Astronoomiaülesannete lahendused

10. aprill 2005

N4, V1. Täiskuu. Oluline on arusaamine, et nurgakraad on 2 Kuu läbimõõtu. Seega on kõrgus h = 4,5 kraadi ehk 9 Kuu läbimõõtu.

Teine koordinaat - asimuut - mõõdetakse 9. kl. õpiku kohaselt keskpäevajoonest paremale. Täpne number on A = +5 kraadi.

N1. Kuu faasid. Viimane veerand ehk rahvakeeli vanakuu on näha hommikutaevas enne päikesetõusu, seega asub viimasest lääne pool ehk paremal. Et varjujoon kuuketta täpselt poolitaks, peab Päike asuma joone vaataja-Kuu suhtes täisnurga all.

Õige vastus on "90 kraadi paremal"; astronoomiline vastus - piki ekliptikat 90 kraadi lääne poole.

V6. Jupiteri heledus. Lahendus eeldab kauguste teadmist ning tähesuuruste arvutamise valemi kasutamist. Kaugused leitakse geomeetriliselt, kasutades ringorbiite. Tähesuuruste valemist (12.kl. lk. 57) tuleb:

$$\Delta m = -2,5 \log \frac{E_2}{E_1} = 5 \log \frac{r_2}{r_1}, \quad \text{kuna} \quad E \sim r^{-2}$$

Et tegu on suhtarvudega, pole vaja kauguse ühikuid teisendada.

Vastus: (täpne arvutus planetaariumiprogrammist): kvadrantuuris on kaugus maast 5.345 aü, heledus -1.9 tähesuurust, ühenduses on ~22. oktoobril, heledus -1.5, kaugus 6.443 aü.

Vastus: (ringorbiitide lähendiga) kvadrantuuris -2,3+0.27=-2,03; ühenduses -2,3+0,7=1,6 tähesuurust

V7. Imelik täht. Lähteandmeteks on Miira heledused ja temperatuurid:

$$T_1 = 1900\text{K}; \quad T_2 = 2500\text{K}; \quad m_1 = 2.0; \quad m_2 = 10.1$$

Lähtevalemid: sfääri pindala, Stefani-Boltzmanni seadus, tähesuuruste definitsioon

$$S = 4\pi r^2; \quad R = \sigma T^4; \quad m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{I_1}{I_2} \quad \text{ehk} \quad \frac{I_1}{I_2} = 10^{0.4(m_2 - m_1)}$$

siit:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\sigma T_1^4 \cdot 4\pi r_1^2}{\sigma T_2^4 \cdot 4\pi r_2^2}$$

millest

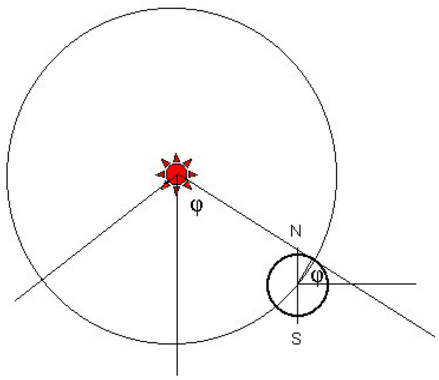
$$\frac{r_1}{r_2} = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = 10^{0.2(m_2 - m_1)} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = 10^{0.2 \cdot 8.1} \left(\frac{2500}{1900}\right)^2 = 72.2$$

N5, V2. Kuu mäed. Läbimõõduga on lihtne: tuleb võrrelda kraatri läbimõõtu Kuu läbimõõduga. Täpsuse huvides on kasulik suurelt pildilt määrata suurema kraatri läbimõõt (tuleb 100 km) ja võtta vastavalt väikesele pildile väiksem kraater kolm korda väiksemaks. Piisav vastus on 30 km.

Valli kõrguse leidmiseks tuleks määrata kraatri kaugus varjujoonest (ca 1 cm). Selle suhe kuuketta raadiusse peaks olema sama mis valli kõrguse suhe varju pikkusse. Varju laius kraatri keskosas on umbes 0,4 läbimõõtu ehk 12 km; siit saame valli kõrguseks 1/7 12-st ehk 1,7 km.

NB! oluline pole numbrite täpsus, vaid mõttekäigu õigsus.

V3, N6. Polaarpäev. Kui Maa telg oleks orbiidi (ekliptika) tasandis, siis algaks polaarpäev hetkel, kui Päike ilmub põhjapoolse horisondi kohale.



Jooniselt näeme, et see sünnib siis, kui planeet on piki orbiiti liikunud “kesksuvest”, st. hetkest, kus Päike asub otse põhjapooluse kohal, täpselt laiuskraadi φ suuruse nurga võrra.

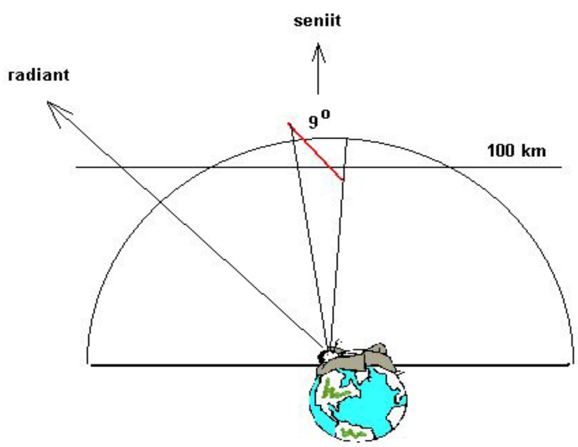
Seega kestab polaarpäev Tartus hetkest, kus φ = –58°26’ kuni hetkeni
φ = +58°26’ ; kokku 116°52’ pikkusel kaarel, mis kogutiirust, st. aastast moodustab 32,5% ehk 118 päeva.

N2. Tähtede vanus. Ülesanne kontrollib graafikute lugemise oskust. Ta näib lihtne: võtame püstteljelt numbri 10^{3} ja veame sellelt rõhtjoone peajadani. Saame 10 miljonit aastat.

Täpseks lugemiseks vajame arusaamist logaritmilisest skaalast. Tahtsin panna "300 Päikese heledust", aga mööda panin.

Sellegipoolest: proovige, kas oskate leida sama joonise abiga 300 Päikese heledusega tähe eluiga. Või 200, 700, 50 Päikese heledusest lähtuvalt

N 7,V 4. Meteoor. Jälje pikkuse leiame kaare pikkuse abil: 18˚ x π : 180° x 100km : cos 60° = 69 km

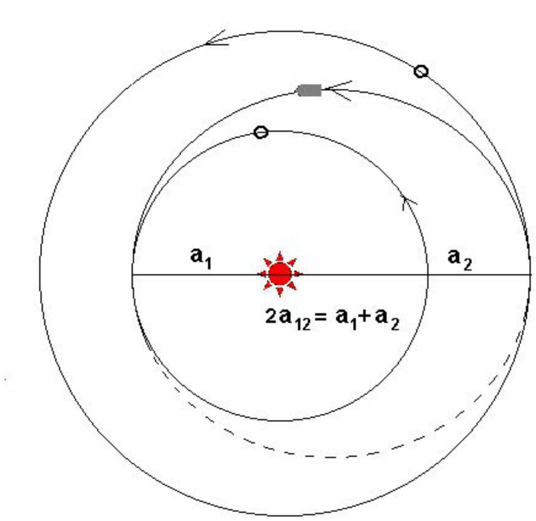


Trajektoori pikkuse saame kaare pikkusest, arvestades langemisnurka:

$$s = \frac{18° \cdot \pi \cdot 100 \text{ km}}{180° \cdot \cos 60°} = 69 \text{ km}$$

Kiiruseks tuleb v = 69 : 1,3 = 53 km/s

V8. Odavlend. “Bichele trajektoor” on ellips, mis periheelis puudutab Maa, afeelis Saturni orbiiti.



$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{a_1^3} \quad \text{ehk} \quad \frac{T_{KL}^2}{T_1^2} = \frac{a_{12}^3}{a_1^3}$$

millest

$$t = \frac{T_{KL}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)^3 : a_1^3 \cdot T_1^2}$$

$$t = 0.5\sqrt{\left(\frac{1+9.5}{2}\right)^3 : 1^3 \cdot 1^2} = 6 \text{ aastat}$$

Samal moel leiame lennuaja Maalt Veenusele (0.4 aastat) ja Veenuselt Saturnile (5,8 aastat) Odavlennu ajaks kujuneb seega 6,2 aastat – vaid pisut rohkem kui Bichele trajektooriga

“Hinnavahe” leidmisel kasutage gravitatsioonivälja potentsiaalse energia valemit. Uhe kilogrammi üleviimiseks kuluv energia on võrdne Päikese gravitatsioonivälja potentsiaalide vahega Maa ja sihtplaneedi kaugustel

$$\Delta E = \varphi_{Maa} - \varphi_{pl} = \gamma M_{\odot}\left(\frac{1}{d_{Maa}} - \frac{1}{d_{pl}}\right)$$

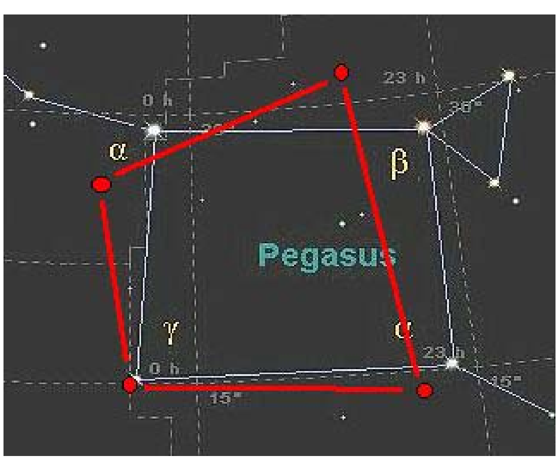
Pange valemisse kord Jupiteri (Bichele variant), kord Veenuse kaugus (odavlend) ja arvutage.

N8, V5. Igavesed tähtkujud. Et tegu on väikese taevaosaga ja nihked on veel väiksemad, loobume sfäärilisest trigonomeetriast. Nihked piki meridiaani ($\Delta\delta$) leiame vahetult, korrutades omaliikumist ajaga. Nihe otsetõusus ($\Delta\alpha$) on keerulisem: tuleb teisendada leitud kraadimõõt tunnimõõduks ning arvestada, et suurematel käänetel tuleb leitu cos δ-ga läbi jagada.

Näiteks ***α And*** jaoks: $\Delta\delta$ = 100000 x (-162,95) : 1000 = -16250’’ = -4,5 kraadi
$\Delta\alpha$ = 100000 x 135,68 : 1000 : cos 30˚ = 15228’’ ≈ 0,28 h

Kraadides:

α And	3,8 (0,28 h)	- 4,5
α Peg	1,7 (0,12 h)	- 1,2
β Peg	5,2 (0,39 h)	+ 3,8
γ Peg	0,13 (0,009 h)	- 0,23



N3. Taevased kohtumised. Tuleb kohe öelda, et täpset lahendit kolme planeedi kohtumiseks ei ole. Kui kahe planeedi jaoks leiab kohting aset iga kord, kui seesmine välimisele ringi sisse teeb”, siis kolmikkohtumiste puhul tuleb ikka ette anda, kui lähedal (viis kraadi, kümme kraadi jne) peavad nad üksteisele olema.

Ka kaksik-kohtumiste arvutamisel on raskus: me vaatame neid liikuvalt Maalt. Kõigi kolme planeedi liikumisteed taevas on silmusekujulised ning seetõttu võivad kaks planeeti mõnel aastal mitu korda kohtuda.

Aga need aastad, mil selline asi võimalik, on määratud Päikese-keskse liikumisega. Et leida, kui tihti kaks planeeti satuvad samasse taevapiirkonda, tuleb lahutada nurkkiirused ja leida nurkkiiruste vahele vastav periood:

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \frac{2\pi}{T_1} - \frac{2\pi}{T_2}; \qquad T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

Selle järgi kohtuvad Jupiter ja Saturn iga 18,85 , Jupiter ja Uraan aga 13,8 aasta tagant.

Kolmik-kohtumiste sagedust võiksime hinnata selle järgi, kui tihti kohtuvad Saturn ja Uraan. Meie valem annab siin perioodiks 45,37 aastat. Aga siis on nad ka üsna mitu aastat lähestikku, ja kui selle aja jooksul satub samasse kanti ka Jupiter, ongi kolmik-kohtumine sündinud.

Lõpetan lahenduste kirjeldamise ülesandega: arvutage neist andmetest lähtuvalt kolmik-kohtumiste periood tingimusega, et kõik kolm planeeti peavad Maalt vaadatuna mahtuma 8-kraadise ringi sisse. Arvestada tuleb ka Maa liikumist.