Eesti koolinoorte 72. füüsikaolümpiaad

13. veebruar 2025. a. Piirkondlik voor.
Gümnaasiumi ülesannete lahendused (10.–12. klass).

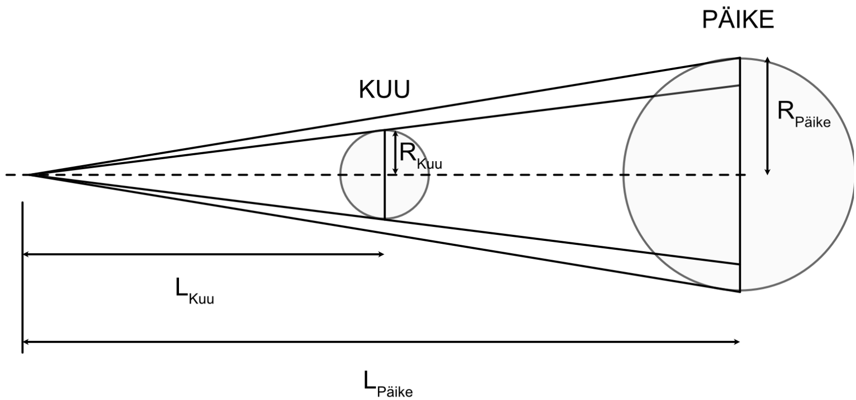
Eessõna

Allpool on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). **Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumpunktidega.** Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem, juhindudes võimalusel juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud mahaarvamise punktid:

- numbriline arvutusviga — [**0,5 p**];
- viga teisendustes — [**0,5 p**] (märgi jms väiksem viga) või [**1 p**] (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada;
- kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada [**0,5 p**];
- üksik viga lähtevalemis — [**0,5 p**] (kui märgiviga) kuni **50%** (sisuline viga).

1. (*RÕNGAS*) (*6 p.*) *Autor: Kaido Reivelt*

Fotol kujutatud olukorda saab joonisel kujutada selliselt. [**2 p**]



Fotolt saab mõõta, et Päikese kujutise raadius moodustab u 13/12 Kuu kujutise raadiusest. [**1 p**]

See tähendab, et kui Kuu raadius oleks 1/12 võrra suurem või kui Päikese raadius oleks 1/12 võrra väiksem, siis kataks Kuu pildil Päikese täielikult.

Sarnastest kolmnurkadest saame vastavalt, et

$$\frac{L_{\text{Kuu}}}{L_{\text{Päike}}} = \frac{\frac{13}{12}R_{\text{Kuu}}}{R_{\text{Päike}}}$$

või

$$\frac{L_{\text{Kuu}}}{L_{\text{Päike}}} = \frac{R_{\text{Kuu}}}{\frac{12}{13}R_{\text{Päike}}} \quad [\mathbf{2\ p}]$$

Arvutades saame

$$\frac{L_{\text{Kuu}}}{1{,}5 \cdot 10^8\,\text{km}} = \frac{\frac{13}{12} \cdot 1734\,\text{km}}{7 \cdot 10^5\,\text{km}}$$

millest Kuu kaugus Maast pildi tegemise hetkel on $x \approx 4{,}0 \cdot 10^5$ km. [**1 p**]

2. (*RASKUSED*) (*6 p.*) *Autor: Kaido Reivelt*

Ülesande lahendamiseks tuleks kasutada mehaanilise energia jäävuse seadust

$$E_p + E_k = \text{const.} \quad [\mathbf{1\ p}]$$

Ülesandes kehad liiguvad ühesuguste kiirustega. Sellise kahest kehast koosneva süsteemi kineetiline energia hetkel, kui raskem keha puudutab aluspinda, on võrdne potentsiaalse energia erinevusega kehade esialgses asendis ja lõppasendis

$$E_k = E_{p1} - E_{p2} = m_2 gH - m_1 gH. \quad [\mathbf{2\ p}]$$

Edasi peab teadma, et kineetiline energia sõltub massist võrdeliselt ($E_k = \frac{mv^2}{2}$). Järelikult jaotub süsteemi kineetiline energia kahe keha vahel proportsionaalselt nende massidega:

$$E_{k1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} E_k$$

ja

$$E_{k2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_k. \quad [\mathbf{2\ p}]$$

Arvutades saame

$$E_{k1} = \frac{0,1}{0,1 + 0,4}(0,4 - 0,1) \cdot 9,8 \cdot 0,4 \approx 0,24\,\text{J},$$

$$E_{k2} = \frac{0,4}{0,1 + 0,4}(0,4 - 0,1) \cdot 9,8 \cdot 0,4 \approx 0,94\,\text{J}. \quad [\mathbf{1\ p}]$$

3. (*KLOTS LAUAL*) (*8 p.*) *Autor: Erkki Tempel*

(a) Süsteemi tasakaalutingimus

Süsteem püsib paigal, kui klotsile mõjuv maksimaalne hõõrdejõud suudab tasakaalustada raskusjõu poolt tekitatud tõmbejõudu nööris. Klotsile mõjuv hõõrdejõud:

$$F_h = \mu m_1 g \quad [\mathbf{1\ p}]$$

Raskusjõu poolt tekitatud tõmbejõud:

$$F_T = m_2 g$$

Tasakaalu korral kehtib võrdus:

$$\mu_{\min} m_1 g = m_2 g \quad [\mathbf{1\ p}]$$

$$\mu_{\min} = \frac{m_2}{m_1} \quad [\mathbf{1\ p}]$$

(b) Kiirenduse leidmine

Kui $\mu < \mu_{\min}$, hakkab süsteem liikuma ja tuleb leida selle kiirendus.

Klotsile mõjuvad jõud:

$$F_{\mathrm{net},1} = m_2 g - \mu m_1 g \quad [\mathbf{2\ p}]$$

Newtoni II seadus klotsi ja raskuse süsteemi kohta:

$$(m_1 + m_2)a = m_2 g - \mu m_1 g \quad [\mathbf{2\ p}]$$

$$a = \frac{m_2 g - \mu m_1 g}{m_1 + m_2} \quad [\mathbf{1\ p}]$$

4. (*NAABRIKÜTE*) (*10 p.*) *Autor: Jonatan Kalmus*

Olgu välisseinte soojusvahetustegur σ_1. Kui tubade temperatuurid on võrdsed, siis soojusvahetus toimub ainult läbi kolme välisseina [**1 p**]:

$$P_1 = 3 \cdot \sigma_1 \cdot (T - T_0) \quad [\mathbf{0.5\ p}] \qquad \Longrightarrow \qquad \sigma_1 = 20\,\frac{\mathrm{W}}{^\circ\mathrm{C}} \quad [\mathbf{0.5\ p}]$$

Märkus: Lahenduses pole oluline, millisel kujul õpilane soojuskadude valemit kasutab. Peamine on, et kajastub soojuskadude lineaarne seos temperatuuride vahega ning saadakse õige tulemus.

Kui Juku lülitab oma kütte välja, saame mõlema toa jaoks kirja panna soojustasakaalu võrrandid ning leida seeläbi siseseina soojusvahetusteguri σ_2 ja Juku toatemperatuuri T_J [**1.5 p**].

$$\begin{aligned} P_1 &= 3 \cdot \sigma_1(T_K - T_0) + \sigma_2(T_K - T_J) \\ 0 &= 3 \cdot \sigma_1(T_J - T_0) + \sigma_2(T_J - T_K) \end{aligned}$$

Asendades arvulised väärtused [**0.5 p**] saame

$$\begin{aligned} 1440 &= 3 \cdot 20 \cdot (18 - 0) + \sigma_2(18 - T_J) \\ 0 &= 3 \cdot 20 \cdot (T_J - 0) + \sigma_2(T_J - 18) \end{aligned}$$

Lahendades lineaarse võrrandisüsteemi saame $T_J = 6\,^\circ\mathrm{C}$ (selle väärtuse leidmine pole kohustuslik) ja $\sigma_2 = 30\,\frac{\mathrm{W}}{^\circ\mathrm{C}}$ [**1 p**]. Võttes nüüd Kalle toatemperatuuriks $\widehat{T}_K = T = 24\,^\circ\mathrm{C}$, saame kirja panna eelnevaga analoogsed soojustasakaalu võrrandid, kus on teadmata Kalle radiaatori uus võimsus P_2 ning Juku uus toatemperatuur $\widehat{T}_J$ [**1.5 p**].

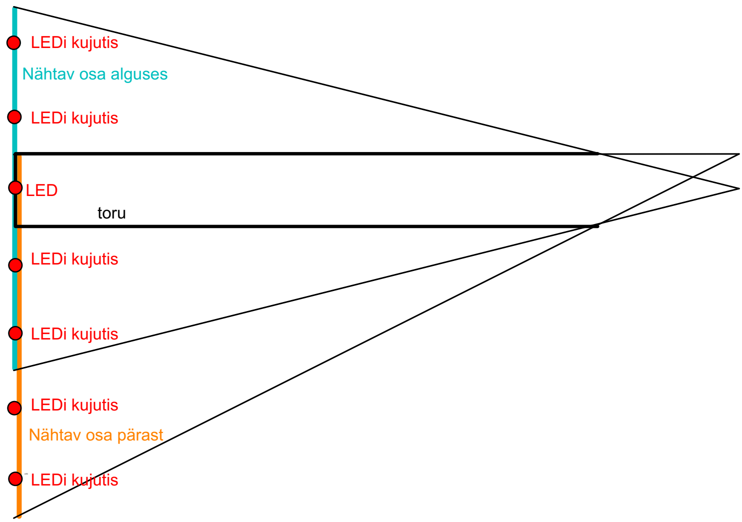
$$\begin{aligned} P_2 &= 3 \cdot \sigma_1(\widehat{T}_K - T_0) + \sigma_2(\widehat{T}_K - \widehat{T}_J) \\ 0 &= 3 \cdot \sigma_1(\widehat{T}_J - T_0) + \sigma_2(\widehat{T}_J - \widehat{T}_K) \end{aligned}$$

Asendades arvulised väärtused [**0.5 p**] saame

$$\begin{aligned} P_2 &= 3 \cdot 20 \cdot (24 - 0) + 30 \cdot (24 - \widehat{T}_J) \\ 0 &= 3 \cdot 20 \cdot (\widehat{T}_J - 0) + 30 \cdot (\widehat{T}_J - 24) \end{aligned}$$

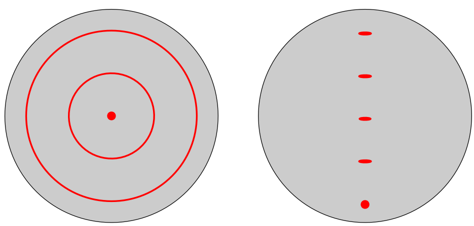
Lahendades lineaarse võrrandisüsteemi saame Kalle radiaatori võimsuseks $P_2 = 1{,}92\,\mathrm{kW}$ [**1 p**], mis on $P_2 - P_1 = 0{,}48\,\mathrm{kW}$ rohkem kui tavaliselt ja maksab umbes $0{,}48\,\mathrm{kW} \cdot 15\,\mathrm{senti/kWh} \approx 7\,\mathrm{senti/h}$ rohkem [**1 p**]. Juku toas on sel juhul $8\,^\circ\mathrm{C}$ sooja [**1 p**].

5. (*PEEGELTORU*) (*10 p.*) *Autor: Jaan Kalda*



Dioodist tekivad kontsentriliste ringide kujulised kujutised raadiustega nd, kus n on täisarv [**2 p**]. Toru lahtisest otsast kaugusel a paistab toru kinnise otsa tasandist ringikujuline piirkond diameetriga $d(l+a)/a = 5\,\mathrm{cm}$ [**2 p**]. Sinna sisse mahub kaks väiksemat ringi raadiustega 1 cm ja 2 cm. Seega tuleb visandada diood ja selle ümber kaks ringjoont; joonis kahe ringiga (LED võib, kuid ei pea olema kujutatud): [**1 p**] (teistsuguste jooniste eest osalisi punkte ei anta).

Kui vaatluspunkti nihutada, siis nihkub nähtava piirkond (ringikujuline piirkond); selle nihke suuruse c saame leida sarnastest kolmnurkadest (vt toru külglõike joonist): $c = bl/a = 2\,\mathrm{cm}$ [**2 p**]. Aga me ei näe enam tervet ringjoont, sest iga peegeldunud kiir läbib silindri telge ning seetõttu jõuavad nüüd vaatluspunkti vaid need kiired, mis peegelduvad vaatluspunkti suhtes diametraalselt vastas asuvast seinast [**1 p**]. Seega on näha peegeldustena 1-cm vahekaugustega nelja heledat veidi piklikuks venitatud laiku nii, nagu näidatud joonisel.



Õige joonis võrdsel vahemaal asuva nelja punktiga või nelja ovaalse väikse laiguga – nagu juuresoleval joonisel (LED võib, kuid ei pea olema kujutatud): [**2 p**]. Kui punktide arv on õige, kuid paigutus ei ole selline, nagu alltoodud joonisel (punktide vahemaad pole võrdsed või ei ole äärmiste punktide kaugus ringi servast selline, nagu peab, st ühelt poolt pool naaberpunktide vahemaast ja teisel pool poolteist vahemaad): osalised punktid, [**1 p**].

6. (*KIIRUSSENSOR*) (*10 p.*) *Autor: Markus Rene Pae*

Olgu ratta raadius R ning anduri kaugus ratta keskpunktist r. Kui ratta nurkkiirus on ω, siis sensori maksimaalne ja minimaalne kiirus on vastavalt $\omega\,(R+r)$ [**0.5 p**] ning $\omega\,(R-r)$ [**0.5 p**]. Neist esimesel juhul on sensori ringliikumise joonkiirus jalgrattaga samas suunas, teisel juhul aga vastassuunas [**1 p**].

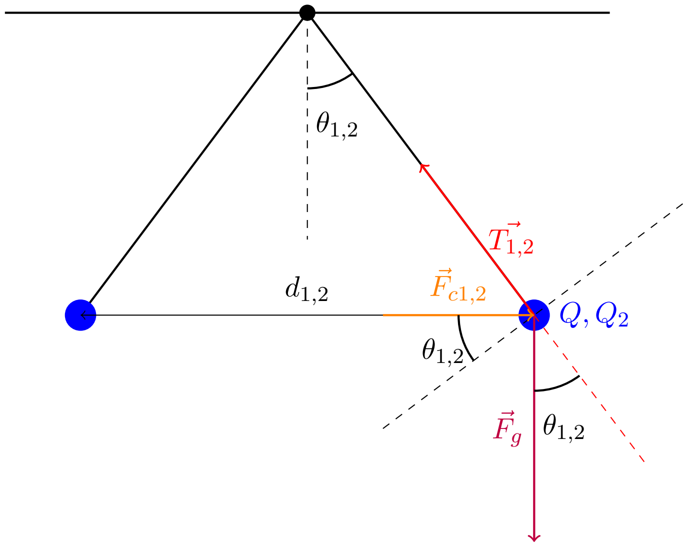
Sensoriga mõõdetud minimaalse ja maksimaalse kiiruse aritmeetiline keskmine on ωR ehk jalgratta joonkiirus [**1 p**]. Graafikult lugedes on sensori mõõdetud $v_{max} = 7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ [**1 p**] ning $v_{min} = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ [**1 p**], millest $\omega R = \frac{7+3}{2} = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ [**1 p**]. Rattal kulub 4 täispöörde tegemiseks ligikaudu 2,5 sekundit, mistõttu ratta nurkkiirus on $\omega = \frac{2\pi\cdot n}{t} = \frac{2\pi\cdot 4}{2{,}5} \approx 10\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ [**2 p**].

Teame, et $v_{max} = \omega\,(R+r) = 7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ning $\omega R = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Lahutades esimesest teise, saame, et $\omega r = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ [**1 p**] ning sellest omakorda $r = 0{,}2\,\mathrm{m}$ [**1 p**].

7. (*TUUL*) (*10 p.*) *Autor: Jaan Kalda*

Mõõdetud tuule kiirus on minimaalne, kui teesihiline kiiruskomponent on võrdne jalgratta kiirusega [**1 p**]. Sellisel juhul on mõõtmistulemuseks tuule teega ristsihilne komponent — see on $3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ [**2 p**]. Et tuule kiirus maapinna suhtes on $3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (graafiku algusosa põhjal) [**1 p**], siis on tuule teesihiline komponent Pythagorase teoreemi abil leitav kui $w = \sqrt{5^2-3^2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ [**2 p**]. Jalgratta ja õhu suhtelise kiiruse teesuunaline komponent siis, kui jalgratturi kiirus on maksimaalne, on leitav jällegi Pythagorase teoreemi abil, $v = \sqrt{9^2-4^2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ [**2 p**]; liites sellele tuule teesihilise komponendi, saame jalgratturi kiiruse $u = w + v \approx 12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ [**2 p**].

8. (*ELEKTRIPENDEL*) (*10 p.*) *Autor: Ander Pavlov*



a) Esimeses taskaaluasendis avaldub kuulide vaheline Coulomb'i jõud kujul $F_{c1} = \frac{kQ^2}{d_1^2}$. Selles tasakaaluasendis, kus θ_1 on nurk vertikaaltelje ja nööride vahel, vaadeldes nööri radiaalsihilist ja ristuvat sihti, tasakaalustab Coulomb'i jõud gravitatsioonijõu liikumist põhjustava ja pendli nööriga ristuva komponendi $F_t = mg\sin(\theta_1)$. Selle jõu sihiga paralleelne Coulomb'i jõu komponent avaldub geomeetriliselt kui $F_{c1\|F_t} = F_{c1}\cos(\theta_1)$, mida väikese nurga lähenduse alusel saab kirjutada kujul $F_{c1\|F_t} \approx F_{c1}$. Seega teades, et $\sin(\theta_1) = \frac{d_1}{2l}$, saab jõudude tasakaalu nööriga ristuval teljel $F_{c1\|F_t} = F_t$ avaldada kui $\frac{kQ^2}{d_1^2} = mg\frac{d_1}{2l}$, millest järeldub, et

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{2kQ^2l}{mg}}, \quad d_2 = \sqrt[3]{\frac{9}{64}}\sqrt[3]{\frac{2kQ^2l}{mg}} = \sqrt[3]{\frac{9kQ^2l}{32mg}}.$$

Alternatiivlähenemine. Tasakaaluvõrrandid on võimalik kirja panna ka x ja y sihtides:

$$\text{Vertikaalsihis:} \qquad T_1\cos\theta_1 - F_g = 0$$
$$\text{Horisontaalsihis:} \qquad T_1\sin\theta_1 - F_{c1} = 0,$$

millest saab järeldada võrdusi

$$F_{c1} = \frac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1}F_g \approx \sin\theta_1 F_g = \frac{d_1}{2l}F_g.$$

b) Olgu teises tasakaaluasendis mõlemal kuulil laeng Q_2. Teise tasakaaluasendi jõudude tasakaal lahendub esimesega analoogsel viisil, kus $\cos(\theta_2) \approx 1$ ja d_2 ja Q_2 on omavahel vastavuses kujul

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{2kQ_2^2 l}{mg}}.$$

Võrdustest

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{2kQ_2^2 l}{mg}} = \sqrt[3]{\frac{9kQ^2 l}{32mg}}$$

selgub, et $Q_2^2 = \frac{9}{64}Q^2 \implies Q_2 = \pm\frac{3}{8}Q$, seega teises tasakaaluasendis on kuulide võimalikud kogulaengud $2Q_2 = \pm\frac{6}{8}Q$. Kuulile, mis puutus kokku kolmanda kuuliga, kogunes kokkupuute järgselt laengute ühtlustumisel laeng $\frac{a+1}{2}Q$. Kolmanda kuuliga eemaldati mingi laeng kahe kuuli laengute algsest kogusummast $2Q$ ning alles jäi teise tasakaaluoleku laengute võimalik kogusumma $+\frac{6}{8}Q$ või $-\frac{6}{8}Q$. Seega kahe pendli kuuli kokkupuutele eelnevalt avaldus teise tasakaaluoleku laengute kogusumma kujul $Q + \frac{a_{1,2}+1}{2}Q = \pm\frac{6}{8}Q$, millest saame kolmanda kuuli laengu kordaja võimalikeks väärtusteks $a_1 = -\frac{3}{2}$ ja $a_2 = -\frac{9}{2}$.

Hindamisskeem

Osa a):

- On avaldatud Coulomb'i jõud esimese tasakaaluasendi jaoks kui $F_{c1} = \frac{kQ^2}{d_1^2}$ — [**1 p**]
- On avaldatud nurkade $\theta_{1,2}$ siinus kui $\sin\theta_{1,2} = \frac{d_{1,2}}{2l}$ —[**1 p**]
- On moodustatud esimese tasakaaluasendi jaoks jõudude diagramm (vt joonis), milles on välja toodud pendli kuulile mõjuvad jõud F_g (gravitatsioon), F_c (Coulomb'i jõud) ja T (nööri pinge jõud) — [**2 p**] *(kui T eraldi välja ei tooda, siis anda [**1.5 p**])*
- Jõudude diagrammi geomeetria ja väikese nurga lähenduse abil on jõutud võrduseni $F_{c1} = \frac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1}F_g \approx \sin\theta_1 F_g$, millest asenduste kaudu leitud d_1 ja selle põhjal d_2: $d_1 = \sqrt[3]{\frac{2kQ^2 l}{mg}}$ ja $d_2 = \sqrt[3]{\frac{9}{64}}\sqrt[3]{\frac{2kQ^2 l}{mg}} = \sqrt[3]{\frac{9kQ^2 l}{32mg}}$— [**2 p**]

Osa b):

- Teise tasakaaluasendi jõudude diagrammi põhjal või viitega analoogiale esimese tasakaaluasendi jõudude diagrammiga on leitud d_2 teise tasakaaluasendi mingisuguse laengu Q_2 põhjal kui $d_2 = \sqrt[3]{\frac{2kQ_2^2 l}{mg}}$ ja selle ning varasema võrduse $d_2 = \sqrt[3]{\frac{9kQ^2l}{32mg}}$ kaudu on avaldatud teise tasakaaluoleku võimalikud pendli laengud Q_2: $Q_2^2 = \frac{9}{64}Q^2 \implies Q_2 = \pm\frac{3}{8}Q$ —[**2 p**]

- Teise tasakaaluoleku kogulaengu $2Q_2$ leitud väärtuste ja laengute jäävuse põhjal pendli kuulide kokkupuute eelsel ja järgsel ajal ehk $Q + \frac{a+1}{2}Q = 2Q_2 = \pm\frac{6}{8}Q$ põhjal leitakse võimalikud a väärtused: $a_1 = -3/2$ ja $a_2 = -9/2$ —[**2 p**]

  *Osa b) osa eest anda kokku [**3 p**], kui leitakse ainult üks Q_2 väärtus ja sellest tingitult vaid üks a väärtus.*

9. (*OSAKESTE KIIRENDI*) (*10 p.*) *Autor: Erkki Tempel*

Esimene tsoon – osakese kiirendamine

Kuna osakese algkiirus on tühiselt väike, saab kogu energia osakesele antud elektrilise potentsiaalierinevuse U arvelt:

$$\frac{1}{2}mv^2 = qU \quad [\mathbf{1\ p}]$$

Siit saame osakese kiiruse pärast kiirendamist:

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \quad [\mathbf{1\ p}]$$

Teine tsoon – elektri- ja magnetväljas liikumine

Osake liigub selles tsoonis sirgjooneliselt, mis tähendab, et elektrilise ja magnetilise Lorentzi jõu resultant on null:

$$qE = qvB \quad [\mathbf{1\ p}]$$

Siit leiame kiiruse:

$$v = \frac{E}{B} \quad [\mathbf{1\ p}]$$

Kuna varem leitud kiirus peab olema sama, saame tingimuse:

$$\sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{E}{B} \quad [\mathbf{1\ p}]$$

Avaldame massi m:

$$m = \frac{2qUB^2}{E^2} \quad [\mathbf{2\ p}]$$

Kolmas tsoon – liikumine magnetväljas

Selles tsoonis puudub elektriväli, mistõttu osake hakkab liikuma ringjooneliselt raadiusega R. Ringliikumist tekitab magnetväli, mille jõud annab kesktõmbekiirenduse:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \quad [\mathbf{1\ p}]$$

Avaldame kõverusraadiuse R:

$$R = \frac{mv}{qB} \quad [\mathbf{1\ p}]$$

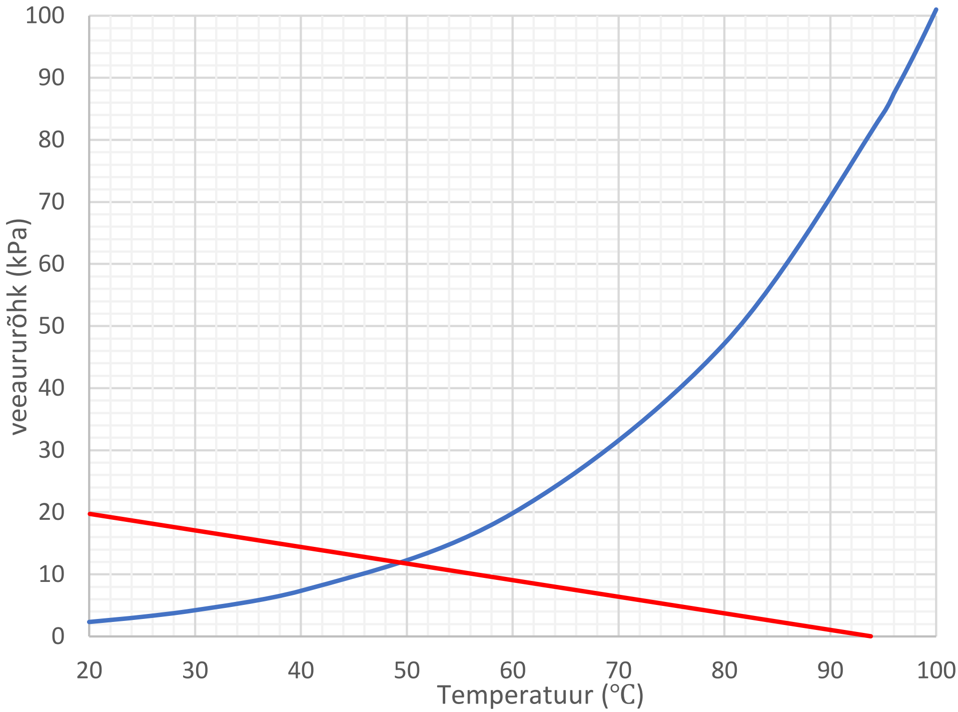
Asendame m ja v:

$$R = \frac{\left(\frac{2qUB^2}{E^2}\right) \cdot \frac{E}{B}}{qB}$$

$$R = \frac{2U}{E} \quad [\mathbf{1\ p}]$$

10. (*TEEKANN*) (*14 p.*) *Autor: Jaan Kalda*

Olgu tilas oleva õhu algne ruumala v; siis kannus oleva õhu algne ruumala on kv ja lõppruumala piirjuhul (kui vesi tilas on ülevoolamise äärel) $(k+1)v$. Õiged avaldised kust on võimalik saada (või on juba saadud) alg- ja lõppruumalade suhte: kokku [**2 p**] (see ei ole jagatav — antakse vaid siis, kui avaldistest on võimalik tuletada õige ruumalade suhe). Lõppolukorras on kannus veeauru osarõhk $p_a = p_a(T)$ [**2 p**], seega õhurõhk $p = p_0 - p_a$ [**4 p**] (siinjuures ignoreerime tila ja kannu veenivoode erinevusest tingitud veesambarõhuga; kus sellist lähendamise võimalust on mõistetud, kuid õige valem kirjutamata, siis saab osalised punktid, [**2 p**]). Ideaalse gaasi olekuvõrrandist $p_0kv/T_0 = (p_0 - p_a)(k+1)v/T$ [**2 p**], millest $p_a = p_0\left[1 - \frac{kT}{(k+1)T_0}\right]$. Lahendi T jaoks leiame aururõhu graafikult selle lõikepunktina sirgega $p_a = p_0\left[1 - \frac{kT}{(k+1)T_0}\right]$ [**2 p**], vt joonis. Kui graafilise lõikepunkti meetodi asemel kasutatakse katse-eksituse meetodit, siis saab osalised punktid: [**1 p**]. Tulemuseks saame $T \approx 49\,^\circ\mathrm{C}$ (täpne vastus täpsusega $\pm 1\,^\circ\mathrm{C}$: [**2 p**]; viga suurem, kui $1\,^\circ\mathrm{C}$, kuid väiksem, kui $2\,^\circ\mathrm{C}$: [**1 p**]).



E1. (*MUTRI TIHEDUS*) (*12 p.*) *Autor: Jaan Kalda*

Lahenduse idee: tõmbame niidist aasa ümber joonlaua ja teise niidijupiga kinnitame mutri joonlaua otsa külge. Kasutame joonlauda kui kangkaalu. See idee: [**1 p**].

Esimese sammuna määrame joonlaua massikeskme (selle võib märkida joonlauale või kirjutada lahendusse joonlaua lugem massikeskme kohal); olgu mutri riputuspunkti kaugus massikeskmest a_0. Kui massikese on eksperimentaalselt leitud ja viga ei ületa 1 mm: [**2 p**]. Kui massikeskmeks loetakse joonlaua keskpunkti või viga on suurem, siis [**1 p**]. Mutri riputuspunkti võib kahe katse (mutter vees ja mutter õhus) vahel muuta, aga siis tuleb mõlemad a_0 väärtused mõõta ning kummagi eest saab vastavalt kaks korda vähem punkte, st vastavalt 1 või 0.5 punkti.

Saavutame tasakaalu kahes olukorras: (a) mutter ripub õhus — olgu joonlaua riputuspunkti kaugus massikeskmest a_1; (b) mutter on vees — olgu joonlaua riputuspunkti kaugus massikeskmest a_2. Kummagi mõõtmise eest: [**2 p**], kui viga ei ületa 1 mm(kui viga on suurem, kui 1 mmkuid ei ületa 2 mm, siis [**1 p**]). Täiendavalt kummagi mõõtmise eest täpsuse lisapunktid: [**0.5 p**] kui mõõtmistulemuse viga pole suurem, kui 0,5 mmvõi kui on tehtud vähemalt 3 kordusmõõtmist ja seejuures keskväärtuse viga pole suurem, kui 1 mm. a_1 ja a_2 asemel või koos nendega võib mõõta $a_0 - a_1$ ja $a_0 - a_2$ väärtused (kuigi need on leitavad kahe joonlaua lugemi vahena, siis on lubatud see lahutustehe peas teha ning lahendusse kirjutada vaid vahe väärtuse).

Tasakaalutingimused:

$$a_1 mg = (a_0 - a_1)\rho V g \quad [\mathbf{1\ p}]$$

ja

$$a_2 mg = (a_0 - a_2)Vg(\rho - \rho_v), \quad [\mathbf{1\ p}]$$

kus m on joonlaua mass ja ρ_v — vee tihedus. Jagades need võrdused leiame $a_2/a_1 = (a_0 - a_2)(1 - \rho_v/\rho)/(a_0 - a_1)$, millest

$$\rho_v/\rho = 1 - \frac{a_2}{a_1}\frac{a_0 - a_1}{a_0 - a_2}$$

ning

$$\rho = \rho_v \left(1 - \frac{a_2}{a_1}\frac{a_0 - a_1}{a_0 - a_2}\right)^{-1}.$$

Arvuline tulemus, mis on kooskõlas mõõtmistulemustega ja selle valemiga (ümaradamise täpsusega): [**1 p**]. Täpsuse lisapunkt: kui vastuse suhteline viga pole suurem, kui $\frac{2\,\mathrm{cm}}{L}\left(\frac{m}{M} + \frac{M}{m}\right)$, kus L on joonlaua pikkus, m — joonlaua mass ja M — mutri mass, siis [**1 p**].

E2. (*SISETAKISTUS*) (*14 p.*) *Autor: Eero Uustalu*

Las teada oleva voltmeetri sisetakistus on R_1 ja tundmatu voltmeetri sisetakistus on R_2.

Analoog voltmeetril nagu igal analoogmõõteriistal on ülioluline, et osuti oleks täpselt nulli seadistatud!

Reaalne voltmeeter on justkui ideaalne lõpmatu sisetakistusega voltmeeter, millega on paralleelselt ühendatud takisti. Selle takisti väärtust me kutsume sisetakistuseks. Kui ühendada mõlemad voltmeetrid järjestikühenduses patarei külge, siis läbib mõlemat takistit sama suur vool. Voltmeetrite pingelanguste suhe annaks vastavate voltmeetrite sisetakistuste suhte. $U_1/U_2 = R_1 \cdot I/R_2 \cdot I = R_1/R_2$

Konkreetse voltmeetri ebatäpsus väljendub selles, et ta näit erineb reaalse pinge väärtusest mingi protsendi võrra. Seega kasutades kahte eri voltmeetrit kahe pinge mõõtmisel, saame kummagi mõõtmisega pinge, mis erineb reaalsest väärtusest vastavalt koefitsientide k_1 ja k_2 korda. Seega takistite suhte määramisel korrutuks tulemus läbi ka koefitsiendiga k_1/k_2. Kui kasutaksime mõlema pingelangu määramiseks üht ja sama mõõteriista, siis vastav koefitsient oleks võrdne ühega.

Seega on vaja teha veel üks lisamõõtmine leidmaks koefitsientide suhe. Selleks tuleb mõõta patarei pinge, ühendades tema külge paralleelselt samaaegselt mõlemad voltmeetrid.

Mõõdetud pingete $U_1' = k_1 \cdot U_{tegelik}'$ ja $U_2' = k_2 \cdot U_{tegelik}'$ suhe oleks sel juhul koefitsientide k_1 ja k_2 suhe.

Sellest tulenevalt tuleks korrektne sisetakistus seega:

$R_2 = U_2/U_1 \cdot U_1'/U_2' \cdot R_1$

Kontrollkatse tulemused:

$R_1 = 4507\Omega$

järjestikühendus: $U_1 = 2.05V$ ja $U_2 = 2.55V$

paralleelühendus: $U_1' = 4.7V$ ja $U_2' = 4.25V$

Vastus: $R_2 = 6200\Omega$.

Tegelik oommeetriga mõõdetud tundmatu voltmeetri sisetakistuse väärtus oli $R_2 = 6000\Omega$

Ja samas kui ebatäpne kalibratsioon jäänuks korrigeerimata, oleks otsitava sisetakistuse väärtuseks saadud oluliselt ebatäpsem $R_2 = 5606\Omega$.

Hindamisskeem

On aru saadud sisetakistuse mõistest — [**0.5 p**]

On veendutud, et voltmeetrite osutite nullid on paigas — [**0.5 p**]

Idee, et järjestiku patarei külge ühendatud voltmeetrite pingelanguste suhe on sama kui vastavate voltmeetrite sisetakistuste suhe. — [**1.5 p**]

Korrektsed pinged mõõdetud voltmeetrite järjestikühenduses — *kokku* [**max 3 p**]

Ühe mõõdetud pinge kohta:

- pinge loetud välja täpsusega 0,05V [**1.5 p**]
- pinge loetud välja täpsusega 0,1V [**1 p**]
- pinge loetud välja vähema täpsusega kui 0,1V [**0.5 p**]
- mõõtmist pole sooritatud [**0 p**]

Idee, et eelnevalt leitud sisetakistuste suhe on läbi korrutatud koefitsiendiga k_1/k_2 — [**1 p**]

Idee, et koefitsientide suhte k_1/k_2 saab leida mõõtes patarei pinget üheaegselt mõlema voltmeetriga paralleelühenduses — [**1 p**]. Mõõtes kordamööda vaid patarei ja üks voltmeetritest — [**0.5 p**], kuna meetod on ebatäpsem.

Korrektsed pinged mõõdetud voltmeetrite paralleelühenduses — *kokku* [**max 3 p**]. Kui on mõõdetud, aga ei teata mida nende andmetega peale hakata või pole andmetest mingeid järeldusi tehtud või neid analüüsitud, siis anda pooled mõõtmise punktid — [**max 1.5 p**].

Ühe mõõdetud pinge kohta

- pinge loetud välja täpsusega 0,05V [**1.5 p**]
- pinge loetud välja täpsusega 0,1V [**1 p**]
- pinge loetud välja vähema täpsusega kui 0,1V [**0.5 p**]
- mõõtmist pole sooritatud [**0 p**]

Korrektne lõppvalem sisetakistuse leidmiseks — [**1.5 p**]. Kui koefitsientidega ei ole arvestatud, siis [**max 0.5 p**].

Vastus — *kokku* [**max 2 p**]

- vastus erineb tõelisest väärtusest kuni $\pm 5\%$ [**2 p**]
- vastus erineb tõelisest väärtusest kuni $\pm 7\%$ [**1,5 p**]
- vastus erineb tõelisest väärtusest kuni $\pm 8.5\%$ [**1 p**]
- vastus erineb tõelisest väärtusest kuni $\pm 10\%$ [**0,5 p**]

NB! Analoog mõõteriista sisetakistus võib tugevasti erineda konkreetsete samasuguste isendite vahel. Protsent on selle konkreetse mõõteriista sisetakistusest, mida õpilane mõõtis.