

XXI Astronoomia lahtine võistlus 2025 – vanem rühm

Juhised

Ülesannete lahendamiseks on aega 3 tundi. Kokku on võimalik saada **120 punkti**. Ülesandeid ei pea lahendama järjest ning ei pea lahendama ka kõiki ülesandeid. Hindamisel arvestatakse ainult puhtandit, välja arvatud juhul, kui puhtandile on lisatud märke, et tuleks vaadata mustandit. Sama märke peab olema lisatud ka mustandile. Ülesannete lahendamisel on lubatud kasutada vabalt valitud kalkulaatorit, aga kalkulaatoriks ei või olla internetiühendusega või muude mitte-arvutuslike võimekustega seade. Kahtluse korral küsi järelevaatajalt. Lahendus tuleb kirjutada kas sinise või musta pastakaga. Kõigis lahendustes võib teha mõistlikke lihtsustusi, näiteks modelleerida kanasid ideaalse sfäärina, ignoreerida atmosfääride optilisi iseärasusi jne.

Lahendamiseks vajalike konstantide ja astronoomiliste suuruste tabel on allpool.

NB!

- Igale lehele peab olema kirjutatud õpilase nimi.
- Iga ülesanne peab olema lahendatud eraldi lehele.

Punktid

Ülesanded annavad järgnevalt punkte:

- 1. ülesanne 10 ,
- 2. ülesanne 10 ,
- 3. ülesanne 15 ,
- 4. ülesanne 15 ,
- 5. ülesanne 20 ,
- 6. ülesanne 20 ,
- 7. ülesanne 30 .

Konstandid

Fundamentaalkonstandid

Valguse kiirus vaakumis	c	=	$2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Plancki konstant	h	=	$6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Boltzmanni konstant	k_B	=	$1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Stefan-Boltzmanni konstant	σ	=	$5.670 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Elementaarlaeng	e	=	$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Gravitatsioonikonstant	G	=	$6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Vaakumi dielektriline läbitavus	ϵ_0	=	$8.854 \times 10^{-12} \text{ m}^{-3} \text{ kg}^{-1} \text{ s}^4 \text{ A}^2$
Universaalne gaasi konstant	R	=	$8.315 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Avogadro arv	N_A	=	$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Wieni nihkeseadus	$b = \lambda_m T$	=	$2.898 \times 10^{-3} \text{ m K}$
Elektroni mass	m_e	=	$9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Prootoni mass	m_p	=	$1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Neutroni mass	m_n	=	$1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Heeliumi aatomituuma mass	m_{He}	=	$6.645 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Aatommassiühik (a.m.ü.)		=	$1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Astronoomilised andmed

Hubble'i konstant	H_0	=	$70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
Ekliptilise põhjapooluse koordinaadid	(α_E, δ_E)	=	$(18^h 00^m 00^s, +66^\circ 33' 39'')$
Galaktilise põhjapooluse koordinaadid	(α_G, δ_G)	=	$(12^h 51^m 26^s, +27^\circ 7' 42'')$
1 jansky	1 Jy	=	$10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$
1 parsek	1 pc	=	$3.086 \times 10^{16} \text{ m}$ 206 265 aü 3.262 ly
1 astronoomiline ühik	1 aü	=	$1.496 \times 10^{11} \text{ m}$
1 sideeriline päev	T_{SD}	=	23.934 44 h $23^h 56^m 04^s$
1 troopiline aasta		=	365.2422 päeva
1 sideeriline (tähe-) aasta		=	365.2564 päeva

Lähendused

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx$$

$$(1 + x)(1 + y) \approx 1 + x + y \text{ kui } x \ll 1 \text{ ja } y \ll 1$$

Gaussi valemid

Sfääriline koosinusteoreem: $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$

Sfääriline siinusteoreem: $\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$

Päike

Päikese heledus	L_{\odot}	=	$3.826 \times 10^{26} \text{ W}$
Päikese näiv nurkläbimõõt	θ_{\odot}	=	$32'$
Päikese efektiivne temperatuur	$T_{\text{eff},\odot}$	=	5778 K
Näiv tähesuurus		=	-26.75
Absoluutne tähesuurus		=	$+4.82$
Näiv bolomeetriline tähesuurus		=	-26.83
Absoluutne bolomeetriline tähesuurus		=	$+4.74$
Päikese kaugus Galaktika keskmest		\approx	8 kpc

Maa ja Kuu

Maa telje kaldenurk	ϵ	=	$23.5'$
Platooniline aasta (Maa telje pretsessiooni periood)		=	$25\,765$ aastat
Täiskuu näiv tähesuurus		=	-12.74
Kuu näiv nurkläbimõõt	θ_{L}	=	$31'$
Kuu orbiidi kalle ekliptika suhtes		=	$05^{\circ}08'43''$
Kuu ekvaatori kaldenurk Kuu orbiidi tasandi suhtes		=	6.687°
Sideeriline kuu	T_{SL}	=	27.321661 päeva 655.71986 h
Sünoodiline kuu		=	29.530589 päeva
Troopiline kuu		=	27.321582 päeva
Anomaalne kuu (keskmine aeg kahe Kuu perigee läbimise vahel)		=	27.554550 päeva
Drakooniline kuu (Kuu ekliptikaga lõikumise periood)		=	27.212221 päeva

Päikesesüsteem

Taeva- keha	Keskmine raadius [km]	Mass [kg]	Pikem pooltelg [aiü]	Ekstsentrilisus
Päike	695 700	1.988×10^{30}	—	—
Merkuur	2 440	3.301×10^{23}	0.387	0.206
Veenus	6 052	4.867×10^{24}	0.723	0.007
Maa	6 378	5.972×10^{24}	1.000	0.016 710
Kuu	1 737	7.346×10^{22}	3.844×10^5 km	0.054 900 (vahemik 0.026 – 0.077)
Marss	3 390	6.417×10^{23}	1.524	0.093
Jupiter	69 911	1.898×10^{27}	5.203	0.048
Saturn	58 232	5.683×10^{26}	9.537	0.054
Uraan	25 362	8.681×10^{25}	19.189	0.047
Neptuun	24 622	1.024×10^{26}	30.070	0.009

1 Lühiküsimused

10 punkti

All on toodud 5 väidet märgi ära kas väide on õige või vale kasutades õige vastuse tähistamiseks „ÕIGE“ või „+“ ja vale vastuse tähistuseks „VALE“ „-“. Vastuseid põhjendama ei pea.

1. Ekvaatoril ühes punktis olles saab 1 aasta jooksul näha kõiki geostatsionnarseid satelliite.
2. Veega, Deeneb ja Altair moodustavad suvekolmnurga.
3. 2000 aastat tagasi oli Maa pöörlemistelg suunatud Põhjanaanast 10 kraadi lõunapoole.
4. Kevadpunkt asub Kalade tähtkujus.
5. Suur Suur Magalhaesi pilv paistab Maalt vadeldes heledamana kui Andromeeda galaktika.

2 Galaktika sünd

10 punkti

Kui galaktika tekib, siis ta muudab oma olekut lihtsalt gravitatsiooniliselt seotud olekust $E_{\text{kin}} = |E_{\text{pot}}|$ viriaalsesse olekusse $E_{\text{kin}} = 0.5 \cdot |E_{\text{pot}}|$. Üleliigne seoseenergia kiiratakse ära. Uurime ideaaliseeritud ketagalaktika teket, mis pöörleb ühtlaselt kiirusel $v_{\text{rot}} = 250 \text{ km/s}$, võime ignoreerida kõiki juhuslikke liikumisi ja massi jaotuse ebahürtluseid jne. Oletame, et kogu ta mass paikneb $R_{\text{max}} = 80 \text{ kpc}$ sees. Oletame, et ta tekkis 600 miljoni aastaga. Millise heledusega (Päikese heleduse ühikutes) kiirgab see galaktika seoses seoseenergia vabanemisega selle aja jooksul.

3 Pluuto ja Charon

15 punkti

Pluuto kaaslane Charon avastati 1978. aastal. Maa orbiit on Pluuto orbiidi suhtes niiviisi kaldu, et Maalt on vaid harva võimalik vaadelda seda, kuidas Charon Pluutost üle liigub ja seepärast Pluuto näiv heledus muutub. Charoni orbitaalperiood on 6.39 päeva. Pluuto ja Charon tiirlevad ümber ühise punkti, mis ei asu Pluuto keskel. Charoni orbiit on ca 7.3 korda nii suur kui Pluuto orbiit.

1. Konstrueeri Tabelit 1 kasutades Pluuto heleduskõver.
2. Hinda, millisel ajahetkel toimusid Charoni ülemineku esimene, teine ja kolmas kontakt. Kui pikk aeg kulus esimese ja teise kontakti vahel? Kui pikk aeg kulus esimese ja kolmanda kontakti vahel?

3. Viimaste hinnangute järgi on Charoni kaugus Pluutost ca 19130km. Oletades, et Charoni orbiit on ringikujuline, leia Charoni orbiidi ümbermõõt, orbitaalkiirus ning hinda, kui suur on Charoni läbimõõt ja kui suur on Pluuto läbimõõt?.

Tabelis 1 on antud Pluuto heleduse muutumine ühe Charoni ülemineku ajal, 18. veebruaril 1987.

Aeg (UT)	Heleduse muutus	Aeg (UT)	Heleduse muutus
13:30	-0.010	17:15	-0.199
13:45	-0.001	17:30	-0.150
14:00	+0.012	17:45	-0.130
14:15	-0.011	18:00	-0.092
14:30	-0.033	18:15	-0.049
14:45	-0.050	18:30	-0.024
15:00	-0.097	18:45	-0.005
15:15	-0.128	19:00	-0.006
15:30	-0.155	19:15	-0.002
15:45	-0.180	19:30	-0.001
16:00	-0.218		
16:15	-0.220		
16:30	-0.221		
16:45	-0.219		
17:00	-0.220		

Tabel 1: Pluuto heleduse muutus

4 Eksokuu

15 punkti

Ülesande püstitus jälgib osaliselt Kipping (2009)¹ lähenemist teemale.

TTV-d (*transit timing variations*) on perioodilised muutused eksoplaneedi transiidi vaadeldud keskpunkti ajastatuses. Nende põhjustajaks võib naiteks olla eksokuu või mõni teine süsteemi planeet, mis gravitatsiooni mõjul perioodiliselt „häirib“ vaadeldava planeedi orbiiti ümber tahe.

- Kui planeedil on eksokuu, ei kattu selle planeedi transiidi fotomeetriline keskpunkt (t) hetkega kui planeet-kuu süsteemi masskese on transiidi keskpunktis (t_0).
- Kui TTV-d puuduvad, leiavad transiidi vaadeldud keskpunkt ja „füüsikaline“ keskpunkt aset samal hetkel.
- Kui $TTV \equiv t - t_0 > 0$, jäi transiit hiljaks; kui $TTV = t - t_0 < 0$, nägime transiiti liiga vara.

¹<https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.13999.x>

Järgnevalt uurime, kuidas eksoplaneedi TTV väärtuste mõõtmine aitab meil kirjeldada selle ümber tiirlevat eksokuud. Lihtsuse mõttes eelda, et kõik orbiidid on ligikaudselt ringikujulised ($e \approx 0$) ning nii planeedi-kuu kui ka planeedi-tähe orbitaaltasand on paralleelne meie vaatesihiga.

(a) (13 p). Näita, et $\Delta\text{TTV} \equiv \max(\text{TTV}) - \min(\text{TTV})$ on

$$\Delta\text{TTV} = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{P_m^2 P_p \frac{m^3}{M_p^2 M_\star}}, \quad (1)$$

kus P_m on kuu sideeriline periood ümber planeedi, P_p on planeedi periood ümber tähe, m on kuu mass, M_p on planeedi mass ning M_\star on tähe mass. Võid eeldada, et $m \ll M_p$, $M_p \ll M_\star$ ning transiidi kestus on palju lühem kui kuu tiirlemisperiood ümber planeedi.

(b) (2 p) Arvuta teoreetiline ΔTTV väärtus Maa-Kuu süsteemi jaoks.

5 Spektrid

20 punkti

(a) (10 p). Sulle on antud 10 objekti spektrid (vt Lisa 1). Leia, millist tüüpi objektile (peajada täht, galaktika, kvasar) iga spekter vastab. Ükski siin toodud spektritest ei kuulu rohkem kui ühte klassi. Võid kasutada fakti, et $H\alpha$ spektrijoone lainepikkus on puhkeolekus 6563 \AA ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$).

NB. Kui vastad ainult küsimusele (a), kuid jätab küsimuse (b) täielikult vastamata, on osa (a) eest võimalik maksimaalselt saada 25% maksimumpunktidest.

(b) (6 p). Kirjelda lühidalt, mille järgi tundsid ära

- i. peajada tähed;
- ii. galaktikad;
- iii. kvasarid.

(c) (4 p). Milline neist galaktikatest on kõige suurema tõenäosusega hetkel aktiivse tähetekke faasis? Kas tegu on pigem spiraalgalaktika või elliptilise galaktikaga? Põhjenda lühidalt.

6 SPECULOOS-3b

20 punkti

SPECULOOS-3b on Maa-sarnane eksoplaneet tiirlemas ultra-jaheda M-käabuse ümber. Planeedi avastusest teatati 2024. aastal ning suurem osa fotomeetristest transiidi vaatlustest viidi läbi Artemisega, SPECULOOSi projekti teleskoobiga.

SPECULOOS-3	
Otsetõus (α)	20 ^h 49 ^m 27.44s
Kääne (δ)	+33° 36' 50.96"
Tähe näiv tähesuurus (m_V)	17.8
Raadius (R_\star)	0.123 R_\odot
Temperatuur (T_\star)	2800 K
SPECULOOS-3b	
Orbitaalperiood (P)	0.719 päeva
Transiidi sügavus (δ_{tr})	0.53%
Transiidi kogukestus (T)	27.4 min
Artemis	
Koordinaadid	28.4744° N, 16.3089° W
Peapeegli läbimõõt (D)	1 m
Filter (I+z)	
Vaadeldud lainepikkused (λ)	740...1080 nm
Kvantefektiivsus	94%

- (a) (1 p). Mis on tähe maksimaalne kõrgus horisondi kohal ülemise kulminatsiooni ajal?
- (b) (2 p). Mis on ülemises kulminatsioonis tähe näiv tähesuurus, kui võtta arvesse ka atmosfääri ekstinktsioon? Võid eeldada, et vaatluse hetkel oli ekstinktsioonikoefitsient $k = 0.13$.

SNR (*signal-to-noise ratio*) näitab vaatluslikult kogutud andmete kvaliteeti ning mõõdab, kui palju on meie vaatlusobjekti (näiteks galaktika või eksoplaneedi transiidi) „signaal“ tugevam taustamürast.

Eelda, et ühe vaatluse (ühe säriaaja jooksul kogutud andmete) puhul on tähe hinnanguline SNR

$$\text{SNR}_\star = \sqrt{A\Delta t \int q(\lambda)F(\lambda)d\lambda} \approx \sqrt{qAF_0\Delta t\Delta\lambda \cdot 10^{-0.4m}}. \quad (2)$$

q on instrumendi kvantefektiivsus, A teleskoobi peapeegli pindala, Δt on säriaeg, ja $\Delta\lambda$ on vaadeldava lainepikkuse vahemiku ulatus. F_0 on Veega keskmine energivoog antud kui sissetulevate footonite arv jagatud ajaühiku, pindalaühiku ja lainepikkuse ühikuga. Siin vaadeldavas lainepikkuse vahemikus on Veega energivoog $\approx 1.11 \cdot 10^{-11} \text{ W m}^{-2} \text{ nm}^{-1}$.

- (c) (6 p). Hinda, kui suur võiks SPECULOOS-3b transiidi SNR olla Artemise teleskoobil vaadelduna. Eelda, et vaadeldi täpselt ühte tervet transiiti (ehk ingressi algusest egressi lõpuni). *Vihje: kui ühe vaatluse SNR on x , siis N vaatluse SNR on $x\sqrt{N}$.*
- (d) (2 p). Oma tulemuses saame üldjuhul kindlad olla, kui transiidi SNR on $\text{SNR}_{\text{tr}} \gtrsim 10$. Kirjelda lühidalt, kuidas võiksime transiidi SNRi parendada uut teleskoopi ehitamata.

- $\Phi(\alpha)$ on nähtav *suhteline heledus* võrreldes täisfaasiga.

(a) Arvuta faasifunktsiooni $\Phi(\alpha)$ väärtused järgnevate faasinurkade jaoks:

$$\alpha = 0^\circ, \quad 60^\circ, \quad 90^\circ, \quad 120^\circ, \quad 180^\circ.$$

Ümarda tulemused kolme koma kohani. (5 punkti)

(b) Planeedi ja tähe voo suhe Lamberti keral on järgmine:

$$\frac{F_{planeet}}{F_{täht}} = A_g \cdot \frac{R_{planeet}^2}{a^2} \cdot \Phi(\alpha) \quad (3)$$

kus:

- A_g on planeedi *geomeetriline albedo*,
- R_p on *planeedi raadius* võrreldes täisfaasiga
- a on *planeedi ja tähe omavaheline kaugus*.

Oletame, et geomeetriline albedo Lamberti keral 500 – 800 nm juures on 0.2, planeedi raadius on võrdeline Maa raadiusega ja planeedi kaugus tähest on võrdeline Maa kaugus Päikesest.

- 1) Arvuta ja joonista graafikuna planeedi-tähe voog $F_{planeet}$ vahemikus $\alpha = 0^\circ$ kuni 180° .
- 2) Märgi ära joonisele maksimum- ja miinimumväärtused.

(10 punkti)

(c) Kuidas sõltub Lamberti kera faasikõvera valem orbiidi kaldest? (5 punkti)

(d) Näita, et faasikõver $\Phi(\alpha)$ saavutab maksimumi punktis $\alpha = 0$ vahemikus $\alpha = [0, \pi]$.

- Tuletada valemist $\Phi(\alpha)$ esimene tuletis $\frac{d\Phi}{d\alpha}$.
- Kontrolli, et $\frac{d\Phi}{d\alpha} < 0$ kõigil $\alpha > 0$ väärtustel vahemikus $\alpha = [0, \pi]$.
- Tõlgenda tulemust füüsikalises mõttes.

(10 punkti)

Lisa 1: Spektrid









