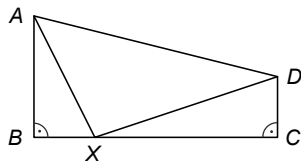


23. В прямоугольной трапеции  $ABCD$  длины оснований  $AB$  и  $CD$  равны соответственно 4 и 2. На меньшей боковой стороне  $BC$ , длина которой 8, выбирают точку  $X$ , при которой сумма длин отрезков  $AX$  и  $DX$  наименьшая возможная. Найди эту наименьшую сумму длин отрезков  $AX$  и  $DX$ .



- A:  $9\sqrt{2}$     B: 12    C: 13    D: 10  
E: Среди вариантов A, B, C и D нет верного ответа.

24. У Димы несколько одинаковых 12-гранных кубиков, на гранях которых записаны числа от 1 до 12. При броске любого кубика вероятность выпадения каждого числа одинаковая. Если Дима бросит все имеющиеся у него кубики одновременно, то вероятность того, что ровно на одном кубике выпадет число 12, равна вероятности того, что на ни одном кубике не выпадет число 12. Сколько всего кубиков у Димы?

- A: 8    B: 11    C: 9    D: 12    E: 10

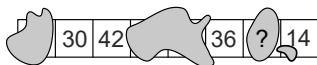
25. Дана квадратичная функция  $p(x) = ax^2 + bx + c$ . Найди  $a + b + c$ , если для любого действительного числа  $x$  действует равенство  $p(x + 1) = x^2 - x + 2 \cdot p(6)$ .

- A: -40    B: -6    C: 12    D: 40  
E: Среди вариантов A, B, C и D нет верного ответа.

26. Для чисел  $x$ ,  $y$  и  $z$  выполняются равенства  $2^x = 3$ ,  $2^y = 7$  и  $6^z = 7$ . В каком из вариантов ответа данное равенство является верным?

- A:  $z = \frac{y}{1+x}$     B:  $z = \frac{x}{y} + 1$     C:  $z = \frac{y}{x} - 1$     D:  $z = \frac{x}{y-1}$     E:  $z = y - \frac{1}{x}$

27. Изначально в каждой из восьми клеток полоски было число 0. В каждый ход Яна выбирала какие-то 4 последовательные клетки и в каждую из них вместо предыдущего числа записывала новое число, которое было на 1 больше предыдущего числа. На рисунке показан результат после некоторого количества ходов, где четыре числа в клетках скрыты пятнами. Найди, какое число скрыто пятном со знаком вопроса.



- A: 24    B: 30    C: 36    D: 48  
E: Среди вариантов A, B, C и D нет верного ответа.

28. Квадратичная функция  $y = f(x)$  имеет ровно два различных нуля  $x_1$  и  $x_2$ . Для каждого действительного числа  $x$  выполняется равенство  $f(20 - x) = f(22 + x)$ . Найди  $x_1 + x_2$ .

- A: -1    B: 20    C: 21    D: 22  
E: Среди вариантов A, B, C и D нет верного ответа.

29. На окружности через равные промежутки отмечены 12 точек. Март нарисовал все возможные треугольники, у которых все вершины лежали в отмеченных точках и у которых был угол величиной  $45^\circ$ . Сколько всего треугольников нарисовал Март?

- A: 48    B: 96    C: 72    D: 84    E: 60

30. Для четырёхзначного числа  $\overline{abcd}$  (где цифры  $a, b, c, d$  не обязательно различные) выполняется равенство  $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$ . Найди цифру  $a$ .

- A: 2    B: 5    C: 3    D: 6    E: 4



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ СОРЕВНОВАНИЕ  
КЕНГУРУ

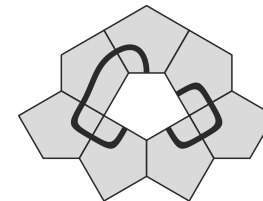
21 марта 2024

STUDENT (11 – 12 класс)

- \* Время для решения заданий 1 час и 15 минут.
- \* ПОЛЬЗОВАТЬСЯ КАЛЬКУЛЯТОРОМ ЗАПРЕЩЕНО!
- \* Каждое задание имеет только один правильный ответ (то есть на листке для ответов надо отметить крестиком только одну клетку).
- \* За неверный ответ снимается 1 балл. \* Отсутствие ответа даёт 0 баллов.
- \* У каждого участника есть 30 начальных баллов.

В вопросах 1 - 10 каждый правильный ответ даёт 3 балла

1. Фигура состоит из равных пятиугольных плиток. Какую из следующих плиток нужно поместить в центр фигуры, чтобы из чёрных жирных линий образовалась одна замкнутая кривая, пересекающая саму себя?

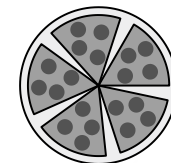


- A:    B:    C:    D:    E:

2. В каком из вариантов ответа дано число, которое на два меньше некоторого кратного числа 10, на два больше квадрата некоторого числа, а также в два раза больше некоторого простого числа?

- A: 78    B: 58    C: 38    D: 18    E: 6

3. Катя разрежала круглый пирог на 6 кусков в виде равных секторов. Затем она съела один кусок, а оставшиеся куски расположила так, чтобы угол между двумя соседними кусками всегда имел одну и ту же величину (см. рисунок). Найди эту величину.

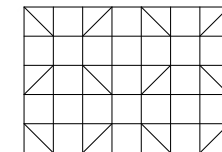


- A:  $5^\circ$     B:  $8^\circ$     C:  $9^\circ$     D:  $10^\circ$     E:  $12^\circ$

4. Миша иногда чертит оси координат так, что ось  $Ox$  направлена справа налево, а ось  $Oy$  сверху вниз. Как выглядит график функции  $y = x + 1$  на такой координатной плоскости?

- A:    B:    C:    D:    E:

5. Узор на рисунке состоит из фигурок двух видов: квадратов и треугольников. Коля хочет раскрасить все эти фигурки так, чтобы любые две фигурки с общей вершиной были разного цвета. Какое наименьшее количество цветов ему понадобится?



- A: 3    B: 4    C: 5    D: 6    E: 7

6. Чему равняется сумма  $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$ ?

- A:  $16^{19}$     B:  $4^{31}$     C:  $4^{60}$     D:  $16^{60}$     E:  $4^{122}$

7. Имеются два положительных числа  $p$  и  $q$ , где  $p < q$ . Значение выражения в каком из вариантов ответа больше остальных?

- A:  $\frac{p+3q}{4}$     B:  $\frac{p+2q}{3}$     C:  $\frac{p+q}{2}$     D:  $\frac{2p+q}{3}$     E:  $\frac{3p+q}{4}$

8. Витя смастерил кубик, который выглядит как обычный шестигранный игральный кубик, но на его кубике каждый результат 2, 3, 4 и 5 очков выпадает с одинаковой вероятностью  $\frac{1}{6}$ , а вероятность выпадения 6 очков в два раза больше вероятности выпадения 1 очка. Найди вероятность выпадения 6 очков при броске кубика Вити.

- A:  $\frac{2}{9}$     B:  $\frac{5}{18}$     C:  $\frac{7}{36}$     D:  $\frac{1}{4}$     E:  $\frac{1}{6}$

9. На столе 6 стаканов стоят на дне. За один ход нужно перевернуть ровно 4 из них, то есть стакан, стоящий на дне, будет дном вверх и наоборот. Какое наименьшее число ходов нужно сделать, чтобы все стаканы стояли дном вверх?

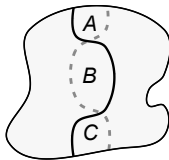
- A: 2    B: 3    C: 4    D: 5    E: 6

10. Ваня начнёт с числа 1. Каждое следующее число он получит, умножив предыдущее число на число 6 или число 10. В каком из вариантов ответа дано число, которое Ваня точно не сможет таким образом получить?

- A:  $2^{50}5^{50}$     B:  $2^{100}3^{20}5^{80}$     C:  $2^{90}3^{20}5^{70}$     D:  $2^{110}3^{80}5^{30}$     E:  $2^{90}3^{20}5^{80}$

**В вопросах 11 - 20 каждый правильный ответ даёт 4 балла**

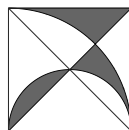
11. Через парк проходят две дорожки, которые разделяют парк на пять частей (см. рисунок), три из которых имеют площади  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Каждая дорожка разделяет парк на две равные по площади части. Какое из следующих равенств для площадей  $A$ ,  $B$  и  $C$  обязательно верно?



- A:  $A = C$     B:  $B = A + C$     C:  $B = \frac{1}{2}(A + C)$     D:  $B = \frac{2}{3}(A + C)$     E:  $B = \frac{3}{5}(A + C)$

12. Для некоторого положительного целого числа  $n$  ровно одно из следующих утверждений верно. Какое?

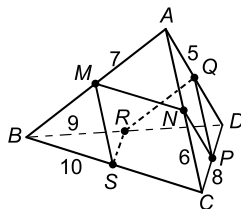
- A:  $n$  делится на число 3    B:  $n$  делится на число 6  
C:  $n$  нечётное число    D:  $n = 2$     E:  $n$  простое число



13. Внутри квадрата со стороной 6 см нарисованы обе диагонали, полуокружность и четверть окружности (см. рисунок). Найди сумму площадей трёх закрашенных в тёмный цвет частей.

- A:  $9 \text{ см}^2$     B:  $3\pi \text{ см}^2$   
C:  $(6\pi - 9) \text{ см}^2$     D:  $(10\pi : 3) \text{ см}^2$     E:  $12 \text{ см}^2$

14. Рёбра треугольной пирамиды  $ABCD$  имеют длины 5, 6, 7, 8, 9 и 10. Точки  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  и  $S$  являются серединами рёбер этой пирамиды (см. рисунок). Найди длину замкнутой ломаной линии  $MNPQRSM$ .

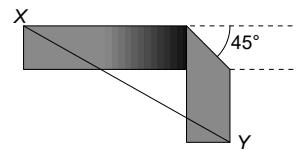


- A: 19,5    B: 20    C: 21    D: 22    E: 22,5

15. Имеются чёрные и белые кубики одинакового размера  $1 \times 1 \times 1$ . Из 27 таких кубиков построили куб размером  $3 \times 3 \times 3$  так, чтобы ровно половина его поверхности была чёрной и половина белой. Найди наименьшее возможное количество чёрных кубиков в построенном кубе.

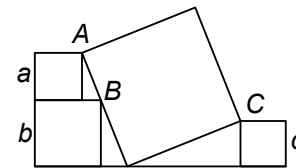
- A: 14    B: 13    C: 12    D: 11  
E: Среди вариантов A, B, C и D нет верного ответа.

16. Прямоугольную полосу длиной 12 см и шириной 2 см сложили так, что линия сгиба образовала с большей стороной полосы угол  $45^\circ$  (см. рисунок). Найди наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



- A: 8 см    B: 10 см    C:  $6\sqrt{2}$  см    D:  $(6 + \sqrt{2})$  см    E:  $7\sqrt{2}$  см

17. На рисунке показаны три маленьких квадрата с длинами сторон  $a$ ,  $b$  и  $c$ , а также один большой квадрат (см. рисунок). Вершины  $A$  и  $C$  двух маленьких квадратов являются противоположными вершинами большого квадрата, а вершина  $B$  третьего маленького квадрата лежит на стороне большого квадрата. Найди выражение для вычисления длины стороны большого квадрата.



- A:  $\frac{1}{2}(a + b + c)$     B:  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$   
C:  $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$     D:  $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$     E:  $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

18. Сколько всего существует трёхзначных чисел, в записи которых хотя бы одна из цифр равна 1, 2 или 3?

- A: 147    B: 270    C: 441    D: 557    E: 606

19. Если в четырёхзначном числе  $N = \overline{pqrs}$  поставить запятую между цифрами  $q$  и  $r$ , то получится десятичная дробь  $\overline{pq,rs}$ , которая является средним арифметическим двух двузначных чисел  $\overline{pq}$  и  $\overline{rs}$ . Найди сумму цифр числа  $N$ .

- A: 14    B: 18    C: 21    D: 25    E: 27

20. Имеются две цилиндрические свечи одинаковой высоты, которые сгорают за 4 и 5 часов соответственно. Каждая из них сгорает равномерно. Если зажечь эти свечи одновременно, то через сколько часов после зажигания одна из свечей будет в 3 раза выше другой?

- A:  $\frac{40}{11}$     B:  $\frac{45}{12}$     C:  $\frac{63}{20}$     D:  $\frac{47}{14}$     E: 3

**В вопросах 21 - 30 каждый правильный ответ даёт 5 баллов**

21. Имеется шесть квадратных карточек. На лицевой стороне каждой карточки и на её обороте записано по одному числу. Два числа на одной карточке образуют пару. Пары чисел на карточках следующие: (5; 12), (3; 11), (0; 16), (7; 8), (4; 14) и (9; 10). Нужно расположить эти карточки в квадратах на рисунке так, чтобы значение выражения стало наименьшим возможным. Найди это наименьшее значение.

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

- A: -23    B: -24    C: -25    D: -26    E: -27

22. Катя решила уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ , а Гриша уравнение  $bx^2 + ax + c = 0$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  различные целые числа, отличные от нуля. Оказалось, что у этих уравнений имеется общий корень. Какое из следующих утверждений обязательно верно?

- A: Общим корнем этих уравнений является число 0.  
B:  $c < 0$     C:  $a > 0$     D:  $b < 0$     E:  $a + b + c = 0$