Значение выражения в каком из вариантов ответа больше остальных?

- A: $\frac{p+3q}{4}$ B: $\frac{p+2q}{3}$ C: $\frac{p+q}{2}$ D: $\frac{2p+q}{3}$ E: $\frac{3p+q}{4}$

8. Витя смастерил кубик, который выглядит как обычный шестигранный игральный кубик, но на его кубике каждый результат 2, 3, 4 и 5 очков выпадает с одинаковой вероятностью $\frac{1}{6}$, а вероятность выпадения 6 очков в два раза больше вероятности выпадения 1 очка. Найди вероятность выпадения 6 очков при броске кубика Вити.

- A: $\frac{2}{9}$ B: $\frac{5}{18}$ C: $\frac{7}{36}$ D: $\frac{1}{4}$ E: $\frac{1}{6}$

9. На столе 6 стаканов стоят на дне. За один ход нужно перевернуть ровно 4 из них, то есть стакан, стоящий на дне, будет дном вверх и наоборот. Какое наименьшее число ходов нужно сделать, чтобы все стаканы стояли дном вверх?

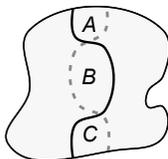
- A: 2 B: 3 C: 4 D: 5 E: 6

10. Ваня начнёт с числа 1. Каждое следующее число он получит, умножив предыдущее число на число 6 или число 10. В каком из вариантов ответа дано число, которое Ваня точно не сможет таким образом получить?

- A: $2^{50}5^{50}$ B: $2^{100}3^{20}5^{80}$ C: $2^{90}3^{20}5^{70}$ D: $2^{110}3^{80}5^{30}$ E: $2^{90}3^{20}5^{80}$

В вопросах 11 - 20 каждый правильный ответ даёт 4 балла

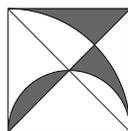
11. Через парк проходят две дорожки, которые разделяют парк на пять частей (см. рисунок), три из которых имеют площади A , B и C . Каждая дорожка разделяет парк на две равные по площади части. Какое из следующих равенств для площадей A , B и C обязательно верно?



- A: $A = C$ B: $B = A + C$ C: $B = \frac{1}{2}(A + C)$ D: $B = \frac{2}{3}(A + C)$ E: $B = \frac{3}{5}(A + C)$

12. Для некоторого положительного целого числа n ровно одно из следующих утверждений верно. Какое?

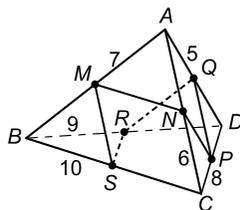
- A: n делится на число 3 B: n делится на число 6
C: n нечётное число D: $n = 2$ E: n простое число



13. Внутри квадрата со стороной 6 см нарисованы обе диагонали, полуокружность и четверть окружности (см. рисунок). Найди сумму площадей трёх закрашенных в тёмный цвет частей.

- A: 9 см^2 B: $3\pi \text{ см}^2$
C: $(6\pi - 9) \text{ см}^2$ D: $(10\pi : 3) \text{ см}^2$ E: 12 см^2

14. Рёбра треугольной пирамиды $ABCD$ имеют длины 5, 6, 7, 8, 9 и 10. Точки M , N , P , Q , R и S являются серединами рёбер этой пирамиды (см. рисунок). Найди длину замкнутой ломаной линии $MNPQRSM$.

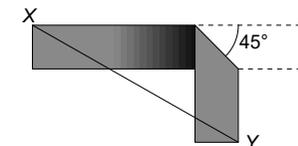


- A: 19,5 B: 20 C: 21 D: 22 E: 22,5

15. Имеются чёрные и белые кубики одинакового размера $1 \times 1 \times 1$. Из 27 таких кубиков построили куб размером $3 \times 3 \times 3$ так, чтобы ровно половина его поверхности была чёрной и половина белой. Найди наименьшее возможное количество чёрных кубиков в построенном кубе.

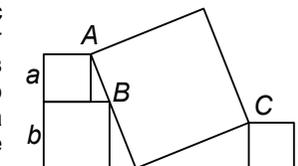
- A: 14 B: 13 C: 12 D: 11
E: Среди вариантов A, B, C и D нет верного ответа.

16. Прямоугольную полосу длиной 12 см и шириной 2 см сложили так, что линия сгиба образовала с большей стороной полосы угол 45° (см. рисунок). Найди наименьшую возможную длину отрезка XY .



- A: 8 см B: 10 см C: $6\sqrt{2}$ см D: $(6 + \sqrt{2})$ см E: $7\sqrt{2}$ см

17. На рисунке показаны три маленьких квадрата с длинами сторон a , b и c , а также один большой квадрат (см. рисунок). Вершины A и C двух маленьких квадратов являются противоположными вершинами большого квадрата, а вершина B третьего маленького квадрата лежит на стороне большого квадрата. Найди выражение для вычисления длины стороны большого квадрата.



- A: $\frac{1}{2}(a + b + c)$ B: $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
C: $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$ D: $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$ E: $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

18. Сколько всего существует трёхзначных чисел, в записи которых хотя бы одна из цифр равна 1, 2 или 3?

- A: 147 B: 270 C: 441 D: 557 E: 606

19. Если в четырёхзначном числе $N = \overline{pqrs}$ поставить запятую между цифрами q и r , то получится десятичная дробь $\overline{pq,rs}$, которая является средним арифметическим двух двузначных чисел \overline{pq} и \overline{rs} . Найди сумму цифр числа N .

- A: 14 B: 18 C: 21 D: 25 E: 27

20. Имеются две цилиндрические свечи одинаковой высоты, которые сгорают за 4 и 5 часов соответственно. Каждая из них сгорает равномерно. Если зажечь эти свечи одновременно, то через сколько часов после зажигания одна из свечей будет в 3 раза выше другой?

- A: $\frac{40}{11}$ B: $\frac{45}{12}$ C: $\frac{63}{20}$ D: $\frac{47}{14}$ E: 3

В вопросах 21 - 30 каждый правильный ответ даёт 5 баллов

21. Имеется шесть квадратных карточек. На лицевой стороне каждой карточки и на её обороте записано по одному числу. Два числа на одной карточке образуют пару. Пары чисел на карточках следующие: (5; 12), (3; 11), (0; 16), (7; 8), (4; 14) и (9; 10). Нужно расположить эти карточки в квадратах на рисунке так, чтобы значение выражения стало наименьшим возможным. Найди это наименьшее значение.

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

- A: -23 B: -24 C: -25 D: -26 E: -27

22. Катя решила уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, а Гриша уравнение $bx^2 + ax + c = 0$, где a , b и c различные целые числа, отличные от нуля. Оказалось, что у этих уравнений имеется общий корень. Какое из следующих утверждений обязательно верно?

- A: Общим корнем этих уравнений является число 0.
B: $c < 0$ C: $a > 0$ D: $b < 0$ E: $a + b + c = 0$