

XI Astronoomia lahtine võistlus 2015

Noorem vanuseaste

Koostasid: T. Eenmäe, R. Kipper, T. Sepp

Astronoomia lahtisest võistlusest

Hea meel on tervitada teid Astronoomia lahtisel võistlusel. Tuletame meelde, et teil on lahendamiseks aega 3 tundi. Lahendamisel on lubatud kasutada kalkulaatorit ja joonlauda. Ülesanded ei ole raskuse järjekorras ja neid ei pea lahendama järjest. Hindamisel arvestatakse kõiki ülesandeid **võrdse kaaluga**, seepärast on soovitatav lahendada esmalt lihtsamad, kiiresti lahendatavad ülesanded ja alles siis asuda raskemate ja aeganõudvamate ”pätklite” kallale. Ülesannete lahendamisel on lubatud teha mõistlikke lihtsustusi, ümardamisi ja kasutada üldtunnustatud eeldusi, mis tuleks siis ka ära märkida. Soovitame alustuseks lugeda läbi kõik ülesanded. Kõiki ülesandeid hinnatakse 10 punkti skaalas ja eriti täpse lahenduse või taibuka lahenduskäigu eest võib teenida kuni 2 boonuspunkti (nende andmise otsustab žürii konsensuslikult).

1 Kas inimesed on Kuu pinnal käinud?

Tänapäeval on väga populaarsed inimeste Kuu peal käimisega seotud vandenõuteooriad. Vandenõuteoreetikute väitel võiks nende väiteid ümber lükata, pildistades Kuul senini asuvaid kuumoodulite alusplatvorme näiteks Hubble kosmoseteleskoobiga. Kas Hubble'i kosmoseteleskoobiga on võimalik pildistada Kuu peal asuvaid Apollo 11, 12, 14-17 laskumismooduleid? Aga Kuul olevaid USA lippe? Põhjendage oma vastust arvutustega.

Veidi andmeid Hubble kosmoseteleskoobi kohta:

- Kõrgus Maa pinnast 555 km
- Peapeegli läbimõõt 2,4 meetrit
- Fookuskaugus 57,6 meetrit
- Kosmosesse saatmine kuupäev: 25. aprill 1990.

Kuumooduli mõõtmed ülalt vaadates on $5,5 \times 4,3$ meetrit.

2 Uitavad tähed

Vanaaja astronoomia üks põhiprobleemidest oli planeetide taevase näiva teekonna seletamine. Lõpliku lahenduse andis sellele Kepler oma kolme seadusega:

1. Planeetide orbiidid on ellipsid ja nende orbiitide ühes fookuses on Päike.
2. Võrdse ajavahemikega moodustavad planeedid sama pindalaga sektori (sektori nurgad: Päike-planeet ajal 1-planeet ajal 2)
3. Perioodi ruudu ning pika pooltelje kuubi jagatis on konstantne suurus.

Avastatud seadused leidis ta Marsi orbiiti uurides, eelkõige teatud perioodil tagurpidist liikumist. Millest on see põhjustatud? Tänapäeval on teada Maa ja Marsi perioodid (365.24, 686.97) päeva, pikad poolteljed (1.0, 1.5237) aü, ning orbiitide ekstsentrilisused $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$ on 0,0167 ja 0,0934 (a ja b on vastavalt lühike ja pikk pooltelg). Leida missugune on Marsi maksimaalne tagurpidi kiirus nähtavas taevas? Võib eeldada, et orbiidid on samas tasandis ning Maa ja Marsi jaoks pikk pooltelg on umbes võrdne keskmise kaugusega Päikesest. Ei või eeldada planeetide konstantset kiirust ja orbiidi raadiust.

3 Planeedid reas

2011 aasta kevadel sai näha hommikuti kuidas pea kõik planeedid paiknesid ühel joonel vt joonis 1. Tehke Päikesesüsteemi plaan, kuidas nad ruumiliselt paiknevad (skeemil peavad olema Päike ja kõikide planeetide orbiitide trajektorid ja nende asukoht orbiidil). Leidke milline planeet on Maale kõige lähemal, põhjendage.

4 Uudishimu Marsil

Marsi uusim kulgur Curiosity teeb erinevaid kivianalüüse Marsil. Praegusel ajal on ta sõitmas kuskil Sharpi mäe lähedal. Kell 14:22:37 märkasid NASA teadlased, et kulguri sõidusuunast 30 kraadi paremal paikneb 300 m kaugusel üks massispektromeetria jaoks paljulubav kivimoodustis. Täpselt viie minutiga tegid teadlased vajalikud arvutused, et Curiosity sõidusuund moodustise poole paika panna ning saatsid kursimuutuse käsu kulgurile. Hinnae millises suunas kulgur pöörama (teadmata planeetide täpseid asukohti) peab ning millal jõuab ta kivimoodustiseni, lähtuge et kulguri sõidukiirus on kogu aeg 4 km/h? Võib eeldada, et side toimub valguse kiirusega ning kulgur pöörab end momentaalselt.



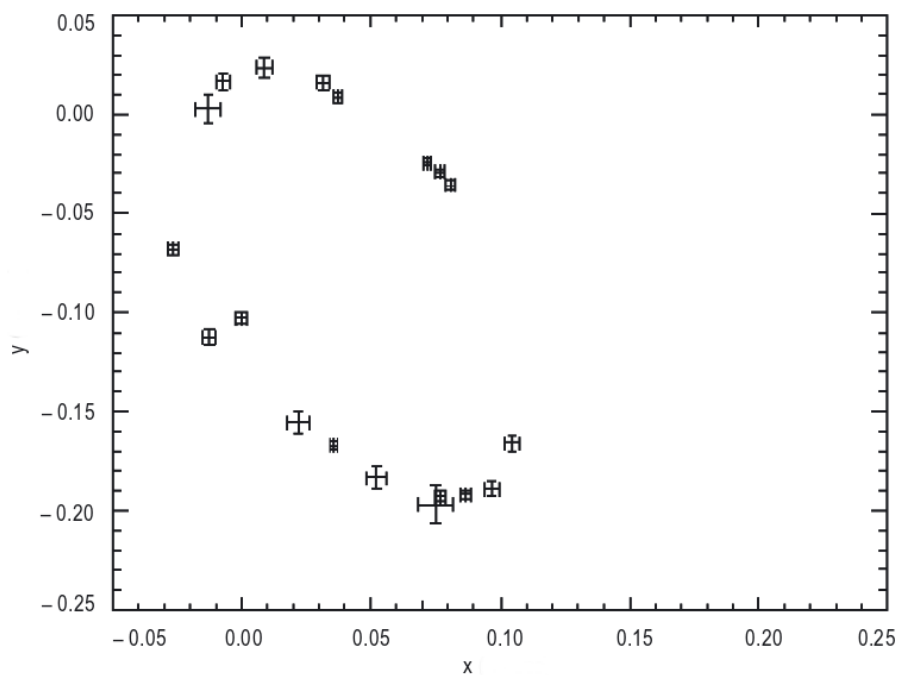
Joonis 1: 2011 kevadel Los Angelese lähedal tehtud pilt hommikutaevast, planeedid vasakult paremale: Jupiter, Marss, Merkuur, Veenus, Uraan, Neptuun. Pildi värvid on muudetud. Pilt: Starry Night tarkvara

5 Must probleem

1967 andis astronoom John Wheeler kõige massivsematele kuid ”nähtamatutele” tähtede klassile nimeks ”mustad augud”. Üks sellistest tähtedest paikneb ka meie Linnutee keskel 25900 valgusaasta kaugusel, mis öötaevas paikneb Amburi tähtkujus. Kuna valgust temast välja ei kiirga, siis peame tema omadusi hindama kaudselt. Meie õnneks avastati infrapunavaatlustega tema ümber tiirlev täht, mis nimetati S2-eks. Eri aegadel tehtud vaatlustega (Joonis 3) määrati tema orbiit (vt Joonis 2). Leia antud andmete järgi Linnutee keske musta augu mass. Lisaküsimus: arvuta selle Musta augu raadius, kasutades selleks paokiiruse definitsiooni ja teades, et paokiirus peab olema nii suur, et valgus sealt ”minema” ei pääseks.

6 Ekliptika poolused

On hästi teada, et kevadpunkti ekvaatorilised koordinaadid on 0 tundi 0 minutit ja 0 sekundit otsetõususe ning 0 kraadi 0 minutit ja 0 sekundit käändes. Millised on ekliptika pooluste ekvaatorilised koordinaadid?



Joonis 2: Vaadeldud tähe S2 orbiidi punktid. x ja y telg on kaaresekundites

Planeeditabel

PLANEEDITABEL

	Kaugus Päikesest	Orbiidi ekstsentrilisus	Mass	Läbimõõt ekvaatoril	Pöörlemis - periood	Tiirlemis - periood	Tihedus
Päike	0		330000	109,2	25,4		0,26
Merkuur	0,39	0,206	0,06	0,38	59	0,241	0,98
Veenus	0,72	0,0068	0,81	0,95	243	0,62	0,95
Maa	1	0,0167	1	1	1	1	1
SI ühikutes	1,496 · 10 ¹¹ m		6 · 10 ²⁴ kg	1,2756 · 10 ⁷ m	23 t 56m 4s	365 p 6t 9min	5515 kg/m ³
Kuu	0,00257	0,055	0,0123	0,25	27,3	0,075	0,61
Marss	1,52	0,093	0,107	0,53	1,03	1,88	0,71
Jupiter	5,2	0,049	318	11,2	0,42	11,9	0,24
Saturn	9,6	0,056	95	9,4	0,44	29,5	0,125
Uraan	19,2	0,044	14,5	4	0,72	84,3	0,23
Neptuun	30,1	0,0112	17,1	3,9	0,67	165	0,297

Kuupäev	x "	dx	y "	dy
1992.226	0.104	0.003	-0.166	0.004
1994.321	0.097	0.003	-0.189	0.004
1995.531	0.087	0.002	-0.192	0.003
1996.256	0.075	0.007	-0.197	0.010
1996.428	0.077	0.002	-0.193	0.003
1997.543	0.052	0.004	-0.183	0.006
1998.365	0.036	0.001	-0.167	0.002
1999.465	0.022	0.004	-0.156	0.006
2000.474	-0.000	0.002	-0.103	0.003
2000.523	-0.013	0.003	-0.113	0.004
2001.502	-0.026	0.002	-0.068	0.003
2002.252	-0.013	0.005	0.003	0.007
2002.334	-0.007	0.003	0.016	0.004
2002.408	0.009	0.003	0.023	0.005
2002.575	0.032	0.002	0.016	0.003
2002.650	0.037	0.002	0.009	0.003
2003.214	0.072	0.001	-0.024	0.002
2003.353	0.077	0.002	-0.030	0.002
2003.454	0.081	0.002	-0.036	0.002

Joonis 3: S2 vaatlusgraafik

Mõned konstandid

Stefan-Boltzmanni konstant $\sigma_{SB} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/T}^4\text{m}^2$

Päikese kiirgusvõime $L_{\odot} = 3.839 \cdot 10^{26} \text{ W}$

Päikese mass $M_{\odot} = 1.99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Astronoomiline ühik aü = $1.496 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Valguse kiirus $c = 299792 \text{ km/s}$

Gravitatsioonikonstant $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

XI Astronoomia lahtine võistlus 2015

Vanem vanuseaste

Koostasid: T. Eenmäe, R. Kipper, T. Sepp

Astronoomia lahtisest võistlusest

Hea meel on tervitada teid Astronoomia lahtisel võistlusel. Tuletame meelde, et teil on lahendamiseks aega 3 tundi. Lahendamisel on lubatud kasutada kalkulaatorit ja joonlauda. Ülesanded ei ole raskuse järjekorras ja neid ei pea lahendama järjest. Hindamisel arvestatakse kõiki ülesandeid **võrdse kaaluga**, seepärast on soovitatav lahendada esmalt lihtsamad, kiiresti lahendatavad ülesanded ja alles siis asuda raskemate ja aeganõudvamate ”pätklite” kallale. Ülesannete lahendamisel on lubatud teha mõistlikke lihtsustusi, ümardamisi ja kasutada üldtunnustatud eeldusi, mis tuleks siis ka ära märkida. Soovitame alustuseks lugeda läbi kõik ülesanded. Kõiki ülesandeid hinnatakse 10 punkti skaalas ja eriti täpse lahenduse või taibuka lahenduskäigu eest võib teenida kuni 2 boonuspunkti (nende andmise otsustab zürrii konsensuslikult).

1 Kas inimesed on Kuu pinnal käinud?

Tänapäeval on väga populaarsed inimeste Kuu peal käimisega seotud vandenõuteooriad. Vandenõuteoreetikute väitel võiks nende väiteid ümber lükata, pildistades Kuul senini asuvaid kuumoodulite alusplatvorme näiteks Hubble kosmoseteleskoobiga. Kas Hubble'i kosmoseteleskoobiga on võimalik pildistada Kuu peal asuvaid Apollo 11, 12, 14-17 laskumismooduleid? Aga Kuul olevaid USA lippe? Põhjendage oma vastust arvutustega.

Veidi andmeid Hubble kosmoseteleskoobi kohta:

- Kõrgus Maa pinnast 555 km
- Peapeegli läbimõõt 2,4 meetrit
- Fookuskaugus 57,6 meetrit
- Kosmosesse saatmine kuupäev: 25. aprill 1990.

Kuumooduli mõõtmed ülalt vaadates on $5,5 \times 4,3$ meetrit.

2 Uitavad tähed

Vanaaja astronoomia üks põhiprobleemidest oli planeetide taevase näiva teekonna seletamine. Lõpliku lahenduse andis sellele Kepler oma kolme seadusega:

1. Planeetide orbiidid on ellipsid ja nende orbiitide ühes fookuses on Päike.
2. Võrdse ajavahemikega moodustavad planeedid sama pindalaga sektori (sektori nurgad: Päike-planeet ajal 1-planeet ajal 2)
3. Perioodi ruudu ning pika pooltelje kuubi jagatis on konstantne suurus.

Avastatud seadused leidis ta Marsi orbiiti uurides, eelkõige teatud perioodil tagurpidist liikumist. Millest on see põhjustatud? Tänapäeval on teada Maa ja Marsi perioodid (365.24, 686.97) päeva, pikad poolteljed (1.0, 1.5237) aü, ning orbiitide ekstsentrilisused $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$ on 0,0167 ja 0,0934 (a ja b on vastavalt lühike ja pikk pooltelg). Leida missugune on Marsi maksimaalne tagurpidi kiirus nähtavas taevas? Võib eeldada, et orbiidid on samas tasandis ning Maa ja Marsi jaoks pikk pooltelg on umbes võrdne keskmise kaugusega Päikesest. Ei või eeldada planeetide konstantset kiirust ja orbiidi raadiust.

3 Planeedid reas

2011 aasta kevadel sai näha hommikul kuidas pea kõik planeedid paiknesid ühel joonel vt joonis 1. Tehke Päikesesüsteemi plaan, kuidas nad ruumiliselt paiknevad (skeemil peavad olema Päike ja kõikide planeetide orbiitide trajektorid ja nende asukoht orbiidil). Leidke milline planeet on Maale kõige lähemal ning millised planeedid on üksühest kõige kaugemal. Vastused andke astronoomilistes ühikutes.

4 Uudishimu Marsil

Marsi uusim kulgur Curiosity teeb erinevaid kivianalüüse Marsil. Praegusel ajal on ta sõitmas kuskil Sharpi mäe lähedal. Kell 14:22:37 märkasid NASA teadlased, et kulguri sõidusuunast 30 kraadi paremal paikneb 300 m kaugusel üks massispektromeetria jaoks paljulubav kivimoodustis. Täpselt viie minutiga tegid teadlased vajalikud arvutused, et Curiosity sõidusuund moodustise poole paika panna ning saatsid kursimuutuse käsu kulgurile. Hinna ke millises suunas kulgur pöörama (teadmata planeetide täpseid asukohti) peab ning millal jõuab ta kivimoodustiseni, lähtuge et kulguri sõidukiirus on kogu aeg 4 km/h? Võib eeldada, et side toimub valguse kiirusega ning kulgur pöörab end momentaalselt.



Joonis 1: 2011 kevadel Los Angelese lähedal tehtud pilt hommikutaevast, planeedid vasakult paremale: Jupiter, Marss, Merkuur, Veenus, Uraan, Neptuun. Pildi värvid on muudetud. Pilt: Starry Night tarkvara

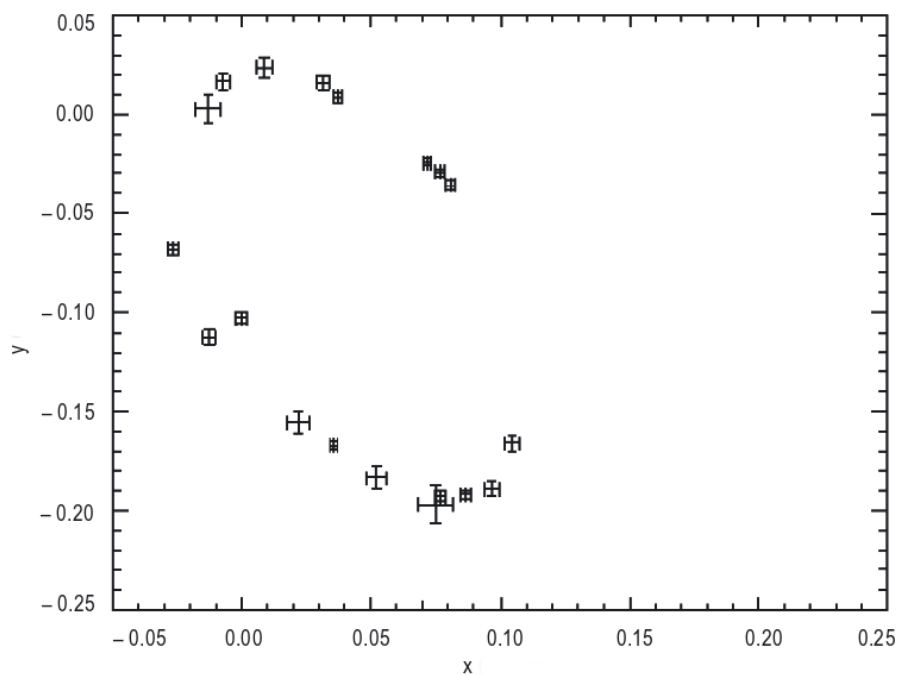
5 Must probleem

1967 andis astronoom John Wheeler kõige massivsematele kuid "nähtamatutele" tähtede klassile nimeks "mustad augud". Üks sellistest tähtedest paikneb ka meie Linnutee keskel 25900 valgusaasta kaugusel, mis öötaevas paikneb Amburi tähtkujus. Kuna valgust temast välja ei kiirga, siis peame tema omadusi hindama kaudselt. Meie õnneks avastati infrapunavaatlustega tema ümber tiirlev täht, mis nimetati S2-eks. Eri aegadel tehtud vaatlustega (Joonis 3) määrati tema orbiit (vt Joonis 2). Leia antud andmete järgi Linnutee keske musta augu mass. Lisaküsimus: arvuta selle Musta augu raadius, kasutades selleks paokiiruse definitsiooni ja teades, et paokiirus peab olema nii suur, et valgus sealt "minema" ei pääseks.

6 Võõra tähe taevas

Stanislaw Lemi raamatus "Tagasitulek tähtede juurest" külastas peategelane Hal Bregg kümne aasta pikkuse kosmosereisi käigus tähte Fomalhaut. Kas Hal nägi Fomalhauði ümber tiireldes samasugust tähistaevast nagu Maalt vaadates? Kas sealses taevas paistab heledamalt Päike või Põhjanaan?

Tabelis 1 on parallaks antud millikaaresekundites. Päikese näiv heledus Maalt vaadates on $-26,74$ tähesuurust.



Joonis 2: Vaadeldud tähe S2 orbiidi punktid. x ja y telg on kaaresekundites

Täht	Spektriklass	Parallaks	Absoluutne tähesuurus
Päike	G2V	—	—
Fomalhaut	A4V	129,81	1,72
Põhjanaan	F7Ib	7,54	-3,60

Tabel 1: Tähed ja nende asukohad

Planeeditabel

PLANEEDITABEL

	Kaugus Päikesest	Orbiidi ekstsentrilisus	Mass	Läbimõõt ekvaatoril	Pöörlemis - periood	Tiirlemis - periood	Tihedus
Päike	0		330000	109,2	25,4		0,26
Merkuur	0,39	0,206	0,06	0,38	59	0,241	0,98
Veenus	0,72	0,0068	0,81	0,95	243	0,62	0,95
Maa	1	0,0167	1	1	1	1	1
SI ühikutes	1,496 · 10 ¹¹ m		6 · 10 ²⁴ kg	1,2756 · 10 ⁷ m	23 t 56m 4s	365 p 6t 9min	5515 kg/m ³
Kuu	0,00257	0,055	0,0123	0,25	27,3	0,075	0,61
Marss	1,52	0,093	0,107	0,53	1,03	1,88	0,71
Jupiter	5,2	0,049	318	11,2	0,42	11,9	0,24
Saturn	9,6	0,056	95	9,4	0,44	29,5	0,125
Uraan	19,2	0,044	14,5	4	0,72	84,3	0,23
Neptuun	30,1	0,0112	17,1	4,9	0,67	165	0,297

Kuupäev	x "	dx	y "	dy
1992.226	0.104	0.003	-0.166	0.004
1994.321	0.097	0.003	-0.189	0.004
1995.531	0.087	0.002	-0.192	0.003
1996.256	0.075	0.007	-0.197	0.010
1996.428	0.077	0.002	-0.193	0.003
1997.543	0.052	0.004	-0.183	0.006
1998.365	0.036	0.001	-0.167	0.002
1999.465	0.022	0.004	-0.156	0.006
2000.474	-0.000	0.002	-0.103	0.003
2000.523	-0.013	0.003	-0.113	0.004
2001.502	-0.026	0.002	-0.068	0.003
2002.252	-0.013	0.005	0.003	0.007
2002.334	-0.007	0.003	0.016	0.004
2002.408	0.009	0.003	0.023	0.005
2002.575	0.032	0.002	0.016	0.003
2002.650	0.037	0.002	0.009	0.003
2003.214	0.072	0.001	-0.024	0.002
2003.353	0.077	0.002	-0.030	0.002
2003.454	0.081	0.002	-0.036	0.002

Joonis 3: S2 vaatlusgraafik

Mõned konstandid

Stefan-Boltzmanni konstant $\sigma_{SB} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/T}^4\text{m}^2$

Päikese kiirgusvõime $L_{\odot} = 3.839 \cdot 10^{26} \text{ W}$

Päikese mass $M_{\odot} = 1.99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Astronoomiline ühik aü = $1.496 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Valguse kiirus $c = 299792 \text{ km/s}$

Gravitatsioonikonstant $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

XI Astronoomia lahtine võistlus 2015

Noorem ja Vanem vanuseaste

Koostasid: T. Eenmäe, R. Kipper, T. Sepp

Astronoomia lahtisest võistlusest

Hea meel on tervitada teid Astronoomia lahtisel võistlusel. Tuletame meelde, et teil on lahendamiseks aega 3 tundi. Lahendamisel on lubatud kasutada kalkulaatorit ja joonlauda. Ülesanded ei ole raskuse järjekorras ja neid ei pea lahendama järjest. Hindamisel arvestatakse kõiki ülesandeid **võrdse kaaluga**, seepärast on soovitatav lahendada esmalt lihtsamad, kiiresti lahendatavad ülesanded ja alles siis asuda raskemate ja aeganõudvamate ”pätklite” kallale. Ülesannete lahendamisel on lubatud teha mõistlikke lihtsustusi, ümardamisi ja kasutada üldtunnustatud eeldusi. Soovitame alustuseks lugeda läbi kõik ülesanded. Kõiki ülesandeid hinnatakse 10 punkti skaalas ja eriti täpse lahenduse või taibuka lahenduskäigu eest võib teenida kuni 2 boonuspunkti (nende andmise otsustab žürii konsensuslikult).

1 Noorem/vanem Kas inimesed on Kuu pinnal käinud?

Tänapäeval on väga populaarsed inimeste Kuu peal käimisega seotud vandenõuteooriad. Vandenõuteoreetikute väitel võiks nende väiteid ümber lükata, pildistades Kuul senini asuvaid kuumoodulite alusplatvorme näiteks Hubble kosmoseteleskoobiga. Kas Hubble'i kosmoseteleskoobiga on võimalik pildistada Kuu peal asuvaid Apollo 11, 12, 14-17 laskumismooduleid? Aga Kuul olevaid USA lippe? Põhjendage oma vastust arvutustega.

Veidi andmeid Hubble kosmoseteleskoobi kohta:

- Kõrgus Maa pinnast 555 km
- Peapeegli läbimõõt 2,4 meetrit
- Fookuskaugus 57,6 meetrit
- Kosmosesse saatmine kuupäev: 25. aprill 1990.

Kuumooduli mõõtmed ülalt vaadates on $5,5 \times 4,3$ meetrit.

Ülesanne 1. Lahendus

Teleskoobi lahutus radiaanides on $\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$, kus θ on teleskoobi lahutusvõime radiaanides, λ ja D on aga valguse lainepikkus ning teleskoobi apertuur samades mõõtühikutes. Lainepikkuseks oleks sobilik võtta roheline valguse lainepikkus, näiteks 555 nanomeetrit ehk $555 \cdot 10^{-9}$ m.

Teisalt tuleb arvutada nurk, mille all paistab kuumoodul Hubble'i kosmoseteleskoobile, see on: $\approx \left(\frac{5,5}{360000000}\right)$, kus 360000000 on Kuu kaugus HST-st. Kuumoodulit oleks võimalik pildistada juhul, kui $\theta \leq \alpha$.

$$1,22 \cdot \frac{555 \cdot 10^{-9}}{2,4} \leq \frac{5,5}{360000000} 2,82 \cdot 10^{-7} \text{rad} \leq 1,53 \cdot 10^{-8} \text{rad}. \quad (1)$$

Võrratus ei ole tõene. Hubble kosmoseteleskoobi lineaarne lahutusvõime Kuu pinnal on $\alpha \cdot 360000000 = 2,82 \cdot 10^{-7} = 101$ meetrit.

Kuul asuvad lipud on suurusjärgus sada korda väiksemad kui HST lahutusvõime.

2 Noorem/Vanem Uitavad tähed

Vanaaja astronoomia üks põhiprobleemidest oli planeetide taevase näiva teekonna seletamine. Lõpliku lahenduse andis sellele Kepler oma kolme seadusega:

1. Planeetide orbiidid on ellipsid ja nende orbiitide ühes fookuses on Päike.
2. Võrdse ajavahemikega moodustavad planeedid sama pindalaga sektori (sektori nurgad: Päike-planeet ajal 1-planeet ajal 2)
3. Perioodi ruudu ning pika pooltelje kuubi jagatis on konstantne suurus.

Avastatud seadused leidis ta Marsi orbiiti uurides, eelkõige teatud perioodil tagurpidist liikumist. Millest on see põhjustatud? Leida missugune on Marsi maksimaalne tagurpidi kiirus nähtavas taevas? Võib eeldada, et orbiidid on samas tasandis ning Maa ja Marsi jaoks pikk pooltelg on umbes võrdne keskmise kaugusega Päikesest. Ei või eeldada planeetide konstantset kiirust ja orbiidi raadiust.

Ülesanne 2. Lahendus

Tagurpidi liigub planeet seetõttu, et sisemine planeet (Maa) liigub seespool oleval orbiidil tunduvalt kiiremini kui Marss väljaspool. Seega on nende vastasseisu ajal Maa nurkkiirus tunduvalt suurem, mis põhjustab näivat tagurpidist liikumist. Kiirus on maksimaalne siis kui vastasseisu ajal on Maa nurkkiirus maksimaalne ja Marsi oma minimaalne. Avaldis nurkkiiruse



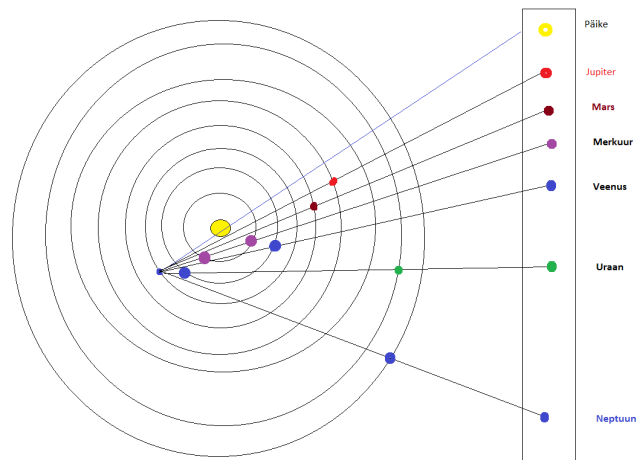
Joonis 1: 2011 kevadel Los Angelese lähedal tehtud pilt hommikutaevast, planeedid vasakult paremale: Jupiter, Marss, Merkuur, Veenus, Uraan, Neptuun. Pildi värvid on muudetud. Pilt: Starry Night tarkvara

jaoks on: $\omega = \frac{v_{Maa} - v_{Marss}}{d_{Marss} - d_{Maa}}$. Väärtuse arvutamiseks leiame nurkkiiruse avaldise, mis võtab arvesse planeedi orbiidi ekstsentrilisust: $\omega = \frac{v}{R}$. Minimeerimaks/maksimeerimaks seda seost on vaja leida planeedi kiirus sõltuvana orbiidi raadiusest, milleks kasutame Kepleri 1. seadust: sama ajavahemiku (t) ajal liigub katab planeet sama pindala ($S_1 = R^2\omega t = R^2\frac{v}{R}t = Rvt$, $S_2 = \bar{R}\bar{v}t$ ning $S_1 = S_2$) ehk $Rv = \bar{R}\bar{v}$. Keskmise kiirusega teeb planeet tiiru ümber Päikese perioodiga, seega siit saab $\bar{v} = 2\pi\bar{R}/P = 2\pi a/P$, kus P tähistab planeedi perioodi ning a pikka pooltelge.

Meil on vaja saada optimaalse nurkkiiruse jaoks, et Maa juures peaks olema R minimaalne ja Marsi juures maksimaalne kaugus Päikesest. Minimaalne kaugus tuleb ellipsi definitsiooni ja ekstsentrilisuse valemi põhjal $R_{min} = (1 - e)a$ ja maksimaalne $R_{max} = (1 + e)a$. Asendades saadud seosed nurkkiiruse valemisse, saame $\omega = 2\pi \frac{a_{Marss}(P_{Marss}(1+e_{Marss}))^{-1} - a_{Maa}((P_{Maa}1-e_{Maa})^{-1})}{a_{Marss}(1+e_{Marss}) - a_{Maa}(1-e_{Maa})} = 0.006956647 \text{ rad/d} = 0.3985865^\circ \text{ d}^{-1}$.

3 Noorem/Vanem Planeedid reas

2011 aasta kevadel sai näha hommikul kuidas pea kõik planeedid paiknesid ühel joonel vt joonis 1. Tehke Päikesesüsteemi plaan, kuidas nad ruumiliselt paiknevad (skeemil peavad olema Päike ja kõikide planeetide orbiitide trajektorid ja nende asukoht orbiidil).



Joonis 2: Päikesesüsteemi pealtvaade, joonis ei ole skaalas.

Noorem ja Vanem: Leidke milline planeet on Maale kõige lähemal...
 Vanem: ...ning millised planeedid on üksühest kõige kaugemal. Vastused andke astronoomilistes ühikutes.

Ülesanne 3. Lahendus

Lisaküsimustest esimene on suhteliselt lihtne. Vaadates planeeditabelit on selge, et Maale lähim peab olema üks siseplaneetidest, sest kõik planeedid võivad olla n.ö. Päikese taga, oluline on märkida, et Veenuse ja Merkuuri puhul on võimalik ka teine asukoht. Neid saaks eristada teades planeetide heledusi, aga neid pole antud ülesandes antud, mistõttu tuleb arvestada kahe võimaliku asukohaga. Õigeks vastuseks on seega **Merkuur või Veenus**.

Ainult Vanem: Kaugeima planeetide paari leidmine on mõnevõrra keerukam. Üheks osaliseks on kindlasti Neptuun, sest ta lihtsalt paikneb Päikesest oluliselt kaugemal kui teised. Kuna siseplaneedid paiknevad lähestikku siis annab Merkuur meile esimese kandidaatkauguse, mis on umbes 30 aü, sest tema kaugus Päikesest on tühine. Vaadates joonist on aga selge, et igaks juhuks piisab kui kontrollime Jupiter Neptuun paari omavahelist kaugust. Nüüd peame lahendama kolm kolnurka: Maa-Jupiter-Päike (MJP), Maa-Neptuun-Päike (MNP) ja Jupiter-Neptuun-Päike (JNP), kus Jupiter-Neptuun teepikkus on siis meid huvitav suurus. Kasutades ilmakaari skaaala määramiseks määrame nurgad $PMJ = 20^\circ$, $JMN = 55^\circ$ ja $NPM = 65^\circ$. Nüüd saame

arvutada Lõikude Maa-Jupiter pikkuse ning lõigu Maa-Neptuun. Lähtudes planeetide asukohast, Jupiteri nurk päikese suhtes on suhteliselt väike, võime ümardada lõigu pikkuseks 6 aü ning kuna Maa on Päikesele lähedal võime ümardada ka selle lõigu pikkuseks 30 aü. Nüüd jääb meil vaid rakendada koosinuslauset:

$$JN = \sqrt{JM^2 + NM^2 - 2 \cdot JM \cdot NM \cdot \cos(\sphericalangle JMN)} \sim 28$$

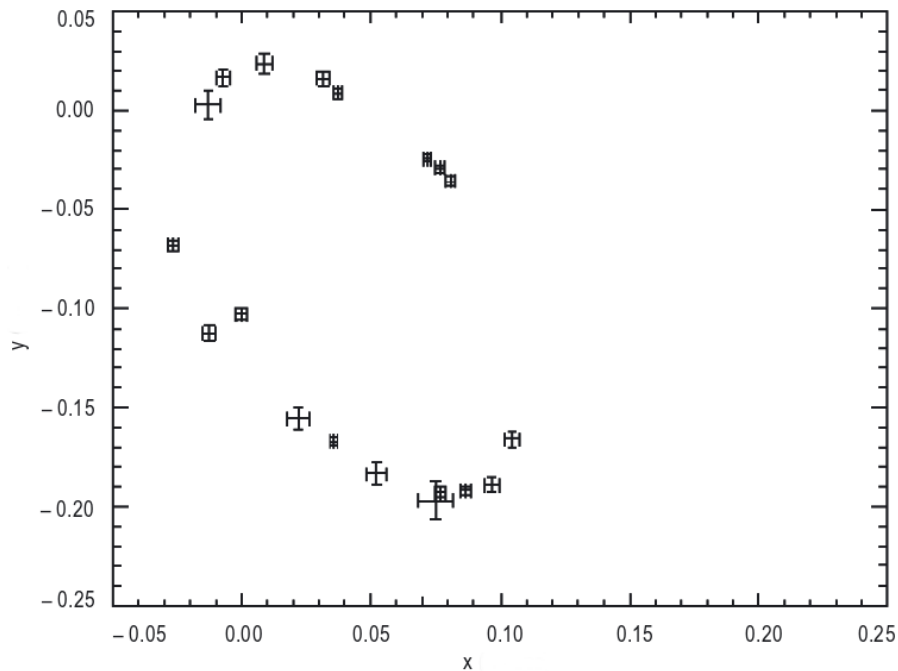
Mistõttu ongi omavahel kaugemad planeedid **Merkuur ja Neptuun**.

4 Noorem/Vanem Uudishimu Marsil

Marsi uusim kulgur Curiosity on teeb erinevaid kivianalüüse Marsil. Parasa-jagu on ta sõitmas kuskil Sharpi mäe lähedal. Kell 14:22:37 märkasid NASA teadlased, et kulguri sõidusuunast 30 kraadi parema paikneb 300 m kaugusel üks massspektromeetria jaoks paljulubav kivimoodustis. Täpselt viie minutiga tegid teadlased vajalikud arvutused, et Curiosity sõidusuund moodus-tise poole paika panna ning saatsid kursimuutuse käsu kulgurile. Millises suunas kulgur pöörama peab ning millal jõuab ta kivimoodustiseni, kui kul-guri sõidukiirus on kogu aeg 4 km/h? Võib eeldada, et side toimub valguse kiirusega ning kulgur pöörab end momentaalselt.

Ülesanne 4. Lahendus

Tegu on suhteliselt lihtsa dünaamikaülesandega, kus tuleb arvestada, et kul-gur teeb suunamuutuse kell 14 : 22 : 37 + 5min + $d_{Maa-Mars}/c$, kus c on valgus kiirus. Lisaks tuleb arvestada, et hetkel kui teadlased arvutusi tegema hakkavad on kulgur liikunud 14 : 22 : 37 + $d_{Maa-Mars}/c$. Ülesande muudab raskemaks asjaolu, et pole täpsustatud Maa ja Marsi suhtelisi asukohti, seepärast tuleb arvutada elstreemumide järgi elik kõige lähema ja kaugema suhtelise asukoha korral. Planeeditabelist näeme, et need on vastavalt $1.52 - 1 = 0.52au = 7.8 \cdot 10^{10}m$ ja $1.52 - 1 = 2.52au = 3.8 \cdot 10^{11}m$, mis annab side kestuseks vastavalt 259 s ja 1256 s. siit saame et kahe planeedi vas-tasseisu ajal pöörab kulgur end $2 \cdot 259 + 5 \cdot 60 = 818s$ ning maksimaalse kauguse korral $2 \cdot 1256 + 5 \cdot 60 = 2812s$ pärast algkellaega. Samuti teame, et kulgur liigub sekundis $4 \cdot 1000/3600 = 1.11m$. Lahendamist lihtsustab kui leiame kasutades täisnurkseid kolmnurki, et kulguri trajektoorist paik-nes kivimoodustis kulguri möödumishetkel $300 \cdot \sin 30 = 150m$ eemal ning möödumishetkeks oli kulgur läbinud $\sqrt{300^2 - 150^2} = 260m$. Nüüd piisab kui lahendada tekkinud uued täisnurksed kolmnurgad, kus üks kateetidest on 150 m ja teine $(818 \cdot 1.11) - 260 = 648m$ ja $(2812 \cdot 1.11) - 260 = 2861m$, mistõttu



Joonis 3: Vaadeldud tähe S2 orbiidi punktid, x ja y telg on kaaresekundites

pöördenurk jäi vahemikku $180 - \text{atan}\left(\frac{150}{648}\right) = 167^\circ$ ja $180 - \text{atan}\left(\frac{150}{2816}\right) = 177^\circ$. Nüüd saame leida kasutades täisnurkseid kolnurki ja sõidukiirust sõita jäänud aja, mis on siis vastavalt: 600 s ja 2538 s. Mis tähendab, et kohale jõudis kulgur vahemikus 14:41:56 ja 15:30:51.

5 Must probleem

1967 andis astronoom John Wheeler kõige massivsematele kuid nähtamatule tähtede klassile nimeks "mustad augud". Üks sellistest tähtedest paikneb ka meie Linnutee keskel 25900 valgusaasta kaugusel, mis öötaevas paikneb Amburi tähtkujus. Kuna valgust temast välja ei kiirga, siis peame tema omadusi hindama kaudselt. Meie õnneks avastati infrapunavaatlustega tema ümber tiirlev täht, mis nimetati S2-eks. Eri aegadel tehtud vaatlustega (Joonis 4) määrati tema orbiit vt Joonis 3. Leia antud andmete järgi Linnutee keske musta augu massi. Lisaküsimus, arvuta selle Musta augu raadius, kasutades selleks paakiiruse definitsiooni ja teades, et paakiirus peab olema nii suur, et valgus sealt "minema" ei pääseks.

Kuupäev	x "	dx	y "	dy
1992.226	0.104	0.003	-0.166	0.004
1994.321	0.097	0.003	-0.189	0.004
1995.531	0.087	0.002	-0.192	0.003
1996.256	0.075	0.007	-0.197	0.010
1996.428	0.077	0.002	-0.193	0.003
1997.543	0.052	0.004	-0.183	0.006
1998.365	0.036	0.001	-0.167	0.002
1999.465	0.022	0.004	-0.156	0.006
2000.474	-0.000	0.002	-0.103	0.003
2000.523	-0.013	0.003	-0.113	0.004
2001.502	-0.026	0.002	-0.068	0.003
2002.252	-0.013	0.005	0.003	0.007
2002.334	-0.007	0.003	0.016	0.004
2002.408	0.009	0.003	0.023	0.005
2002.575	0.032	0.002	0.016	0.003
2002.650	0.037	0.002	0.009	0.003
2003.214	0.072	0.001	-0.024	0.002
2003.353	0.077	0.002	-0.030	0.002
2003.454	0.081	0.002	-0.036	0.002

Joonis 4: S2 vaatlusgraafik

Ülesanne 5. Lahendus

Ülesande lahendamiseks tuleb kõigepealt leida S2-e suure pooltelje pikkus. Selleks mõõdame kõigepealt pooltelje pikkused x ja y telje suhtes (mõõtmise lihtsustamiseks on mõttekas leida orbiidi ellipsi diameeter ja see siis kahega jagada). Mõõtmistulemused peaks tulema umbes: $x = 0.11''$ ja $y = 0.22''$. Diameetri saame Pythagorose teoreemi abil

$$a' = \frac{\sqrt{0.11^2 + 0.22^2}}{2} = 0.123''$$

nüüd tuleb see tulemus teisendada füüsilisteks kaugusühikutesse. Mugavam on leida see vast kasutades tangentsi väikese nurga lähendit, siis saame kauguseks:

$$a = 25900 \cdot \frac{0.123}{60 \cdot 60} \cdot \frac{\pi}{180} = 0.015va \cdot \frac{9.4605284 \cdot 10^{15}}{1.496 \cdot 10^{11}} = 976au.$$

Nüüd on lihtne leida Musta augu mass kasutades Kepleri kolmandat seadust

$$P^2 = \frac{1}{(M_1 + M_2)} \cdot a^3$$

Kuna tähe mass on tühine võib selle maha taandada (olles päris korrektne seda teha ei tohiks ja tuleks lahendada juhul $M_1 + M_2$, kus lahendust nähes võiks veenduda, et tähtede massid on ikka suurusjärke väiksemad, mistõttu võib summaarset massi lugeda tähe massiks). Meenutada tuleks ka seda, et antud juhul kehtib valem ühikusüsteemis: kus massid on mõõdetud Päikese massides, pikkusühikuks on astronoomilised ühikud ning ajaühikuks aastad. Jooniselt 4 saame, et S2 tiirlemisperiood on 15.7 aastat ning nüüd jääbki vaid leida musta augu mass:

$$M_{must} = \frac{a^3}{P^2} = 3.8 \cdot 10^6 M_{\odot}$$

Paokiiruse leidmiseks tuletame meelde paokiiruse deifnitsiooni

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

kus paokiiruseks on valguse kiirus ning kust me avaldame raadiuse. Saame:

$$r = \frac{2 \cdot G \cdot M}{c^2} = \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 3.8 \cdot 10^6 \cdot 1.99 \cdot 10^{30}}{(300000000)^2} = 1.12 \cdot 10^{10}m$$

Noorem: Ekliptika poolused

On hästi teada, et kevadpunkti ekvaatorilised koordinaadid on 0 tundi 0 minutit ja 0 sekundit otsetõususe ning 0 kraadi 0 minutit ja 0 sekundit käändes. Millised on ekliptika pooluste ekvaatorilised koordinaadid? Tee joonis!

Noorem 6: Lahendus

Peale pooluste, seniidi ja lõunapunkti on kevadpunkt taevafääri kõige olulisem punkt. Definiitsiooni kohaselt lõikuvad selles punktis taevaekvaator ja ekliptika (Päike ületab piki ekliptikat liikudes kevadpunktis taevaekvaatori, minnes taeva lõunapoolkeralt põhjapoolkerale). Kaks suuringi lõikuvad aga kahes punktis - teiseks punktiks on sügispunkt, mille otsetõus on 12 tundi. Nurk ekliptika ja taevaekvaatori tasandite vahel on võrdne Maa telje kaldega, mis on 23,5 kraadi. Teades, et ekliptika on kevad ja sügispunkti vahel taevaekvaatorist kõrgemal, peab ekliptika poolus olema nihutatud täpselt sügis- ja kevadpunkti vaheliste otsetõusude vahelises (e. 12 tunni ja 0 tunni = 18 tunni) sihis. Ekvaatoriliste koordinaatide poolus ja ekliptiliste koordinaatide poolus on nihutatud Maa telje kaldenurga võrra ehk asub käändel $90 - 23,5 = +66,5$ kraadi. Seega on ekliptika põhjapooluse ekvaatorilised koordinaadid otsetõus 18 tundi ning kääne $+66,5$ kraadi. Ekliptika lõunapooluse koordinaadid asuvad sümmeetriliselt taevafääri keskpunkti suhtes, olles: otsetõus 12 tundi ja kääne $-66,5$ kraadi.

6 Vanem: Võõra tähe taevas

Stanislaw Lemi raamatus "Tagasitulek tähtede juurest" külastas peategelane Hal Bregg kümne aasta pikkuse kosmosereisi käigus tähte Fomalhaut. Kas Hal nägi Fomalhaudi ümber tiireldes samasugust tähistaevast nagu Maalt vaadates? Kas sealses taevas paistab heledamalt Päike või Põhjanaan?

Täht	Spektriklass	Parallaks	Absoluutne tähesuurus
Päike	G2V	—	—
Fomalhaut	A4V	129,81	1,72
Põhjanaan	F7Ib	7,54	-3,60

Tabelis on parallaks antud millikaaresekundites. Päikese näiv heledus Maalt vaadates on $-26,74$ tähesuurust.

Vanem Ülesanne 6 lahendus

Arvutades välja Fomalhaudi parallaksist tema kauguse parsekites: $d_F = 1/p = 1/0,12981'' = 7,7 pc$ võib ütelda, et Fomalhaut asub võrreldes enamike tähtede kaugustega Päikesele sedavõrd lähedal, et tähistaeva pilt oluliselt ei muutu.

Võrdlemaks Päikese ja Põhjanaela heledusi, tuleb arvutada Päikese näiv tähesuurus Fomalhaudi juures ning võrrelda seda Põhjanaela näiva heledusega. Päikese ja Fomalhaudi vaheline kaugus $d_F = d_P$ on juba leitud. Leiame Põhjanaela näiva heleduse valemist $M = m + 5 + 5 \log p$, millest näiv tähesuurus $m = -3,60 - 5 - 5 \log 0,00754 = 2,01$ tähesuurst.

Päikese näiva tähesuurse leidmine (kui ei tea peast absoluutset tähesuurst!) on kõige lihtsam järgnevast arutlusest. Maa kaugus Päikesest on 1 astronoomiline ühik. Üks parsek on defineeritud kaugusena millelt vaadeldes on Maa orbiidi raadiusele (e. 1 a.ü.-le) vastav nurk 1 kaaresekund. Ühes parsekis on seega astronoomilisi ühikuid sama palju kui ühes radiaanis kaaresekundeid ehk $180/\pi \cdot 3600 = 206265$. Päikese ja Fomalhaudi vaheline kaugus on 7,7 korda suurem. Arvestades, et valgusallika intensiivsus väheneb pöördvõrdeliselt kauguse ruuduga, võime Pogsoni valemist kirjutada nüüd: $m_1 - m_2 = 2,5 \log E_2/E_1 = 2,5 \log(d_1/d_2)^2 = 5 \log d_1/d_2 \rightarrow m_2 = -26,74 - 5 \log 1/7,7 \cdot 206265 = -26,74 - -31,00 = 4,26$. Järelikult on Põhjanael Fomalhaudi juurest vaadates ca 2,25 tähesuurst Päikesest heledam.

Planeeditabel

PLANEEDITABEL

	Kaugus Päikesest	Orbiidi ekstsentrilisus	Mass	Läbimõõt ekvaatoril	Pöörlemis - periood	Tiirlemis - periood	Tihedus
Päike	0		330000	109,2	25,4		0,26
Merkuur	0,39	0,206	0,06	0,38	59	0,241	0,98
Veenus	0,72	0,0068	0,81	0,95	243	0,62	0,95
Maa	1	0,0167	1	1	1	1	1
SI ühikutes	1,496 · 10 ¹¹ m		6 · 10 ²⁴ kg	1,2756 · 10 ⁷ m	23 t 56m 4s	365 p 6t 9min	5515 kg/m ³
Kuu	0,00257	0,055	0,0123	0,25	27,3	0,075	0,61
Marss	1,52	0,093	0,107	0,53	1,03	1,88	0,71
Jupiter	5,2	0,049	318	11,2	0,42	11,9	0,24
Saturn	9,6	0,056	95	9,4	0,44	29,5	0,125
Uraan	19,2	0,044	14,5	4	0,72	84,3	0,23
Neptuun	30,1	0,0112	17,1	3,9	0,67	165	0,297

Mõned konstandid

Stefan-Boltzmanni konstant $\sigma_{SB} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/T}^4\text{m}^2$

Päikese kiirgusvõime $L_{\odot} = 3.839 \cdot 10^{26} \text{ W}$

Päikese mass $M_{\odot} = 1.99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Astronoomiline ühik $\text{aü} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Valguse kiirus $c = 299792 \text{ km/s}$

Gravitatsioonikonstant $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$