

X Astronoomia lahtine võistlus 2014

Noorem aste aste

Koostasid: T. Eenmäe, R. Kipper, T. Sepp

Astronoomia lahtisest võistlusest

Hea meel on tervitada teid astronoomia lahtisel võistlusel. Tuletame meelde, et teil on lahendamiseks aega 3 tundi. Lahendamisel on lubatud kasutada kalkulaatorit ja joonlauda. Ülesanded ei ole raskuse järjekorras ja neid ei pea lahendama järjest. Hindamisel arvestatakse kõiki ülesandeid **võrdse kaaluga**, seepärast on soovitatav lahendada esmalt lihtsamad, kiiresti lahendatavad ülesanded ja alles siis asuda raskemate ja aeganõudvamate ”pätklite” kallale. Ülesannete lahendamisel on lubatud teha mõistlikke lihtsustusi, ümardamisi ja kasutada üldtunnustatud eeldusi. Soovitame alustuseks lugeda läbi kõik ülesanded. Kõiki ülesandeid hinnatakse 10 punkti skaalas ja eriti täpse lahenduse või taibuka lahenduskäigu eest võib teenida kuni 2 boonuspunkti (nende andmise otsustab žürii konsensuslikult).

Ülesanne 1. Mäed ja kellad



Joonis 1: Kassisilma udu

Kirgiisi vabariik on huvitav riik, kus väiksusele vaatamata on kaks ajavööndit. Valdavas osas Kirgiisia territooriumil kasutatakse ajavööndit GMT+6, Oshi linna lähiumbruses aga kehtib GMT+5. Sealse kõrgeima mäe, Jengish Chokusu (tõlkes ”Võidu mägi”) kõrguse mõõtmisel on korduvalt eksitud, saades isegi üle kilomeetriseid erinevusi. Praeguseks on üldtunnustatud tulemuseks saadud 7439 meetrit.

Ühel ilusal hommikul vaatas kirgiis Almazbek oma koduaknast Oshis ($40^{\circ}31'48''N, 72^{\circ}48'0''E$), päikesetõusu ja pani tähele, et kell oli täpselt 6:00. Soovides ilusat päikesetõusu aega jagada helistas Almazbek oma sõbrale Askarile Kirgiisi pealinna Biškeki, et ka tema täistunnist hommikut näeks. Telefoni võttis vastu aga Askari abikaasa ja ütles, et Askar on läinud Jengish Chokusu ($42^{\circ}02'15''N, 80^{\circ}07'30''E$), otsa ronima ja viibib just samal ajal mäe tipus. Samuti ütles Askari abikaasa, et Askar kasutab ainult täpset päikeseaega, kuna vööndiaeg ei meeldi talle. Nüüd küsimused:

1. Mida näitas vööndiaja järgi paikaseatud kell Biškekis?
2. Kas Askar nägi päikesetõusu varem või hiljem kui Almazbek? Põhjenda, võttes arvesse ida-lääne suunalist asukohaerinevust.
3. Arvutada välja, mida näitas päikeseaja järgi paika seatud kell Askaril, sel ajal, kui ta nägi Päikest tõusmas.
4. Kui suur oli Askari ja Almazbeki kellade erinevus. Küsime, mida näitasid nende kellad samal ajal (ühel päikese, teisel vööndiajas)?

Ülesanne 2. Vaatame Kassisilma

Kassisilma udu (NGC 6543) on üks tuntumaid planetaarudusid. Planeetaarunud tekivad Päikese-sarnastest tähtedest, mis oma "elu" lõpus, kui termotuumareaktsioonideks vajalik kütus (põhiliselt vesinik) hakkab otsa lõppema, paiskavad oma välimised kihid endast eemale. Sellise plahvatuse tulemusena tekivad nende tähtede ümber kiiresti eemalduvad gaasikihid, mille pilti ja kestade joonist näete joonisel 3 (joonised paiknevad eraldi lisas ja kestad paistavad ketastena). Kassisilma udu läbimõõt taevafääril on umbes 30 kaaresekundit. Hubble'i kosmoseteleskoop pildistas Kassisilma udu kaks korda, 18.09.1994 ja 17.08.1997 (vaata joonist 4). Nagu on näha, ei ole neilt piltidelt gaasikestade liikumist lihtne tuvastada. Õnneks teame, et keskmise ketta (joonisel tähistatud E25) ristsuunaline paisumiskiirus mööda lühemat pooltelge on **16,4 km/s**. Samuti teame, et paisumiskiiruse nurkades saab avaldada paisumiskiirusena füüsilistes mõõtmetes valemiga:

$$D = \frac{v}{\omega}, \quad (1)$$

kus D on vaadeldava objekti kaugus, v on ristsuunaline kiirus pikkusühikutes ja ω on ristsuunaline kiirus kaareühikutes.

Et leida nüüd Kassisilma udukogu kaugus, kasutame tehnikat, kus lahutame piksel-piksli kaupa esimesest pildist teise. Nii näeme täpselt, kus on toimunud

muutused, sest gaasikestade struktuur jääb samaks. Kui suurendame esimest pilti, on võimalik leida suurendusfaktor (F), mille korral kaks pilti on võimalikult ühesugused (saadud nõ lahutatud pilti nimetatakse residuaalpildiks), sealt saab juba tuletada Kassilma udu ketaste paisumise nurkkiiruse, kasutades valemit:

$$\omega = \frac{(F - 1)d}{t}, \quad (2)$$

kus F on suurendusfaktor, d on ketta serva kaugus tsentraalsest tähest (mööda lühemat pooltelge) möödetuna radiaanides ja t on aeg. d saab leida näiteks jooniselt 5. Suurendusfaktor on leitav jooniselt 6, leides pildi, kus on kõige vähem struktuuri. Kui mitu pilti tunduvad sama head, võib võtta nende keskmise. **Nüüd jääbki vaid leida Kassilma udu kaugus.**

Ülesanne 3. Tähtede heledused

Jaanus tegi taevast pika säriaajaga pildi, tahtes mõõta tähe Veega heledust, mille heledus on definitsiooni kohaselt 0 tähesuurust. Tal oli selleks välja töötatud arvutiprogramm, mis leiab pildilt automaatselt tähe heleduse. Foto tegemise ajal ei pannud ta kahjuks tähele, et selle tähe eest lendas särituse alguses läbi lennuk, mis jättis maha raja (optilise paksusega $\tau = 0.02$), mis hajus 2,5 minutiga. Lennuki tuled olid 4 korda heledamad kui täht ning ülelend kestis 2 sekundit. Mitu protsenti eksis Jaanus tähe heleduse mõõtmisel ja kas ta alahindas või ülehindas tähe heledust? Kogu säriaaja pikkus oli 250 sekundit.

$$I/I_0 = e^{-\tau}, \quad (3)$$

kus I_0 on esialgne heledus ja I on vaadeldud heledus.

Ülesanne 4. "Sulavad" komeedid

Teatavasti oli komeet ISON potentsiaalselt selle sajandi üks heledamaid komeete, mida inimkond võinuks näha, kuid kahjuks lagunes ta periheelis. Selle põhjustas liiga suur Päikese mõju: kui komeet liialt kuumeneb, siis ta sulab ära ja laguneb.

Kui oletada, et komeet oli termodünaamilises tasakaalus (ehk kiirgamine ja neeldumine on võrdsed), siis leida, **missugune oli ISONi pinnatemperatuur periheelis**. ISONi läbimõõduks võib võtta 5 km. Stephan-Boltzmanni seadus kirjeldab kehade kiirgusvõimet:

$$L = \sigma_{SB}ST^4, \quad (4)$$

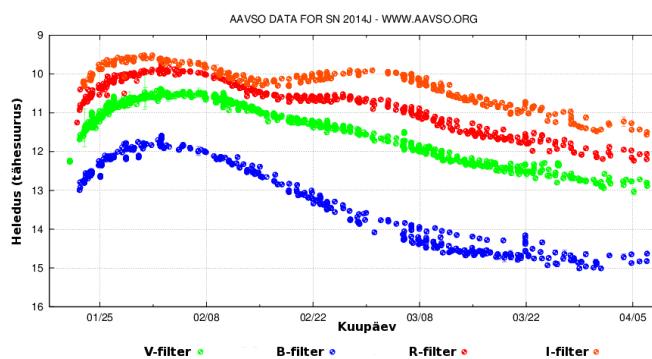
kus S on objekti pindala, σ_{SB} Stephan-Boltzmanni konstant ning T temperatuur. Periheelis oli ISONi kaugus Päikesest 0.01244 aü. ning tema albedoks võib võtta näiteks 0.04. Praeguse ülesande püstituse korral ei ole vastus päris korrektne. Milliseid lisaelduseid on vaja kasutada ülesande korrektse lahendamisel?

Ülesanne 5. Standardküünal

21. jaanuaril 2014 kell 19:20 GMT avastas inglise astronoom Steve Fossey koos oma tudengitega lähedases galaktikas M82 supernoova. See sai avastamisaasta ja -järjekorra põhjal nimeks SN 2014J. Kiiresti selgus, et tegu on nn. standardküünlaga, tüüp Ia supernoovaga. Professionaalsete ja hobiastronoomide kogukond asus värsket standardküünalt hoolikalt vaatlema. Leiti et paar nädalat peale avastamist jõudis supernoova oma maksimaalse visuaalse heleduseni (heledus V-filtris, vt. joonist 2). Hinnati ka, et meie ja supernoova vahel on küllalt palju tolmu ning seetõttu paistab SN 2014J meile tähesuuruse võrra nõrgemalt.

Tüüp Ia supernoovad arvatakse tekkivat siis, kui Chandrasekhari piirmassi lähedal olevast valgest kääbusest ja tavalisest tähest kaksiksüsteemis toimuva aine ülevoolu tõttu valgele kääbusele ületatakse kriitiline massi piir 1.38 Päikese massi ning valge kääbus plahvatab süsiniku termotuumareaktsioonide algamise tõttu supernoovana.

Juba varasemast on teada, et Ia-tüüpi supernoovade maksimaalne absoluutne heledus on $M_v = -19,3^m$. **Hinnake galaktika M82 kaugust.**



Joonis 2: Supernoova plahvatusjärgne heleduskõver. Vertikaalteljel on toodud heledus tähesuurustes ja horisontaalteljel aeg (tähistatud kuupäevadega).

Ülesanne 6. "Ühte ritta"

Maailmalõputeoreetikute jaoks on üks suurimaid hirme see, kui kõik planeetid satuvad Päikese poolt vaadatuna ühte ritta. Ühel ilusal päeval juhtub see kindlasti. Kui see juhtub, siis mitu Maa aastat läheb mööda enne kui see uuesti juhtub elik mitu aastat jääb kahe planeetide reastumise vahele?

Abitabelid

PLANEEDITABEL

	Kaugus Päikesest	Orbiidi ekstsentrilisus	Mass	Läbimõõt ekvaatoril	Pöörlemis - periood	Tiirlemis - periood	Tihedus
Päike	0		330000	109,2	25,4		0,26
Merkuur	0,39	0,206	0,06	0,38	59	0,241	0,98
Veenus	0,72	0,0068	0,81	0,95	243	0,62	0,95
Maa	1	0,0167	1	1	1	1	1
SI ühikutes	1,496 · 10 ¹¹ m		6 · 10 ²⁴ kg	1,2756 · 10 ⁷ m	23 t 56m 4s	365 p 6t 9min	5515 kg/m ³
Kuu	0,00257	0,055	0,0123	0,25	27,3	0,075	0,61
Marss	1,52	0,093	0,107	0,53	1,03	1,88	0,71
Jupiter	5,2	0,049	318	11,2	0,42	11,9	0,24
Saturn	9,6	0,056	95	9,4	0,44	29,5	0,125
Uraan	19,2	0,044	14,5	4	0,72	84,3	0,23
Neptuun	30,1	0,0112	17,1	3,9	0,67	165	0,297

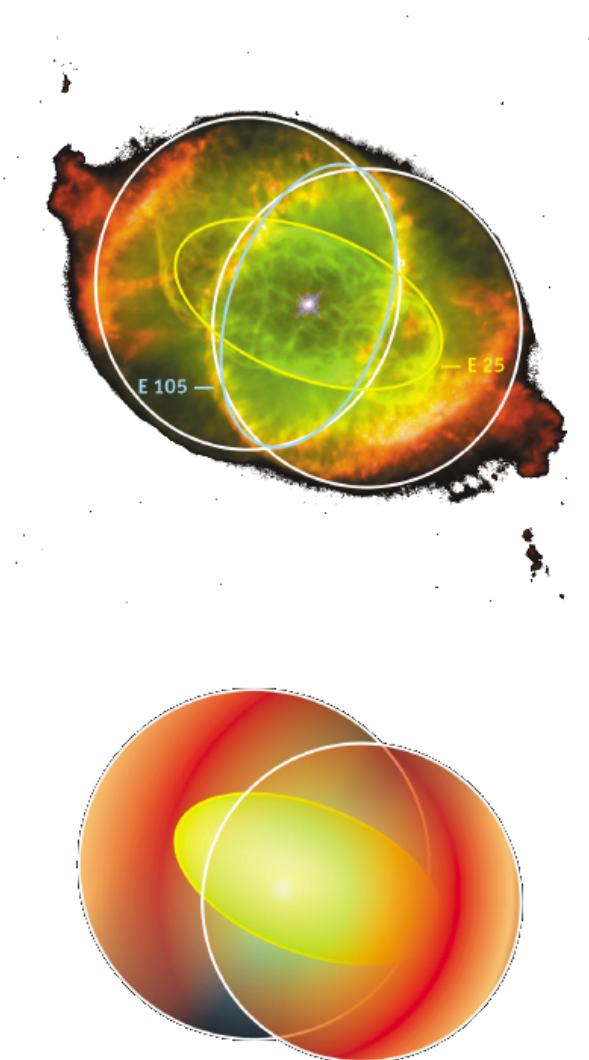
Konstandid

Stefan-Boltzmanni konstant $\sigma_{SB} = 5.67 \cdot 10^{-8} W/T^4 m^2$

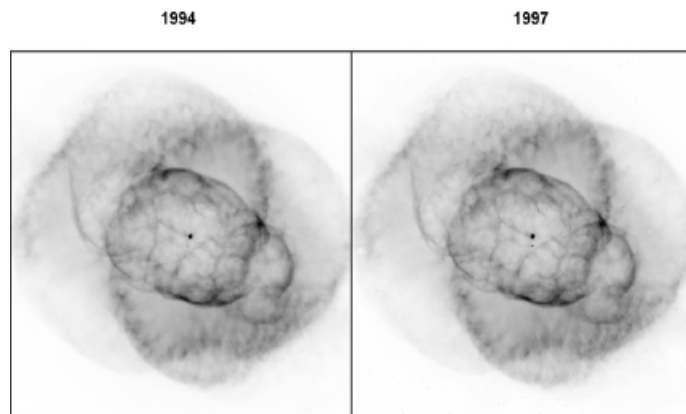
Päikese kiirgusvõime $L_{\odot} = 3.839 \cdot 10^{26} W$

Astronoomiline ühik $au = 1.496 \cdot 10^{11} m$

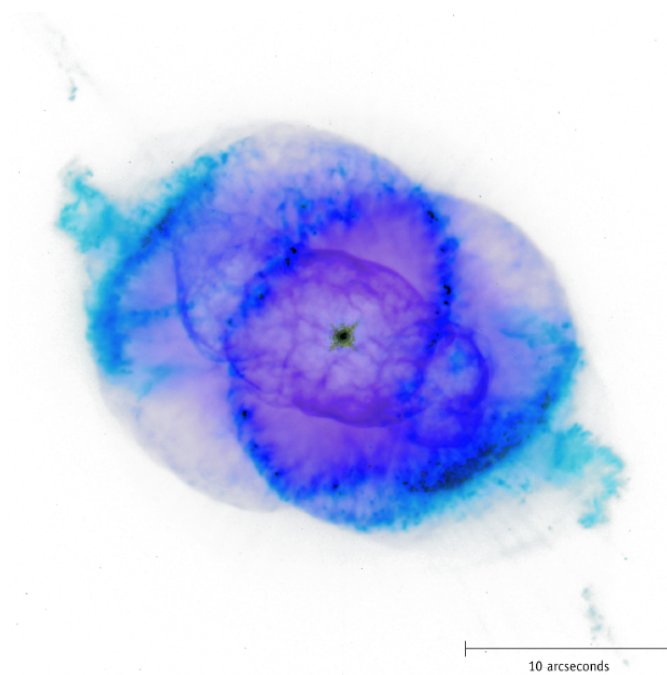
Kassisilma pildid



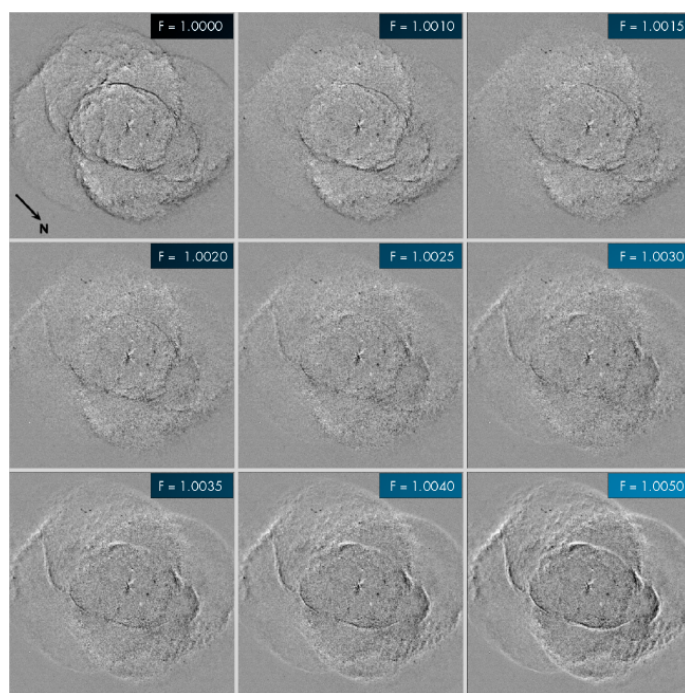
Joonis 3: Kassisilma udu ja tema ketaste 3D mudel



Joonis 4: Kassisilma udu pildid aastal 18.09.1994 ja 17.08.1997



Joonis 5: Kassisilma udu



Joonis 6: Kassisilma udu residuaalpildid

X Astronoomia lahtine võistlus 2014 – lahendused

Noorem aste aste

Koostasid: T. Eenmäe, R. Kipper, T. Sepp

Astronoomia lahtisest võistlusest

Hea meel on tervitada teid astronoomia lahtisel võistlusel. Tuletame meelde, et teil on lahendamiseks aega 3 tundi. Lahendamisel on lubatud kasutada kalkulaatorit ja joonlauda. Ülesanded ei ole raskuse järjekorras ja neid ei pea lahendama järjest. Hindamisel arvestatakse kõiki ülesandeid **võrdse kaaluga**, seepärast on soovitatav lahendada esmalt lihtsamad, kiiresti lahendatavad ülesanded ja alles siis asuda raskemate ja aeganõudvamate ”pätklite” kallale. Ülesannete lahendamisel on lubatud teha mõistlikke lihtsustusi, ümardamisi ja kasutada üldtunnustatud eeldusi. Soovitame alustuseks lugeda läbi kõik ülesanded. Kõiki ülesandeid hinnatakse 10 punkti skaalas ja eriti täpse lahenduse või taibuka lahenduskäigu eest võib teenida kuni 2 boonuspunkti (nende andmise otsustab žürii konsensuslikult).

Ülesanne 1. Mäed ja kellad



Joonis 1: Kassisilma udu

Kirgiisi vabariik on huvitav riik, kus väiksusele vaatamata on kaks ajavööndit. Valdavas osas Kirgiisia territooriumil kasutatakse ajavööndit GMT+6, Oshi linna lähiümbruses aga kehtib GMT+5. Sealse kõrgeima mäe, Jengish Chokusu (tõlkes ”Võidu mägi”) kõrguse mõõtmisel on korduvalt eksitud, saades isegi

üle kilomeetriseid erinevusi. Praeguseks on üldtunnustatud tulemuseks saadud 7439 meetrit.

Ühel ilusal hommikul vaatas kirgiis Almazbek oma koduaknast Oshis ($40^{\circ}31'48''N, 72^{\circ}48'0''E$), päikesetõusu ja pani tähele, et kell oli täpselt 6:00. Soovides ilusat päikesetõusu aega jagada helistas Almazbek oma sõbrale Askarile Kirgiisi pealinna Biškeki, et ka tema täistunnilist hommikut näeks. Telefoni võttis vastu aga Askari abikaasa ja ütles, et Askar on läinud Jengish Chokusu ($42^{\circ}02'15''N, 80^{\circ}07'30''E$), otsa ronima ja viibib just samal ajal mäe tipus. Samuti ütles Askari abikaasa, et Askar kasutab ainult täpset päikeseaega, kuna vööndiaeg ei meeldi talle. Nüüd küsimused:

1. Mida näitas vööndiaja järgi paikaseatud kell Biškekis?
2. Kas Askar nägi päikesetõusu varem või hiljem kui Almazbek? Põhjenda, võttes arvesse ida-lääne suunalist asukohaerinevust.
3. Arvutada välja, mida näitas päikeseaja järgi paika seatud kell Askaril, sel ajal, kui ta nägi Päikest tõusmas.
4. Kui suur oli Askari ja Almazbeki kellade erinevus. Küsime, mida näitasid nende kellad samal ajal (ühel päikese, teisel vööndiajas)?

Ülesanne 1. Lahendus

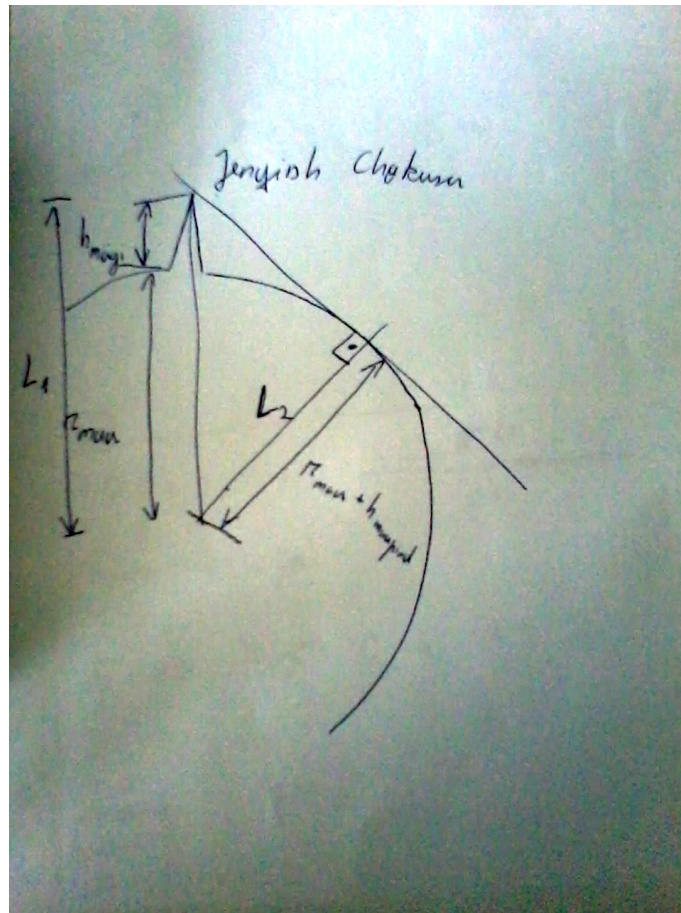
1. Biškekis näitab kell 7:00, sest Osh on ajavööndis GMT+5 ja Bishkek on GMT+6.

2. Askar nägi päikesetõusu varem, sest ta asus idapool. Samuti aitas täiendavalt kaasa tõik, et ta paiknes mäe tipus, mistõttu ta nägi justkui "horisondi alla".

3.

Askari päikesetõusu aja leidmiseks peab arvestama kolme tegurit:

1. Täpset päikeseaega Jengish Chokusu ($80^{\circ}07'30''E$), asukohas, oluline on vaid meridiaani asukoht.
2. Päikesetõusu kellaja leidmine Almazbeki järgi ning sealt selle teisendamine Askarile
3. Mäe mõju (võib jätta arvestamata ja selle mitteamarvestamise eest me punkte vähemaks ei võtnud)



Joonis 2: joonis mäe mõjust

Alustame nende arvutamist tagantpoolt ettepoole.

Mäe kõrguse mõjul näeb Askar päikesetõusu, justkui paikneks ta ida pool meridiaanpikkusel, kus maapinnalt tõmmatud puutuja lõikub mäe tipuga. Seetõttu saame konstrueerida täisnurkse kolmnurga, kus üks punkt on Maa tsentris, üks Jengish Chokusu juures ning kolmas kohas, kus maapinna puutuja lõikub Jengish Chokusu tipuga. Kuna meid huvitab vaid ida-lääne suunaline nihe saame selle kõige lihtsamalt leida:

$$\alpha = \cot^{-1} \frac{L1}{L2} = \cot^{-1} \frac{r_{maa} + h_{magi}}{r_{maa} + h_{maapind}}$$

Asendades siia sisse arvud, saame:

$$\alpha = \cot^{-1} \frac{6378 + 7.44}{6378 + 3} = 2^{\circ}8'13''$$

Askari kella saame arvutada, jagades tema meridiaanipikkuse 15-ga (Maa on jaotatud 24 tunniks, seega ühele ajavööndile vastab $360/24 = 15^\circ$ nihe).

Saame, et $80^\circ 7' 15'' / 15 = 5.34$ on Askari nö "isiklik vööndiaeg", sellele vastab $(5.34 - 5) = (.34) \times 60 = +20.4min$ erinevus kahe kirgiisi kellade vahel.

Kolmandaks leiame suhtelise päikesetõusu aja mäe otsas. Efektiivne nurk meridiaanide vahel on:

$$(80^\circ 07' 30'' E + 2^\circ 8' 13'') - 72^\circ 48' 0'' E = 7.63^\circ$$

Kuna ka päikesetõus on igal pool Maal sama ajalise nihkega, saame siit kätte aja: $(7.63^\circ / 15) \times 60 = 30.5$. Kogu aja leidmiseks peame need kellaajad lahutama, sest päikeseaeg viib kellaega hilisemaks, asukoht toob aga koidikut varasemaks, saame -10 minutit. Järelikult nägi Askar päikesetõusu kell **5:50**.

4. Kellade erinevus oli eelnevas punktis leitud ja see oli 20 minutit.

Ülesanne 2. Vaatame Kassisilma

Kassisilma udu (NGC 6543) on üks tuntumaid planetaarudusid. Planeetaarunud tekivad Päikese-sarnastest tähtedest, mis oma "elu" lõpus, kui termotuumareaktsioonideks vajalik kütus (põhiliselt vesinik) hakkab otsa lõppema, paiskavad oma välised kihid endast eemale. Sellise plahvatuse tulemusena tekivad nende tähtede ümber kiiresti eemalduvad gaasikihid, mille pilti ja kestade joonist näete joonisel 4 (joonised paiknevad eraldi lisas ja kestad paistavad ketastena). Kassisilma udu läbimõõt taevafääril on umbes 30 kaaresekundit. Hubble'i kosmoseteleskoop pildistas Kassisilma udu kaks korda, 18.09.1994 ja 17.08.1997 (vaata joonist 5). Nagu on näha, ei ole neilt piltidelt gaasikestade liikumist lihtne tuvastada. Õnneks teame, et keskmise ketta (joonisel tähistatud E25) ristsuunaline paisumiskiirus mööda lühemat pooltelge on **16,4 km/s**. Samuti teame, et paisumiskiiruse nurkades saab avaldada paisumiskiirusena füüsilistes mõõtmetes valemiga:

$$D = \frac{v}{\omega}, \quad (1)$$

kus D on vaadeldava objekti kaugus, v on ristsuunaline kiirus pikkusühikutes ja ω on ristsuunaline kiirus kaareühikutes.

Et leida nüüd Kassisilma udukogu kaugus, kasutame tehnikat, kus lahutame piksel-piksli kaupa esimesest pildist teise. Nii näeme täpselt, kus on toimunud muutused, sest gaasikestade struktuur jääb samaks. Kui suurendame esimest pilti, on võimalik leida suurendusfaktor (F), mille korral kaks pilti

on võimalikult ühesugused (saadud nõ lahutatud pilti nimetatakse residuaalpildiks), sealt saab juba tuletada Kassilma udu ketaste paisumise nurkkiiruse, kasutades valemit:

$$\omega = \frac{(F-1)d}{t}, \quad (2)$$

kus F on suurendusfaktor, d on ketta serva kaugus tsentraalsest tähest (mööda lühemat pooltelge) mõõdetuna radiaanides ja t on aeg. d saab leida näiteks jooniselt 6. Suurendusfaktor on leitav jooniselt 7, leides pildi, kus on kõige vähem struktuuri. Kui mitu pilti tunduvad sama head, võib võtta nende keskmise. **Nüüd jääbki vaid leida Kassilma udu kaugus.**

Ülesanne 2. Lahendus

Kauguse leidmiseks on meil vaja kombineerida valemid:

$$D = \frac{v}{\omega}$$

ja

$$\omega = \frac{(F-1)d}{t}.$$

Saame:

$$D = \frac{v}{\frac{(F-1)d}{t}},$$

kus v on meil antud ja ülejäänud suurused tuleb ise leida. Lihtsaim on leida aega, sest teame pildistamise kuupäevi (18.09.1994 ja 17.08.1997). Nende vahele jäi 33 päeva (17.08-18.09) vähem kui 3 aastat (vahepeal oli ka üks liigaasta 1996). Seega saame leida sekundid $(365 * 3 - 33 + 1) * 24 * 3600 = 9.193 \times 10^7 s$.

Suurus d on mõõdetav jooniselt 6, tema väärtuseks saame $3.98'' = 1.9282 \times 10^{-5} rad$.

F määrame jooniselt 7.

Optiline paksus on defineeritud, kuna residuaalpildidel 5 ja 6 (lugedes ülevalt vasakult rea kaupa) on tulemus ühtviisi hea, siis võtame $F = (1.0025 + 1.0030)/2 = 1.00275$

Vahetehtena võime eraldi leida ka $\omega = 5.768 \times 10^{-16} [rad/s]$ ja sealt leiame kauguse $D = 922 pc$.

Ülesanne 3. Tähtede heledused

Jaanus tegi taevast pika säriaajaga pildi, tahtes mõõta tähe Veega heledust, mille heledus on definitsiooni kohaselt 0 tähesuurust. Tal oli selleks välja

töötatud arvutiprogramm, mis leiab pildilt automaatselt tähe heleduse. Foto tegemise ajal ei pannud ta kahjuks tähele, et selle tähe eest lendas särituse alguses läbi lennuk, mis jättis maha raja (optilise paksusega $\tau = 0.02$), mis hajas 2,5 minutiga. Lennuki tuled olid 4 korda heledamad kui täht ning ülelend kestis 2 sekundit. Mitu protsenti eksis Jaanus tähe heleduse mõõtmisel ja kas ta alahindas või ülehindas tähe heledust? Kogu säriaaja pikkus oli 250 sekundit.

$$I/I_0 = e^{-\tau}, \quad (3)$$

kus I_0 on esialgne heledus ja I on vaadeldud heledus.

Ülesanne 3. lahendus

Ilma lennuki ülelennuta oleks koguheledus, mis CCD kaamerasse kogutud $E = I_0 t = 250I_0$. Kuna aga toimus lennuki ülelend, siis heledus polnud konstantne. Lennuki ülelennu ajal oli heledus 4 korda heledam (lennuki heledusele ei lisandu tähe heledust, kuna lennuk varjab tähe ning pole läbipaistev), seega koguheledus ülelennu ajal oli $E_1 = 4I_0 t_2 = 4 * 2 * I_0 = 8I_0$. Aeg, mil tolmusaba mõjutas heledust oli 150s ning optilise paksuse mõju $I = I_0 \exp -0.02 = 0.9802I_0$. Seega koguheledus saba ees olemise ajal oli $E_2 = 0.9802I_0 150 = 147I_0$. Vaatlusele lisandus veel "tavalist" vaatlusaega $250 - 150 - 2 = 98s$, mille jooksul saadi heleduse lisaks $E_3 = 98I_0$. Seega erinevus protsentides oli

$$\frac{E_1 + E_2 + E_3 - E}{E} = \frac{(8 + 147 + 98 - 250)I_0}{250I_0} = 0.012 = 1.2\%.$$

Sama tulemus magnituudides oleks

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{253I_0}{250I_0} = -0.013^m.$$

Ülesanne 4. "Sulavad" komeedid

Teatavasti oli komeet ISON potentsiaalselt selle sajandi üks heledamaid komeete, mida inimkond võinuks näha, kuid kahjuks lagunes ta periheelis. Selle põhjustas liiga suur Päikese mõju: kui komeet liialt kuumeneb, siis ta sulab ära ja laguneb.

Kui oletada, et komeet oli termodünaamilises tasakaalus (ehk kiirgamine ja neeldumine on võrdsed), siis leida, **missugune oli ISONi pinnatem-**

peratuur periheelis. ISONi läbimõõduks võib võtta 5 km. Stephan-Boltzmanni seadus kirjeldab kehade kiirgusvõimet:

$$L = \sigma_{SB} S T^4, \quad (4)$$

kus S on objekti pindala, σ_{SB} Stephan-Boltzmanni konstant ning T temperatuur. Periheelis oli ISONi kaugus Päikesest 0.01244 aü. ning tema albedoks võib võtta näiteks 0.04. Praeguse ülesande püstituse korral ei ole vastus päris korrektne. Milliseid lisaelduseid on vaja kasutada ülesande korrektsel lahendamisel?

Ülesanne 4. Lahendus

Objekt on termodünaamilises tasakaalus, kui tema kiiratava ja neelatava energia kogused on samad. Ison neelab energiat vastavalt temani jõudvale kiirgusele ja ristlõike pindalale (mida võib eeldada, et on ring). ISON-ini jõuab kiirgust vastavalt klassikalise kiirguse pöördvõrdelisele hajumisele:

$$I = \frac{L_{\odot}}{4\pi d^2} = 8.8 MW/m^2.$$

Sellele kiirgusele mõjub veel komeedi albedo ($1 - A$ on neeldumisel). ISON-is neelatakse: $L_n = I 4\pi R^2 (1 - A) = 108 R^2 MW$. Seega peab olema samaugune ka kiiratav kiirgus, mis on kirjeldatav Stefan-Boltzmanni valemiga $L_k = \sigma 4\pi R^2 T^4$. Kui need valemid kokku panna saame lõpptulemuseks

$$T = \sqrt[4]{\frac{(1 - A)L_{\odot}}{(16\pi d^2\sigma)}} = 2470K.$$

Korrektseks lahendamiseks on vaja veel arvesse võtta

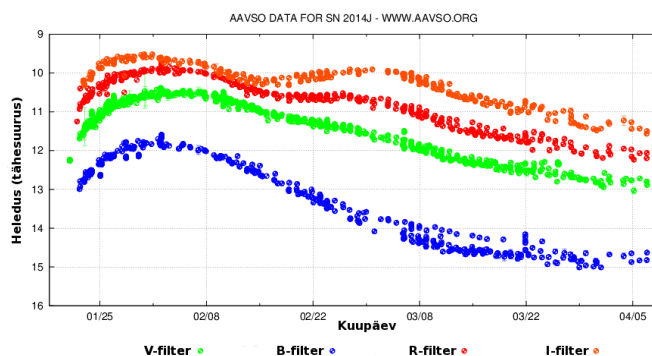
1. Komeedi ümber oleva tolmu optilist paksust (ja selle ajast/suunast sõltuvust)
2. Komeedi täpset kuju
3. Pinna temperatuuri võimalikke mitteühtluseid (pöörlemisest ning albedo erinevusest)
4. Pinna pidevat jahtumist aurumise/sublimeerumise tõttu
5. Komeedi ümber oleva tolmu neeldumise sõltuvust lainepikkusest

Ülesanne 5. Standardküünal

21. jaanuaril 2014 kell 19:20 GMT avastas inglise astronoom Steve Fossey koos oma tudengitega lähedases galaktikas M82 supernoova. See sai avastamisaasta ja -järjekorra põhjal nimeks SN 2014J. Kiiresti selgus, et tegu on nn. standardküünlaga, tüüp Ia supernoovaga. Professionaalsete ja hobiastronoomide kogukond asus värsket standardküünalt hoolikalt vaatlema. Leiti et paar nädalat peale avastamist jõudis supernoova oma maksimaalse visuaalse heleduseni (heledus V-filtris, vt. joonist 3). Hinnati ka, et meie ja supernoova vahel on küllalt palju tolmu ning seetõttu paistab SN 2014J meile tähesuuruse võrra nõrgemalt.

Tüüp Ia supernoovad arvatakse tekkivat siis, kui Chandrasekhari piirmassi lähedal olevast valgest kääbusest ja tavalisest tähest kaksiksüsteemis toimuva aine ülevoolu tõttu valgele kääbusele ületatakse kriitiline massi piir 1.38 Päikese massi ning valge kääbus plahvatab süsiniku termotuumareaktsioonide algamise tõttu supernoovana.

Juba varasemast on teada, et Ia-tüüpi supernoovade maksimaalne absoluutne heledus on $M_v = -19,3^m$. **Hinnake galaktika M82 kaugust.**



Joonis 3: Supernoova plahvatusjärgne heleduskõver. Vertikaalteljel on toodud heledus tähesuurustes ja horisontaalteljel aeg (tähistatud kuupäevadega).

Ülesanne 5. Lahendus

Jooniselt 3 näeme, et maksimaalne heledus oli $10,5^m$, kuna on öeldud, et tolmu tõttu näeme teda magnituud tuhmimana võtame ta näivaks heleduseks $m = 9,5^m$

$$M = m - 5((\log D) - 1),$$

kus M on absoluutne, m näiv magnituud ja D kaugus. Kauguse saame avaldada:

$$D = 10^{\frac{m-M}{5}+1} = 5.75 \text{Mpc}$$

Ülesanne 6. "Ühte ritta"

Maailmalõputeoreetikute jaoks on üks suurimaid hirne see, kui kõik planeetid satuvad Päikese poolt vaadatuna ühte ritta. Ühel ilusal päeval juhtub see kindlasti. Kui see juhtub, siis mitu Maa aastat läheb mööda enne kui see uuesti juhtub elik mitu aastat jääb kahe planeetide reastumise vahele?

Ülesanne 6. Lahendus

Kuna on suhteliselt ilmne, et planeetide tiirlemisperioodid ei ole omavahel sünkroonis, siis piisab lahendamiseks leida tiirlemisperioodide vähim ühiskordne. Tiirlemisperioodid leiame planeeditabelist.

$$T = 0.24 * 0.62 * 1 * 1.88 * 11.9 * 29.5 * 84.3 * 165 = 1.36 \times 10^6 a$$

Muidugi tuleb arvestada, et vastus pole täiesti täpne, kuna oleme kasutanud ümardamist.

Abitabelid

PLANEEDITABEL

	Kaugus Päikesest	Orbiidi ekstsentrilisus	Mass	Läbimõõt ekvaatoril	Pöörlemis - periood	Tiirlemis - periood	Tihedus
Päike	0		330000	109,2	25,4		0,26
Merkuur	0,39	0,206	0,06	0,38	59	0,241	0,98
Veenus	0,72	0,0068	0,81	0,95	243	0,62	0,95
Maa	1	0,0167	1	1	1	1	1
SI ühikutes	1,496 · 10 ¹¹ m		6 · 10 ²⁴ kg	1,2756 · 10 ⁷ m	23 t 56m 4s	365 p 6t 9min	5515 kg/m ³
Kuu	0,00257	0,055	0,0123	0,25	27,3	0,075	0,61
Marss	1,52	0,093	0,107	0,53	1,03	1,88	0,71
Jupiter	5,2	0,049	318	11,2	0,42	11,9	0,24
Saturn	9,6	0,056	95	9,4	0,44	29,5	0,125
Uraan	19,2	0,044	14,5	4	0,72	84,3	0,23
Neptuun	30,1	0,0112	17,1	3,9	0,67	165	0,297

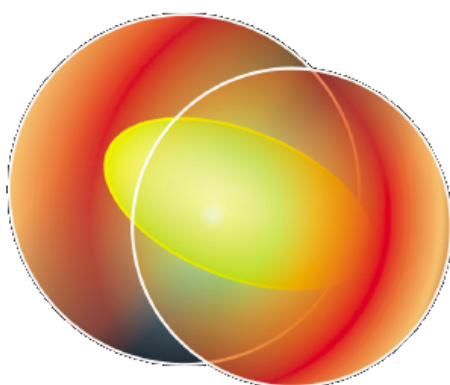
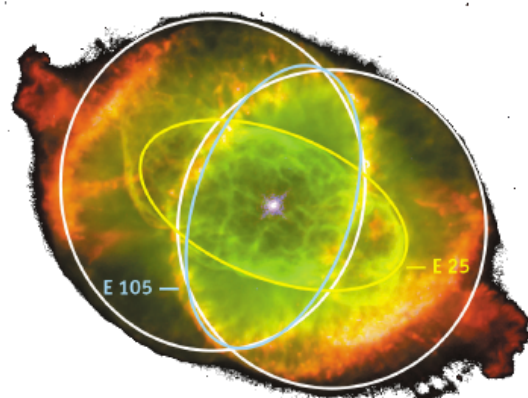
Konstandid

Stefan-Boltzmanni konstant $\sigma_{SB} = 5.67 \cdot 10^{-8} W/T^4 m^2$

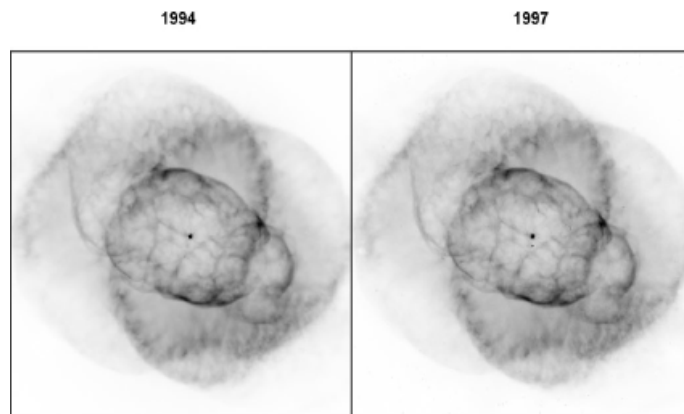
Päikese kiirgusvõime $L_{\odot} = 3.839 \cdot 10^{26} W$

Astronoomiline ühik $a_{\odot} = 1.496 \cdot 10^{11} m$

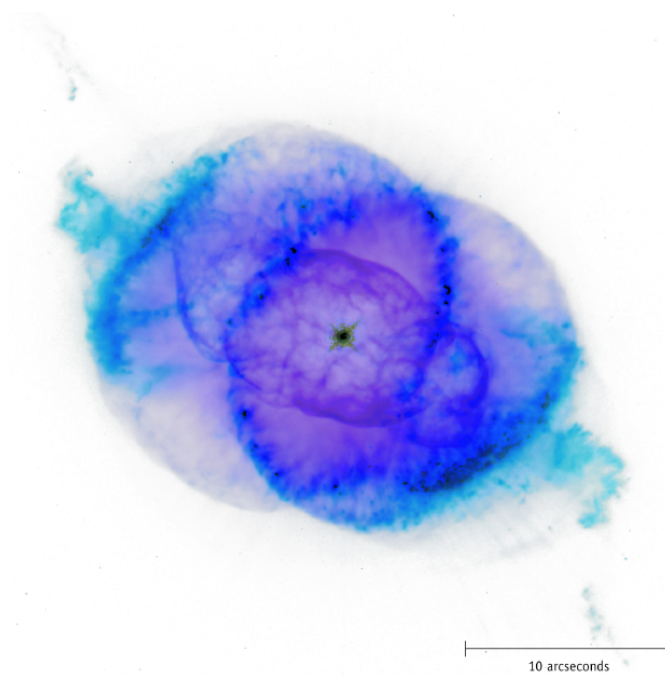
Kassisilma pildid



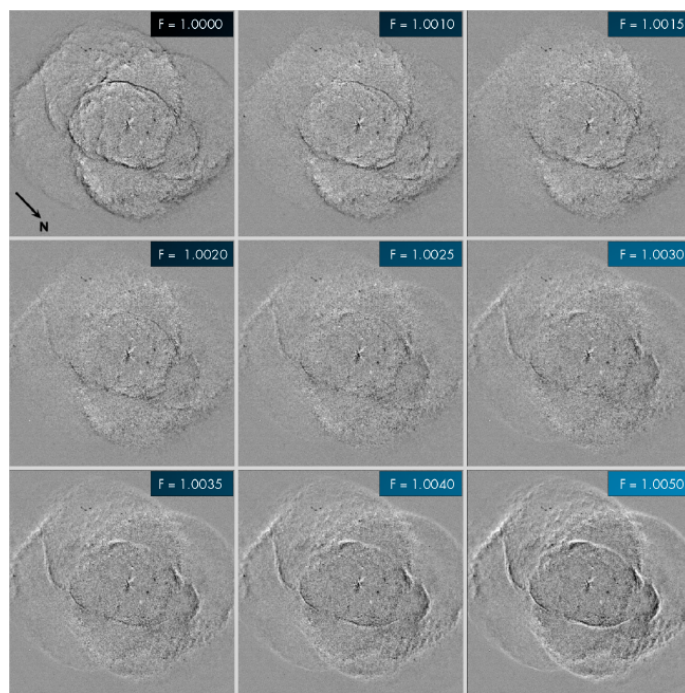
Joonis 4: Kassisilma udu ja tema ketaste 3D mudel



Joonis 5: Kassisilma udu pildid aastal 18.09.1994 ja 17.08.1997



Joonis 6: Kassisilma udu



Joonis 7: Kassisilma udu residuaalpildid

X Astronoomia lahtine võistlus 2014

Vanem aste aste

Koostasid: T. Eenmäe, R. Kipper, T. Sepp

Astronoomia lahtisest võistlusest

Hea meel on tervitada teid astronoomia lahtisel võistlusel. Tuletame meelde, et teil on lahendamiseks aega 3 tundi. Lahendamisel on lubatud kasutada kalkulaatorit ja joonlauda. Ülesanded ei ole raskuse järjekorras ja neid ei pea lahendama järjest. Hindamisel arvestatakse kõiki ülesandeid **võrdse kaaluga**, seepärast on soovitatav lahendada esmalt lihtsamad, kiiresti lahendatavad ülesanded ja alles siis asuda raskemate ja aeganõudvamate ”pätklite” kallale. Ülesannete lahendamisel on lubatud teha mõistlikke lihtsustusi, ümardamisi ja kasutada üldtunnustatud eeldusi. Soovitame alustuseks lugeda läbi kõik ülesanded. Kõiki ülesandeid hinnatakse 10 punkti skaalas ja eriti täpse lahenduse või taibuka lahenduskäigu eest võib teenida kuni 2 boonuspunkti (nende andmise otsustab žürii konsensuslikult).

Ülesanne 1. Mäed ja kellad



Joonis 1: Kassisilma udu

Kirgiisi vabariik on huvitav riik, kus väiksusele vaatamata on kaks ajavööndit. Valdavas osas Kirgiisia territooriumil kasutatakse ajavööndit GMT+6, Oshi linna lähiümbruses aga kehtib GMT+5. Sealse kõrgeima mäe, Jengish Chokusu (tõlkes ”Võidu mägi”) kõrguse mõõtmisel on korduvalt eksitud, saades isegi üle kilomeetriseid erinevusi. Praeguseks on üldtunnustatud tulemuseks saadud 7439 meetrit.

Ühel ilusal hommikul vaatas kirgiis Almazbek oma koduaknast Oshis ($40^{\circ}31'48''N, 72^{\circ}48'0''E$), päikesetõusu ja pani tähele, et kell oli täpselt 6:00. Soovides ilusat päikesetõusu aega jagada helistas Almazbek oma sõbrale Askarile Kirgiisi pealinna Biškeki, et ka tema täistunnilist hommikut näeks. Telefoni võttis vastu aga Askari abikaasa ja ütles, et Askar on läinud Jengish Chokusu ($42^{\circ}02'15''N, 80^{\circ}07'30''E$), otsa ronima ja viibib just samal ajal mäe tipus. Samuti ütles Askari abikaasa, et Askar kasutab ainult täpset päikeseaega, kuna vööndiaeg ei meeldi talle. Nüüd küsimused:

1. Mida näitas vööndiaja järgi paika seatud kell Biškekis?
2. Kas Askar nägi päikesetõusu varem või hiljem kui Almazbek? Põhjenda, võttes arvesse ida-lääne suunalist asukohaerinevust ja fakti, et Askar on mäe tipus.
3. Teha joonis mäe mõjust kellajale ja arvutada välja mida näitas päikeseaja järgi paika seatud kell Askaril, sel ajal kui ta nägi Päikest tõusmas. Võib eeldada, et horisoni ette ei jäänud idasuunas mitte ühtegi teist pinnavormi, maapinna kõrguseks mäest idas võiks võtta 3000 m.
4. Kui suur oli Askari Almazbeki kellade erinevus. Küsime siis mida näitasid nende kellad samal ajal (ühel päikese-, teisel vööndiajas)

Ülesanne 2. Vaatame Kassisilma

Kassisilma udu (NGC 6543) on üks tuntumaid planetaarudusid. Planeetaarunud tekivad Päikese-sarnastest tähtedest, mis oma "elu" lõpus, kui termotuumareaktsioonideks vajalik kütus (põhiliselt vesinik) hakkab otsa lõppema, paiskavad oma välimised kihid endast eemale. Sellise plahvatuse tulemusena tekivad nende tähtede ümber kiiresti eemalduvad gaasikihid, mille pilti ja kestade joonist näete joonisel 3 (joonised paiknevad eraldi lisas ja kestad paistavad ketastena). Kassisilma udu läbimõõt taevafääril on umbes 30 kaaresekundit. Hubble'i kosmoseteleskoop pildistas Kassisilma udu kaks korda, 18.09.1994 ja 17.08.1997 (vaata joonist 4). Nagu on näha, ei ole neilt piltidelt gaasikestade liikumist lihtne tuvastada. Õnneks teame, et keskmise ketta (joonisel tähistatud E25) ristsuunaline paisumiskiirus mööda lühemat pooltelge on **16,4 km/s**. Samuti teame, et paisumiskiiruse nurkades saab avaldada paisumiskiirusena füüsilistes mõõtmetes valemiga:

$$D = \frac{v}{\omega}, \quad (1)$$

kus D on vaadeldava objekti kaugus, v on ristsuunaline kiirus pikkusühikutes ja ω on ristsuunaline kiirus kaareühikutes.

Et leida nüüd Kassisilma udukogu kaugus, kasutame tehnikat, kus lahutame piksel-piksli kaupa esimesest pildist teise. Nii näeme täpselt, kus on toimunud muutused, sest gaasikestade struktuur jääb samaks. Kui suurendame esimest pilti, on võimalik leida suurendusfaktor (F), mille korral kaks pilti on võimalikult ühesugused (saadud nõ lahutatud pilti nimetatakse residuaalpildiks), sealt saab juba tuletada Kassilma udu ketaste paisumise nurkkiiruse, kasutades valemit:

$$\omega = \frac{(F - 1)d}{t}, \quad (2)$$

kus F on suurendusfaktor, d on ketta serva kaugus tsentraalsest tähest (mööda lähemat pooltelge) mõõdetuna radiaanides ja t on aeg. d saab leida näiteks jooniselt 5. Suurendusfaktor on leitav jooniselt 6, leides pildi, kus on kõige vähem struktuuri. Kui mitu pilti tunduvad sama head, võib võtta nende keskmise. **Nüüd jääbki vaid leida Kassilma udu kaugus. Leidke ühtlasi millal plahvatas tsentraalne täht, eeldades, et paisumine on toimunud ühtlase kiirusega?**

Ülesanne 3. Tähtede heledused

Jaanus tegi taevast pika säriaajaga pildi, tahtes mõõta tähe Veega heledust, mille heledus on definitsiooni kohaselt 0 tähesuurust. Tal oli selleks välja töötatud arvutiprogramm, mis leiab pildilt automaatselt tähe heleduse. Foto tegemise ajal ei pannud ta kahjuks tähele, et selle tähe eest lendas särituse alguses läbi lennuk, mis jättis maha raja (optilise paksusega $\tau = 0.02$), mis hajus 2,5 minutiga. Lennuki tuled olid 4 korda heledamad kui täht ning ülelend kestis 2 sekundit. Mitu protsenti eksis Jaanus tähe heleduse mõõtmisel ja kas ta alahindas või ülehindas tähe heledust? Kogu säriaaja pikkus oli 250 sekundit.

$$I/I_0 = e^{-\tau}, \quad (3)$$

kus I_0 on esialgne heledus ja I on vaadeldud heledus.

Ülesanne 4. "Sulavad" komeedid

Teatavasti oli komeet ISON potentsiaalselt selle sajandi üks heledamaid komeete, mida inimkond võinuks näha, kuid kahjuks lagunes ta periheelis. Selle põhjustas liiga suur Päikese mõju: kui komeet liialt kuumeneb, siis ta sulab ära ja laguneb.

Kui oletada, et komeet oli termodünaamilises tasakaalus (ehk kiirgamine ja neeldumine on võrdsed), siis leida, **missugune oli ISONi pinnatem-**

peratuur periheelis. ISONi läbimõõduks võib võtta 5 km. Stephan-Boltzmanni seadus kirjeldab kehade kiirgusvõimet:

$$L = \sigma_{SB}ST^4, \quad (4)$$

kus S on objekti pindala, σ_{SB} Stephan-Boltzmanni konstant ning T temperatuur. Samuti on leitud komeedi-tähe varjutusi vaadeldes, et komeedi kooma (tuuma ümbritsev gaasipilv) optiline paksus tuuma lähedal on alla 13,3, selle ülesande jaoks võib võtta 7. Periheelis oli ISONi kaugus Päikesest 0.01244 aü. ning tema albeedoks võib võtta näiteks 0.04. Praegusel ülesande püstituse korral ei ole vastus päris korrektne, milliseid lisaeelduseid on vaja kasutada ülesande korrektse lahendamisel?

Ülesanne 5 - "Standartsed küünlad"



Joonis 2: Supernoova plahvatusjärgne heleduskõver. Vertikaalteljel on toodud heledus tähesuurustes ja horisontaalteljel aeg (tähistatud kuupäevadega).

21. jaanuaril 2014 kell 19:20 GMT avastas inglise astronoom Steve Fossey koos oma tudengitega lähedases galaktikas M82 supernoova. See sai avastamisaasta ja -järjekorra põhjal nimeks SN 2014J. Kiiresti selgus, et tegu on nn. standardküünlaga, tüüp Ia supernoovaga. Professionaalsete ja hobiastronoomide kogukond asus värsket standardküünalt hoolikalt vaatlema. Leiti et paar nädalat peale avastamist jõudis supernoova oma maksimaalse visuaalse heleduseni (heledus V-filtris, vt. joonist 2). Hinnati ka, et meie ja supernoova vahel on küllalt palju tolmu ning seetõttu paistab SN 2014J meile tähesuuruse võrra nõrgemalt.

Tüüp Ia supernoovad arvatakse tekkivat siis, kui Chandrasekhari piirmassi lähedal olevast valgest kääbusest ja tavalisest tähest kaksiksüsteemis

toimuva aine ülevoolu tõttu valgele kääbusele ületatakse kriitiline massi piir 1.38 Päikese massi ning valge kääbus plahvatab süsiniku termotuumareaktioonide algamise tõttu supernoovana.

Juba varasemast on teada, et Ia-tüüpi supernoovade maksimaalne absoluutne heledus on $M_v = -19^m, 3$. **Hinnake galaktika M82 kaugust.**

Oletades, et valge kääbuse temperatuur oli enne plahvatust 100 000 K, raadius võrdne Maa raadiusega ja galaktika M82 asub 11,5 miljoni valgusaasta kaugusel, siis kas SN 2014J eellaseks olnud valget kääbust oleks enne plahvatust olnud võimalik Maa pealt 10-meetrise Kecki teleskoobiga vaadelda? Kecki teleskoobiga on kõige nõrgemate vaadeldavate tähtede heledus $+30^m$.

Ülesanne 6 - "Ühte ritta"

Väikesed tulnukad rabarakid sattusid mingi veidra õnnetuse tagajärjel Merkuurile. Nad ehitasid endale süstiku mis sõidab kiirusega 0,01 c. Rabarakkide kalendri aastal 45637234 (aasta pikkus on sama mis Maa aasta) asusid kõik planeedid Päikesesüsteemis ühel joonel. Siis asusid rabarakid ka teele Neptuuni poole. Rabarakkide religioonist tulenevatel põhjustel tohtisid nad liikuda korraka aga vaid igalt planeedilt järgmisele st Merkuurilt Veenusele, sealt Maale jne. Teine usuline kitsendus oli, et nad tohtisid lendama hakata alles siis, kui planeedid olid omavahel vastasseisus. Kas 200 aastaga jõudsid rabarakid Neptuunile? Kui jah, siis mis aastal (rabarakkide kalendri järgi), kui ei, siis kui kaugele nad jõudsid?

Abitabelid

PLANEEDITABEL

	Kaugus Päikesest	Orbiidi ekstsentrilisus	Mass	Läbimõõt ekvaatoril	Pöörlemis - periood	Tiirlemis - periood	Tihedus
Päike	0		330000	109,2	25,4		0,26
Merkuur	0,39	0,206	0,06	0,38	59	0,241	0,98
Veenus	0,72	0,0068	0,81	0,95	243	0,62	0,95
Maa	1	0,0167	1	1	1	1	1
SI ühikutes	1,496 · 10 ¹¹ m		6 · 10 ²⁴ kg	1,2756 · 10 ⁷ m	23 t 56m 4s	365 p 6t 9min	5515 kg/m ³
Kuu	0,00257	0,055	0,0123	0,25	27,3	0,075	0,61
Marss	1,52	0,093	0,107	0,53	1,03	1,88	0,71
Jupiter	5,2	0,049	318	11,2	0,42	11,9	0,24
Saturn	9,6	0,056	95	9,4	0,44	29,5	0,125
Uraan	19,2	0,044	14,5	4	0,72	84,3	0,23
Neptuun	30,1	0,0112	17,1	3,9	0,67	165	0,297

Konstandid

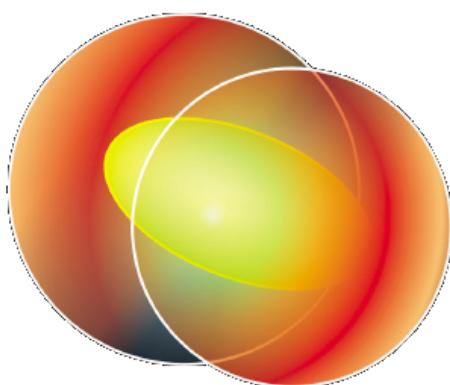
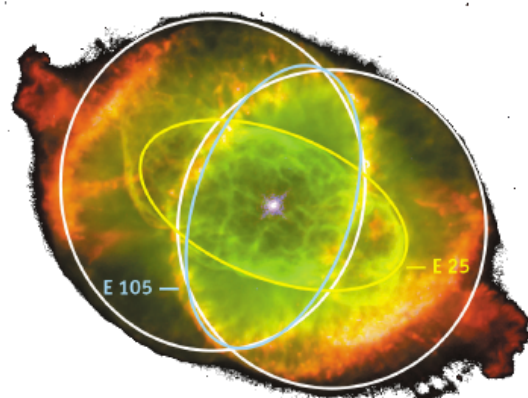
Stefan-Boltzmanni konstant $\sigma_{SB} = 5.67 \cdot 10^{-8} W/T^4 m^2$

Päikese kiirgusvõime $L_{\odot} = 3.839 \cdot 10^{26} W$

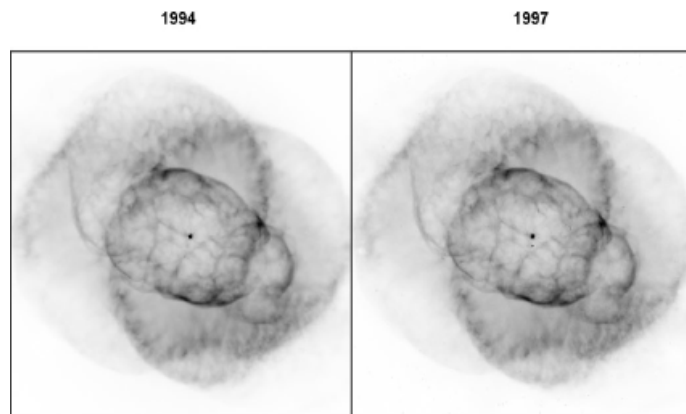
Astronoomiline ühik $a_{\odot} = 1.496 \cdot 10^{11} m$

Valguse kiirus $c = 299792 km/s$

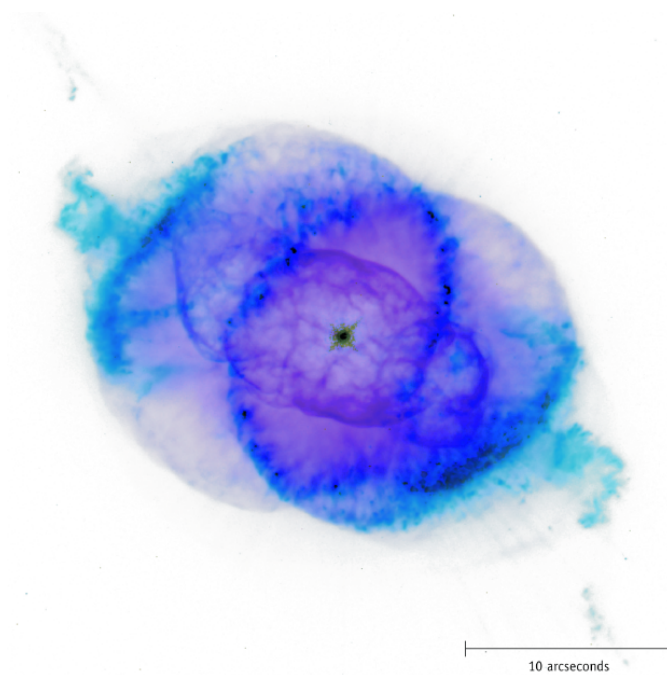
Kassisilma pildid



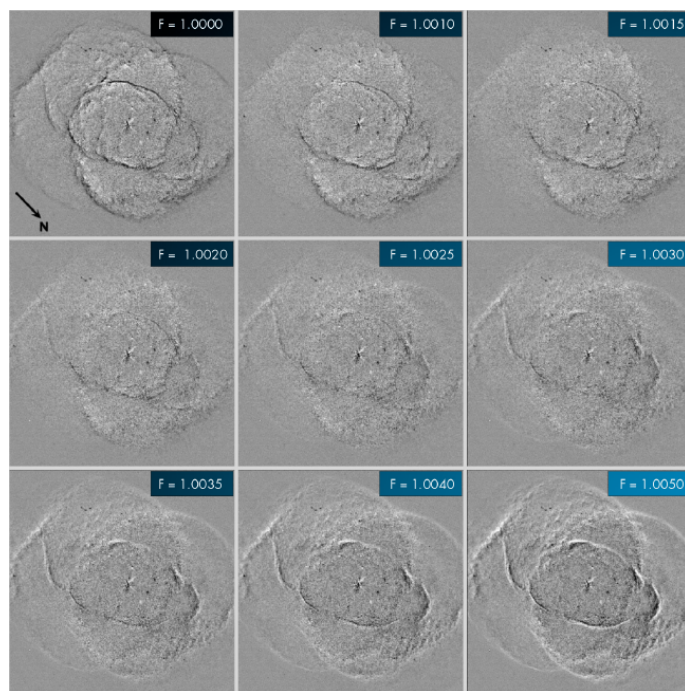
Joonis 3: Kassisilma udu ja tema ketaste 3D mudel



Joonis 4: Kassisilma udu pildid aastal 18.09.1994 ja 17.08.1997



Joonis 5: Kassisilma udu



Joonis 6: Kassisilma udu residuaalpildid

X Astronoomia lahtine võistlus 2014 - Lahendused

Vanem aste aste

Koostasid: T. Eenmäe, R. Kipper, T. Sepp

Astronoomia lahtisest võistlusest

Heameel on tervitada teid astronoomia lahtisel võistlusel. Tuletame meelde, et teil on lahendamiseks 3 tundi. Lahendamisel on lubatud kasutada kalukulaatorit ja joonlauda. Ülesanded ei olr raskuse järjekorras ja neid ei pea lahendama järjest. Hindamisel arvestatakse kõiki ülesandeid **võrdse kaaluga**, seepärast on soovitatav kõigepealt lahendada lihtsamad kiiresti lahendatavad ülesanded ja alles siis asuda raskemate ja aeganõudvamate ”pähklite” kallale. Ülesannete lahendamisel on lubatud teha mõistlikke lihtsustusi ja kasutada üldtunnustatud eeldusi. Soovitame esimesena lugeda läbi kõik ülesanded. Kõiki ülesandeid hinnatakse 10 punkti skaalas ja eriti täpse lahenduse või taibuka lahenduskäigu eest võib teenida kuni 2 boonuspunkti (nende andmise otsustab žürii konsensuslikult).

Ülesanne 1 - Mäed ja kellad



Joonis 1: Kassisilma udu ja tema ketaste 3D mudel

Kirgiisi vabariik on huvitav riik, kus väiksusele vaatamata kaks ajavööndit. Valdavas osas Kirgiisi territooriumil kasutatakse ajavööndit GMT+6, siis Oshi linna lähiümbruses kehtib GMT+5. Sealse kõrgeima mäe, Jengish Chokusu (tõlkes ”Võidu mägi”) kõrguse mõõtmisel on korduvalt eksitud,

saades isegi üle kilomeetriseid erinevusi. Praeguseks on üldtunnustatud tulemuseks saadud 7439 meetrit.

Ühel ilusal hommikul vaatas kirgiis Almazbek oma koduaknast Oshis ($40^{\circ}31'48''N, 72^{\circ}48'0''E$), päikesetõusu ja pani tähele, et kell oli täpselt 6:00. Soovides ilusat päikesetõusu aega jagada helistas Almazbek oma sõbrale Askarile Kirgiisi pealinna Biškeki, et ka tema täistunnilist hommikut näeks? Telefoni võttis vastu aga Askari abikaasa ja ütles, et Askar on läinud Jengish Chokusu ($42^{\circ}02'15''N, 80^{\circ}07'30''E$), otsa ronima ja viibib samal ajal just tipus. Samuti ütles Askari abikaasa, et Askar kasutab ainult täpset päikeseaega, kuna vööndiaeg ei meeldi talle. Nüüd küsimused:

1. Mida näitas vööndiaja järgi paika seatud kell Biškekis?
2. Kas Askar nägi päikesetõusu varem või hiljem kui Almazbek? Põhjenda, võttes arvesse ida-lääne suunalist asukohaerinevust ja fakti, et Askar on mäe tipus.
3. Teha joonis mäe mõjust kellajale ja arvutada välja mida näitas päikeseaja järgi paika seatud kell Askaril, sel ajal kui ta nägi Päikest tõusmas. Võib eeldada, et horisondi ette ei jäänud idasuunas mitte ühtegi teist pinnavormi, maapinna kõrguseks mäest idas võiks võtta 3000 m.
4. Kui suur oli Askari Almazbeki kellade erinevus. Küsime siis mida näitasid nende kellad samal ajal (ühel päikese-, teisel vööndiajas)

Ülesanne 1. Lahendus

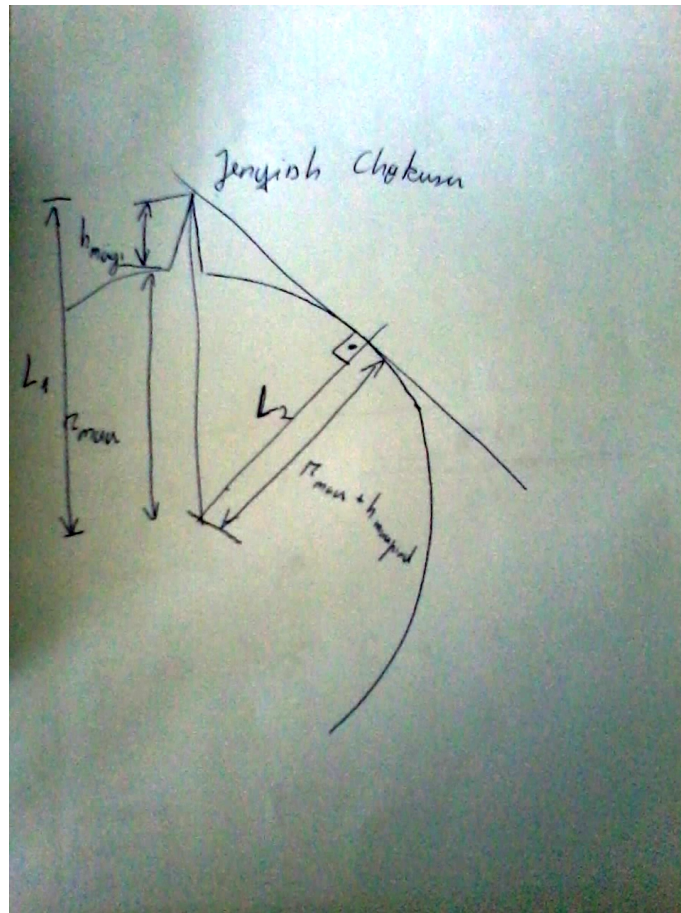
1. Biškekis näitab kell 7:00, sest Osh on ajavööndis GMT+5 ja Bishkek on GMT+6.

2. Askar nägi päikesetõusu varem, sest ta asus idapool. Samuti aitas täiendavalt kaasa tõik, et ta paiknes mäe tipus, mistõttu ta nägi justkui "horisondi alla".

3.

Askari päikesetõusu aja leidmiseks peab arvestama kolme tegurit:

1. Täpset päikeseaega Jengish Chokusu ($80^{\circ}07'30''E$), asukohas, oluline on vaid meridiaani asukoht.
2. Päikesetõusu kellaja leidmine Almazbeki järgi ning sealt selle teisendamine Askarile
3. Mäe mõju (võib jätta arvestamata ja selle mitteamarvestamise eest me punkte vähemaks ei võtnud)



Joonis 2: joonis mäe mõjust

Alustame nende arvutamist tagantpoolt ettepoole.

Mäe kõrguse mõjul näeb Askar päikesetõusu, justkui paikneks ta ida pool meridiaanpikkusel, kus maapinnalt tõmmatud puutuja lõikub mäe tipuga. Seetõttu saame konstrueerida täisnurkse kolmnurga, kus üks punkt on Maa tsentris, üks Jengish Chokusu juures ning kolmas kohas, kus maapinna puutuja lõikub Jengish Chokusu tipuga. Kuna meid huvitab vaid ida-lääne suunaline nihe saame selle kõige lihtsamalt leida:

$$\alpha = \cot^{-1} \frac{L1}{L2} = \cot^{-1} \frac{r_{maa} + h_{magi}}{r_{maa} + h_{maapind}}$$

Asendades siia sisse arvud, saame:

$$\alpha = \cot^{-1} \frac{6378 + 7.44}{6378 + 3} = 2^{\circ}8'13''$$

Askari kella saame arvutada, jagades tema meridiaanipikkuse 15-ga (Maa on jaotatud 24 tunniks, seega ühele ajavööndile vastab $360/24 = 15^\circ$ nihe).

Saame, et $80^\circ 7' 15'' / 15 = 5.34$ on Askari nö "isiklik vööndiaeg", sellele vastab $(5.34 - 5) = (.34) \times 60 = +20.4min$ erinevus kahe kirgiisi kellade vahel.

Kolmandaks leiame suhtelise päikesetõusu aja mäe otsas. Efektiivne nurk meridiaanide vahel on:

$$(80^\circ 07' 30'' E + 2^\circ 8' 13'') - 72^\circ 48' 0'' E = 7.63^\circ$$

Kuna ka päikesetõus on igal pool Maal sama ajalise nihkega, saame siit kätte aja: $(7.63^\circ / 15) \times 60 = 30.5$. Kogu aja leidmiseks peame need kellaajad lahutama, sest päikeseaeg viib kellaega hilisemaks, asukoht toob aga koidikut varasemaks, saame -10 minutit. Järelikult nägi Askar päikesetõusu kell **5:50**.

4. Kellade erinevus oli eelnevas punktis leitud ja see oli 20 minutit.

Ülesanne 2 - Vaatame Kassisilma

Kassisilma udu (NGC 6543) on üks tuntumaid planetaarudusid. Planeetaarunud tekivad Päikese-sarnastest tähtedest, mis oma "elu" lõpus, kui termotuumareaktsioonideks vajalik kütus (põhiliselt vesinik) hakkab otsa lõppema, paiskavad oma välimised kihid endast eemale. Sellise plahvatuse tulemusena tekivad nende tähtede ümber kiiresti eemalduvad gaasikihid, mille pilti ja kestade joonist näete joonisel 4 (joonised paiknevad eraldi lisas ja kestad paistavad ketastena). Kassisilma udu läbimõõt taevafääril on umbes 30 kaaresekundit. Hubble'i kosmoseteleskoop pildistas Kassisilma udu kaks korda, 18.09.1994 ja 17.08.1997 (vaata joonist 5). Nagu on näha, ei ole neilt piltidelt gaasikestade liikumist lihtne tuvastada. Õnneks teame, et keskmise ketta (joonisel tähistatud E25) ristsuunaline paisumiskiirus mööda lühemat pooltelge on **16,4 km/s**. Samuti teame, et paisumiskiiruse nurkades saab avaldada paisumiskiirusena füüsilistes mõõtmetes valemiga:

$$D = \frac{v}{\omega}, \quad (1)$$

kus D on vaadeldava objekti kaugus, v on ristsuunaline kiirus pikkusühikutes ja ω on ristsuunaline kiirus kaareühikutes.

Et leida nüüd Kassisilma udukogu kaugus, kasutame tehnikat, kus lahutame piksel-piksli kaupa esimesest pildist teise. Nii näeme täpselt, kus on toimunud muutused, sest gaasikestade struktuur jääb samaks. Kui suurendame esimest pilti, on võimalik leida suurendusfaktor (F), mille korral kaks pilti

on võimalikult ühesugused (saadud nõ lahutatud pilti nimetatakse residuaalpildiks), sealt saab juba tuletada Kassilma udu ketaste paisumise nurkkiiruse, kasutades valemit:

$$\omega = \frac{(F - 1)d}{t}, \quad (2)$$

kus F on suurendusfaktor, d on ketta serva kaugus tsentraalsest tähest (mööda lühemat pooltelge) mõõdetuna radiaanides ja t on aeg. d saab leida näiteks jooniselt 6. Suurendusfaktor on leitav jooniselt 7, leides pildi, kus on kõige vähem struktuuri. Kui mitu pilti tunduvad sama head, võib võtta nende keskmise. **Nüüd jääbki vaid leida Kassilma udu kaugus. Leidke ühtlasi millal plahvatas tsentraalne täht, eeldades, et paisumine on toimunud ühtlase kiirusega?**

Ülesanne 2 - Lahendus

Kauguse leidmiseks on meil vaja kombineerida valemid:

$$D = \frac{v}{\omega}$$

ja

$$\omega = \frac{(F - 1)d}{t}.$$

Saame:

$$D = \frac{v}{\frac{(F-1)d}{t}},$$

kus v on meil antud ja ülejäänud suurused tuleb ise leida. Lihtsaim on leida aega, sest teame pildistamise kuupäevi (18.09.1994 ja 17.08.1997). Nende vahele jäi 33 päeva (17.08-18.09) vähem kui 3 aastat (vahepeal oli ka üks liigaasta 1996). Seega saame leida sekundid $(365 * 3 - 33 + 1) * 24 * 3600 = 9.193 \times 10^7 s$.

Suurus d on mõõdetav jooniselt 6, tema väärtuseks saame $3.98'' = 1.9282 \times 10^{-5} rad$.

F määrame jooniselt 7.

Optiline paksus on defineeritud, kuna residuaalpildidel 5 ja 6 (lugedes ülevalt vasakult rea kaupa) on tulemus ühtviisi hea, siis võtame $F = (1.0025 + 1.0030)/2 = 1.00275$

Vahetehtena võime eraldi leida ka $\omega = 5.768 \times 10^{-16} [rad/s]$ ja sealt leiame kauguse $D = 922 pc$.

Plahvatuse aja leidmiseks eeldame, et kest on eemaldanud kogu aeg ühtlase kiirusega ja sel juhul saame ajaks:

$$T = \frac{d}{\omega} = \frac{1.9282 \times 10^{-5} [\text{rad}]}{5.768 \times 10^{-16} [\text{rad/s}]} = 1060a$$

Seega toimus plahvatus 1060 aastat tagasi.

Ülesanne 3 - Tähtede heledused

Jaanus tegi taevast pika säriaajaga pildi, tahtes mõõta tähe Veega heledust, mille heledus on definitsiooni kohaselt 0 tähesuurst. Tal oli selleks välja töötatud arvutiprogramm, mis leiab pildilt automaatselt tähe heleduse. Foto tegemise ajal ei pannud ta kahjuks tähele, et selle tähe eest lendas särituse alguses läbi lennuk, mis jättis maha raja (optilise paksusega $\tau = 0.02$), mis hajas 2,5 minutiga. Lennuki tuled olid 4 korda heledamad kui täht ning ülelend kestis 2 sekundit. Mitu protsenti eksis Jaanus tähe heleduse mõõtmisel ja kas ta alahindas või ülehindas tähe heledust? Kogu säriaaja pikkus oli 250 sekundit.

$$I/I_0 = e^{-\tau}, \quad (3)$$

kus I_0 on esialgne heledus ja I on vaadeldud heledus.

Ülesanne 3 - Lahendus

Ilma lennuki ülelennuta oleks koguheledus, mis CCD kaamerasse kogutud $E = I_0 t = 250I_0$. Kuna aga toimus lennuki ülelend, siis heledus polnud konstantne. Lennuki ülelennu ajal oli heledus 4 korda heledam (lennuki heledusele ei lisandu tähe heledust, kuna lennuk varjab tähe ning pole läbipaistev), seega koguheledus ülelennu ajal oli $E_1 = 4I_0 t_2 = 4 * 2 * I_0 = 8I_0$. Aeg, mil tolmusaba mõjutas heledust oli 150s ning optilise paksuse mõju $I = I_0 \exp -0.02 = 0.9802I_0$. Seega koguheledus saba ees olemise ajal oli $E_2 = 0.9802I_0 150 = 147I_0$. Vaatlusele lisandus veel "tavalist" vaatlusaega $250 - 150 - 2 = 98s$, mille jooksul saadi heleduse lisaks $E_3 = 98I_0$. Seega erinevus protsentides oli

$$\frac{E_1 + E_2 + E_3 - E}{E} = \frac{(8 + 147 + 98 - 250)I_0}{250I_0} = 0.012 = 1.2\%.$$

Sama tulemus magnituudides oleks

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{253I_0}{250I_0} = -0.013^m.$$

Ülesanne 4 - "Sulavad" komeedid

Teatavasti oli komeet ISON potentsiaalselt selle sajandi üks heledamaid komeete, mida inimkond võinuks näha, kuid kahjuks lagunes ta periheelis. Selle põhjustas liiga suur Päikese mõju: kui komeet liialt kuumeneb, siis ta sulab ära ja laguneb.

Kui oletada, et komeet oli termodünaamilises tasakaalus (ehk kiirgamine ja neeldumine on võrdsed), siis leida, **missugune oli ISONi pinnatemperatuur periheelis**. ISONi läbimõõduks võib võtta 5 km. Stephan-Boltzmanni seadus kirjeldab kehade kiirgusvõimet:

$$L = \sigma_{SB} S T^4, \quad (4)$$

kus S on objekti pindala, σ_{SB} Stephan-Boltzmanni konstant ning T temperatuur. Samuti on leitud komeedi-tähe varjutusi vaadeldes, et komeedi kooma (tuuma ümbritsev gaasipilv) optiline paksus tuuma lähedal on alla 13,3, selle ülesande jaoks võib võtta 7. Periheelis oli ISONi kaugus Päikesest 0.01244 aü. ning tema albeedoks võib võtta näiteks 0.04. Praegusel ülesande püstituse korral ei ole vastus päris korrektne, milliseid lisaeelduseid on vaja kasutada ülesande korrektse lahendamisel?

Ülesanne 4 - Lahendus

Objekti on termodünaamilises tasakaalus, kui tema kiiratud ja neelatav energia kogus on samad. Ison neelab energiat vastavalt temani jõudvale kiirgusele ja ristlõike pindalale (mida võib eeldada, et on ring). ISON-ini jõuab kiirgust vastavalt klassikalisele kiirguse pöördvõrdelisele hajumisele:

$$I = \frac{L_{\odot}}{4\pi d^2} = 8.8 MW/m^2.$$

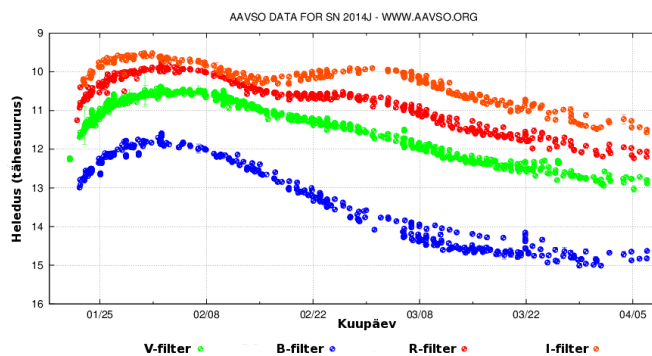
Sellele kiirgusele mõjub veel komeedi albeedo ($1 - A$ on neeldumisel) ning optiline gaasi optiline paksus ($\exp -\tau$ vastavalt eelmisele ülesandele), mis komeedi ümber on. ISON-is neelatakse: $L_n = I 4\pi R^2 (1 - A) \exp -\tau = 97 R^2 kW$. Seega peab olema samasugune ka kiiratud kiirgus, mis on kirjeldatav Stefan-Boltzmanni valemiga $L_k = \sigma 4\pi R^2 T^4$. Kui need valemid kokku panna saame lõpptulemuseks

$$T = \sqrt[4]{\frac{(1 - A)L_{\odot} \exp -\tau}{(16\pi d^2 \sigma)}} = 430K.$$

Korrektseks lahendamiseks on vaja veel arvesse võtta

1. Komeedi ümber oleva tolmu optiline paksus (ja selle ajast/suunast sõltuvus)
2. Komeedi täpne kuju
3. Pinna temperatuuri võimalikud mitteühtlused (pöörlemisest ning albeedo erinevusest)
4. Pinna pidev jahtumine aurumise/sublimeerumise tõttu
5. Komeedi ümber oleva tolmu neeldumise lainepikkusest sõltuvus

Ülesanne 5 - ”Standartsed küünlad”



Joonis 3: Supernoova plahvatusjärgne heleduskõver. Vertikaalteljel on toodud heledus tähesuurustes ja horisontaalteljel aeg (tähistatud kuupäevadega).

21. jaanuaril 2014 kell 19:20 GMT avastas inglise astronoom Steve Fossey koos oma tudengitega lähedases galaktikas M82 supernoova. See sai avastamisaasta ja -järjekorra põhjal nimeks SN 2014J. Kiiresti selgus, et tegu on nn. standardküünlaga, tüüp Ia supernoovaga. Professionaalsete ja hobiastronoomide kogukond asus värsket standardküünalt hoolikalt vaatlema. Leiti et paar nädalat peale avastamist jõudis supernoova oma maksimaalse visuaalse heleduseni (heledus V-filtris, vt. joonist 3). Hinnati ka, et meie ja supernoova vahel on küllalt palju tolmu ning seetõttu paistab SN 2014J meile tähesuuruse võrra nõrgemalt.

Tüüp Ia supernoovad arvatakse tekkivat siis, kui Chandrasekhari piirmassi lähedal olevast valgest kääbusest ja tavalisest tähest kaksiksüsteemis toimuva aine ülevoolu tõttu valgele kääbusele ületatakse kriitiline massi piir

1.38 Päikese massi ning valge kääbus plahvatab süsiniku termotuumareaktioonide algamise tõttu supernoovana.

Juba varasemast on teada, et Ia-tüüpi supernoovade maksimaalne absoluutne heledus on $M_v = -19^m$, 3. **Hinnake galaktika M82 kaugust.**

Oletades, et valge kääbuse temperatuur oli enne plahvatust 100 000 K, raadius võrdne Maa raadiusega ja galaktika M82 asub 11,5 miljoni valgusaasta kaugusel, siis kas SN 2014J eellaseks olnud valget kääbust oleks enne plahvatust olnud võimalik Maa pealt 10-meetrise Kecki teleskoobiga vaadelda? Kecki teleskoobiga on kõige nõrgemate vaadeldavate tähtede heledus $+30^m$.

Ülesanne 5 - Lahendus

Kauguse leidmine:

Jooniselt 3 näeme, et maksimaalne heledus oli 10.5^m , kuna on öeldud, et tolmu tõttu näeme teda magnituud tuhmimana võtame ta näivaks heleduseks $m = 9.5^m$

$$M = m - 5((\log D) - 1),$$

kus M on absoluutne, m näiv magnituud ja D kaugus. Kauguse saame avaldada:

$$D = 10^{\frac{m-M}{5}+1} = 5.75 Mpc$$

(Või siis te lugesite teksti korralikult lõpuni ja nägite, et M82 on 11.5 miljonit v.a. kaugusel.)

Leiame valge kääbuse tekitatud valgusvoo:

$$I = L/A = \sigma_{SB}ST^4/4\pi \times d^2,$$

asendades iia sisse valge kääbuse andmed

$$I = 5.6710^{-8} \times (1.2756 \times 10^7)^2 \times 100000^4 / (11.5 \times 9.4605284 \times 10^{21})^2 = 7.8 \times 10^{-20} W/m^2$$

Kui meil on meeles, et Päikese näiv heledus on -26.74 siis on edasi lahendamise lihtne.

Leiame Päikese valgusvoo Maale elik solaarkonstandi $1360 W/m^2$ (Leitav kasutades Päikese kiirgusvõimet ja kaugust $L_{\odot} = 3.83910^{26} W/4\pi(1.49610^{11} m)^2$)

Siis piisab kui kasutame seost:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log\left(\frac{I_1}{I_2}\right),$$

kus indeksiga 1 on sis Päikese parameetrid ja indeksiga 2 valge kääbuse omad. saame:

$$m_2 = 2.5 \log\left(\frac{1360}{7.8 \times 10^{-20}}\right) - 26.74 = 29.1^m$$

Valge kääbus oleks olnud teleskoobiga nähtav.

Juhul kui me ei mäleta Päikese koguheledust tuleb kasutada mõnd muud lihtsustust, näiteks eeldades, et standartähe näiteks Vega korral kehtib seos:

$$m_1 - m_{Vega} = -2.5 \log\left(\frac{I_1}{1}\right),$$

sedasi tulevad sisse loomulikult vead ja tulemus pole enam täiesti korrektne. nii tehes leiaksime, et valge kääbus pole nähtav.

Ülesanne 6 - "Ühte ritta"

Väikesed tulnukad rabarakid sattusid mingi veidra õnnetuse tagajärjel Merkuurile. Nad ehitasid endale süstiku mis sõidab kiirusega 0,01 c. Rabarakkide kalendri aastal 45637234 (aasta pikkus on sama mis Maa aasta) asusid kõik planeedid Päikesesüsteemis ühel joonel. Siis asusid rabarakid ka teele Neptuuni poole. Rabarakkide religioonist tulenevatel põhjustel tohtisid nad liikuda korraga aga vaid igalt planeedilt järgmisele st Merkuurilt Veenusele, sealt Maale jne. Teine usuline kitsendus oli, et nad tohtisid lendama hakata alles siis, kui planeedid olid omavahel vastasseisus. Kas 200 aastaga jõudsid rabarakid Neptuunile? Kui jah, siis mis aastal (rabarakkide kalendri järgi), kui ei, siis kui kaugele nad jõudsid?

Ülesanne 6 - Lahendus

Ülesande lahendamine käib etapiti. Elik me peame leidma pidevalt kaks vastaseisu ja siis edasi liikuma. Arvestades, et isegi otselend Neptuunile võtaks aega vaid pool aastat ($30 * 1.496 * 10^{11} / 0.01 * 300000000 * 24 * 3600 * 365.24 = 0.00047a$) (või siis saame, et kiirus on 632 aü/a), siis taandub ülesanne vastaseisude leidmisele. Nende leidmiseks kasutame nurkkiiruseid:

$$\omega = 1/T$$

Arvutame kõigi planeetide nurkkiirused:

- Veenus = 1.61
- Maa = 1
- Marss = 0.53

- Jupiter = 0.084
- Saturn = 0.034
- Uraan = 0.012
- Neptuun = 0.0061

Edasi lahendame ülesande leides planeetide suhteliste kiiruste jagatise ning võttes arvesse nende algpositsiooni.

Lennuajad on alati tühised.

Üldreeglina näeb valem mida rakendame välja alati:

$$T = t_0 + \frac{P_1 - P_2}{\delta\omega},$$

kus t_0 on eelnevalt kulunud aeg, P_1 ja P_2 ($P = \omega \times t_0$) on planeedi suhteline positsioon võrreldes algseisuga, juhul kui see tuleb suurem 1, siis tuleb temast lahutada tema täisosa ja $\delta\omega$ on suhteline tiirlemiskiirus. Oluline on, et kui $P_1 - P_2$ on väiksem 0-st siis on planeedid just möödunud vastasseisust ning saadud tulem tuleb teisendada $1 + (P_1 - P_2)$

kus t_0 on enne kulunud aeg, algpositsioon on enne kulunud aeg korda tiirlemiskiirus millest on lahutatud täispöörded, ning suhteline kiirus on tiirlemiskiiruste vahe, kuna kõik suurused on lineaarsed.

Veenusele jõudmisel arvestame, et me leiame teise vastasseisu

$$P_{Venus} = 1 \quad P_{Maa} = 1$$

$$T = \frac{1}{1.61 - 1} = 1.63a$$

aega kulunud 1.63 aastat

$$\text{Marsile } P_{Maa} = 0.63 \quad P_{Mars} = 0.86$$

$$T = 1.63 + \frac{0.86 - 0.63}{1 - 0.53} = 2.24a$$

$$\text{Jupiterile } P_{Mars} = 0.188 \quad P_{Jupiter} = 1.1872 \rightarrow 0.1872$$

$$T = 2.24 + \frac{0.188 - 0.1872}{0.53 - 0.084} = 2.24a$$

Saturnile

$P_{Jupiter} = 0.076$ $P_{Saturn} = 0.188$ Kuna Jupiter on eespool, siis tuleb läbida pea terve täisring juurde

$$T = 2.24 + \frac{1 + (0.188 - 0.076)}{0.084 - 0.034} = 20a$$

Uraanile $P_{Saturn} = 0.24$ $P_{Uraan} = 0.68$ Uraan on eespool

$$T = 20 + \frac{1 + (0.24 - 0.68)}{0.034 - 0.012} = 45.4a$$

Neptuunile $P_{Uraan} = 0.14$ $P_{Neptuun} = 0.54$

$$T = 45.4 + \frac{1 + (0.14 - 0.54)}{0.012 - 0.0061} = 147.1a$$

Rabarakid jõuavad Neptuunile aastal $45637234 + 148 = 45637382$

Abitabelid

PLANEEDITABEL

	Kaugus Päikesest	Orbiidi eksstsentrilisus	Mass	Läbimõõt ekvaatoril	Pöörlemis - periood	Tiirlemis - periood	Tihedus
Päike	0		330000	109,2	25,4		0,26
Merkuur	0,39	0,206	0,06	0,38	59	0,241	0,98
Veenus	0,72	0,0068	0,81	0,95	243	0,62	0,95
Maa	1	0,0167	1	1	1	1	1
SI ühikutes	1,496 · 10 ¹¹ m		6 · 10 ²⁴ kg	1,2756 · 10 ⁷ m	23 t 56m 4s	365 p 6t 9min	5515 kg/m ³
Kuu	0,00257	0,055	0,0123	0,25	27,3	0,075	0,61
Marss	1,52	0,093	0,107	0,53	1,03	1,88	0,71
Jupiter	5,2	0,049	318	11,2	0,42	11,9	0,24
Saturn	9,6	0,056	95	9,4	0,44	29,5	0,125
Uraan	19,2	0,044	14,5	4	0,72	84,3	0,23
Neptuun	30,1	0,0112	17,1	3,9	0,67	165	0,297

Konstandid

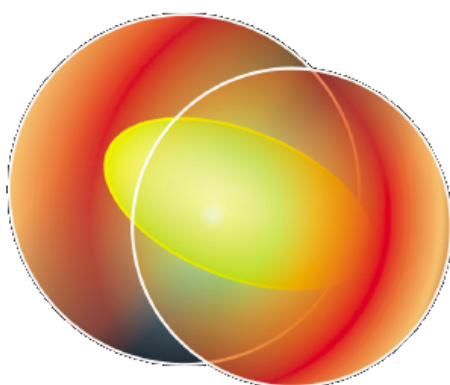
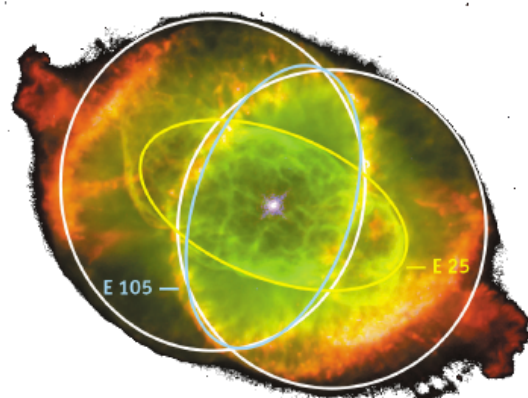
Stefan-Boltzmanni konstant $\sigma_{SB} = 5.67 \cdot 10^{-8} W/T^4 m^2$

Päikese kiirgusvõime $L_{\odot} = 3.839 \cdot 10^{26} W$

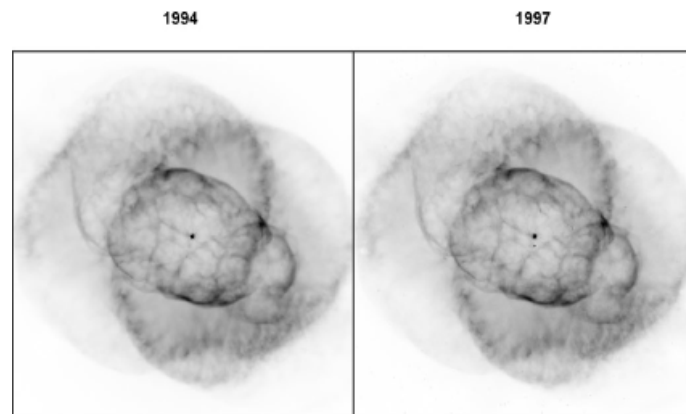
Astronoomiline ühik $aü = 1.496 \cdot 10^{11} m$

Valguse kiirus $c = 299792 km/s$

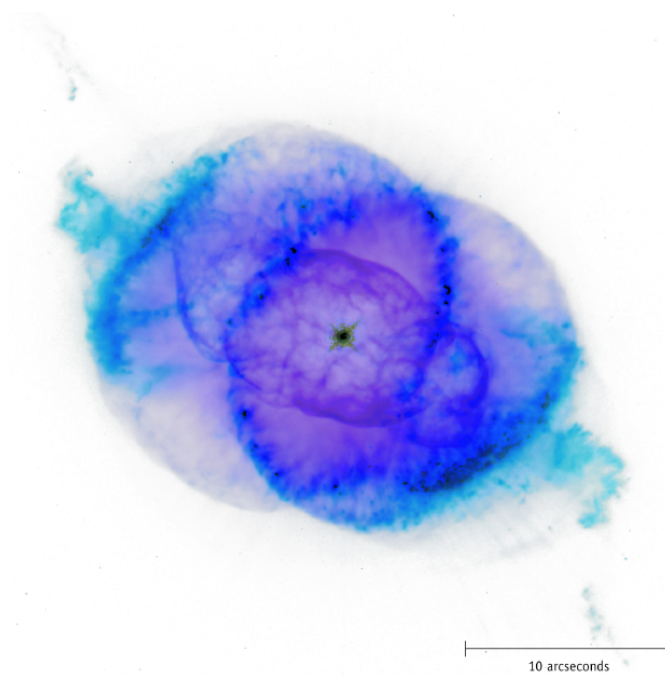
Kassisilma pildid



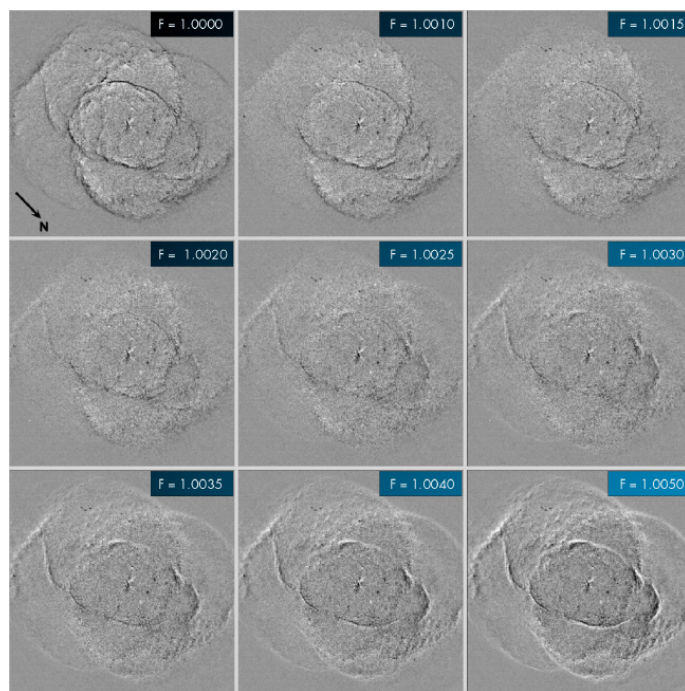
Joonis 4: Kassisilma udu ja tema ketaste 3D mudel



Joonis 5: Kassisilma udu pildid aastal 18.09.1994 ja 17.08.1997



Joonis 6: Kassisilma udu



Joonis 7: Kassisilma udu residuaalpildid