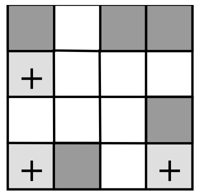
Känguru'97

KADETT

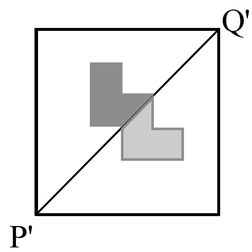


1. Arv 1 100 000 on võrdne 1100 tuhandega.

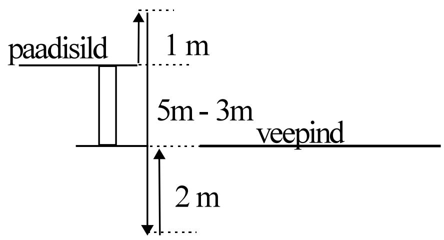
2. Joonisel on ristiga märgitud need kolm ruutu, mis tuleks mustaks värvida, et joonis oleks oma keskpunkti suhtes sümmeetriline.

3. 1997. aastal osaleb ülesande tingimuste järgi "KÄNGURU" võistlusel 300 000 õpilast,

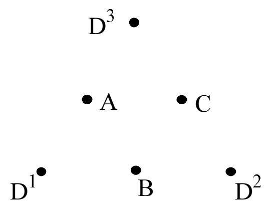
1998. aastal 1,5· 300 000 =450 000,
1999. aastal 1,5 · 450 000 =675 000 ja
2000. aastal esimest korda üle ühe miljoni s.o.
1,5 · 675 000=1 012 500 õpilast.



4. Diagonaali suhtes tekkiv sümmeetriline kujund on joonisel



5. Paadisild on veepinnast $5-1-2=2$ meetri kõrgusel.



6. Rööpküliku vastasküljed on paralleelsed. Neljanda punkti D võimalikud asukohad on märgitud joonisel kasutades ülaindekseid. Võimalusi on 3.

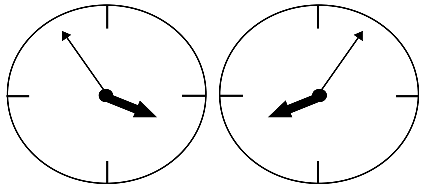
7. Kui kõik muuseumikülastajad oleksid olnud täiskasvanud,
oleks piletiraha saadud 50 krooni, mis on 15 krooni rohkem kui tegelikult saadi. Järelikult peab õpilaste poolt makstud summa olema 15 krooni. Õpilastele maksis pilet 50 senti, järelikult oli õpilasi 2 · 15 =30 ja täiskasvanuid 20.

Olgu täiskasvanuid x, siis lapsi on 50 - x. Täiskasvanud maksavad piletite eest x krooni, lapsed aga 0,5(50-x) krooni. Kokku makstakse piletite eest 35 krooni. Seega saame võrrandi täiskasvanute arvu leidmiseks x + 0,5(50 - x) =35, millest x=20. Täiskasvanuid oli 20.

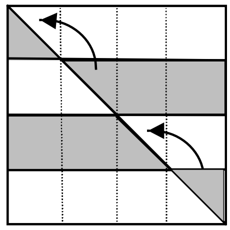
8. Kuna jagatav on võrdne jagaja ja jagatise korrutisega, siis jagatise üheliste number peab olema selline, mille üheksaga korrutamisel saaksime üheliste numbriks ühe. Seega jagatiseks sobivad arvud, mille üheliste number on 9. Vastusevariandid A ja E lõpevad sobiva numbriga, aga kuna 99 on kahekohaline arv ja selle korrutamisel arvuga 9 ei teki vastuseks üheksakohalist arvu, siis vastuseks sobib 12 345 679.

9. Olgu ostetud pirnide arv x. Siis isa ostis (x+2) õuna, (x-8) banaani ja (x-10) apelsini. Kokku ostis ta 44 puuvilja. Saame võrrandi: $x + x + 2 + x - 8 + x - 10 = 44$, millest x=15. Isa ostis 15 pirni.

10. Kui peeglist paistab, et kell on "viie minuti pärast neli", siis tegeliku kellaaja saame, kui peegeldame osuteid vertikaalse sirge suhtes, mis läbib osutite kinnituskohta. Tegelikult oli kell 8.05.

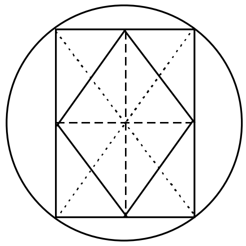


11. Leides arvu $\frac{21 \times 0{,}3 \times 1997}{10000}$ ligikaudse väärtuse, saame teada arvu suurusjärgu $\frac{21 \times 0{,}3 \times 1997}{10000} \approx \frac{20 \times 0{,}3 \times 2000}{10000} = 1{,}2$.
Järelikult vastusevariantidest on suuruselt lähim arv 1.



12. Värvitud osa pindala on $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ ruudu pindalast (vt. joonis).

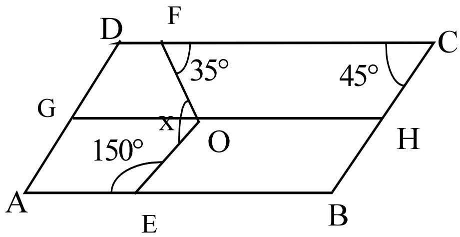
13. Rombi külje pikkus on pool ristküliku diagonaalist, mis on võrdne ringi diameetriga. Rombi külje pikkus on seega 3 cm ja ümbermõõt $4 \cdot 3$ =12 cm..



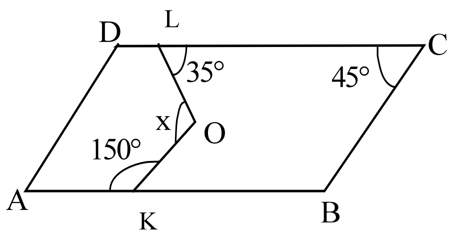
14. Maril on 5 pliiatsit. Mihklil saab olla kas 1, 2, 3, või 4 pliiatsit. Vanemal õel on siis pliiatseid vastavalt kas 6, 7, 8 või 9. Kokku saab neil pliiatseid olla 12, 14, 16 või 18. Vastusevariantidest sobib vastuseks 14.

15. Murdjooned DBA, DCA ja DEA on võrdsete pikkustega ning murdjoonest DGBA lühemad. Järelikult neist kolmest ükski ei sobi vastuseks. Murdjoon DFA on lühem kui DGBA. Järelikult antud murdjoontest on lühim DFA.

16. Joonestame rööpküliku alustega paralleelse sirge GH, nii et see läbiks nurga x tippu. Arvestades tekkivaid põiknurki, saame
$\angle$AEO = $\angle$EOH =150°
$\angle$FOG = $\angle$OFC = 35°
$\angle$x = $\angle$EOG + $\angle$GOF =
(180° – $\angle$HOE) +$\angle$GOF =180° – 150° + 35° = 65°.



Nurga x suurust on võimalik leida ka viisnurga sisenurkade summa valemit kasutades.
Et ABCD on rööpkülik, siis $\angle$C = $\angle$A = 45° ja
$\angle$B = $\angle$D = 180° – $\angle$C =135°.
$\angle$DLO =180° – $\angle$CLO = 180° – 35° = 145°.
Viisnurga sisenurkade summa (5 – 2) · 180° = 540°
$\angle$x =540° – (45° + 150° + 145° + 135°) = 65°.



17. Kõik kella numbrid vahetuvad esimest korda korraga kell 20:00:00. Sinna on veel aega 2 minutit ja 27 sekundit, s.o. $2 \cdot 60 + 27 = 147$ sekundit.

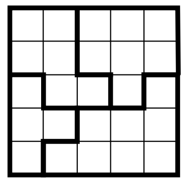
18. Joonisel toodud kahest sellisest kujundist saab kokku panna kuubi, mille mõõtmed on 2x2x2. Neist omakorda saame teha kuupe, mille servapikkused on paarisarvud. Järelikult ei saa neist kujunditest kokku panna kuupi, mille mõõtmed on 9x9x9.

19. Vähim võimalik käikude arv on 4.

Selleks tuleks toimida järgnevalt: KANGAROO

1. käik: KNAGAROO
2. käik: KNGAAROO
3. käik: KNGARAOO
4. käik: KNGRAAOO

20. Kokkupandud ruudus peab väikeste ruutude arv olema mõne naturaalarvu ruut. Kujundid A, B, C, D ja E koosnevad vastavalt 4, 5, 6, 7 ja 8-st väiksest ruudust. Kokku on kujundites ruute 30. Võimalik on moodustada ruut, milles on 25 väikest ruutu. Sel juhul jääks kasutamata kujund B. Kujundite võimalik paigutus on joonisel.



21. Püramiidi vastavalt poolitades tekib kaks keha, milledel on kokku 10 tahku. Kahe märgitud tahu kokkupanemisel kaotab kumbki kehadest ühe tahu ja kuna püramiidi külgtahu ja põhja vaheline nurk on väiksem kui 90°, siis olemasolevad tahud jäävad erinevateks tahkudeks ka peale kehade kokkupanemist. Tekkinud kehal on 8 tahku.

22. Kuna Anne tahab saada keskmiseks hindeks 4,0 , siis oma hinnete summaks peab ta saama $4 \cdot 8 = 32$. Praegu on Anne hinnete summa $3{,}5 \cdot 6 = 21$. Seega peaks ta kahe ülejäänud eksami hinnete summaks saama 11, mis on aga võimatu.

23. Arvust 100 suuremate järguühikute jagamisel arvuga 15 tekib alati jääk 10, sest "uueks jagatavaks" tekib alati arv 100.

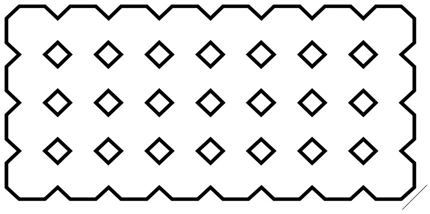
10000 ... 0 : 15 =
90
100
90
100
...

24. Teisendades kõik toodud arvud arvu kaks astmeteks, saame 2^{32}, $4^{15} = 2^{30}$, $8^{11} = 2^{33}$, $16^{8} = 2^{32}$ ja $32^{6} = 2^{3}$.
Neist suurim on $2^{33} = 8$.

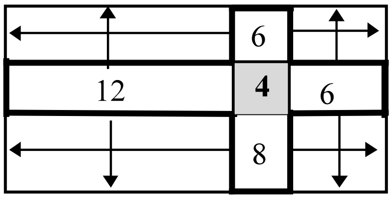
25. Andmete põhjal võime kirjutada: K =0,1 L; L = 0,2M; M= 0,3 N ja P = 0,4 N.

Murd $\frac{K}{P} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3N}{0{,}4N} = \frac{0{,}006}{0{,}4} = \frac{3}{200}$

26. Peale seda, kui paberileht on viis korda vastavalt kokku murtud ja kõik neli nurka ära lõigatud tekib esialgsesse paberisse 21 auku.



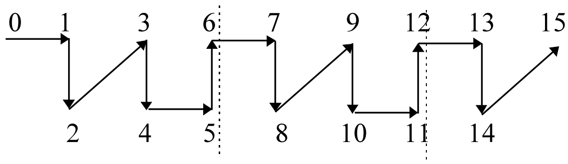
27. Ristküliku ümbermõõt on võrdne tugevama joonega ümbritsetud kujundi ümbermõõduga. Otsitud ümbermõõdu saame, kui antud viie ristküliku ümbermõõtude summast lahutame kahekordse värvitud ristküliku ümbermõõdu:
$36 - 2 \cdot 4 = 28$ cm.



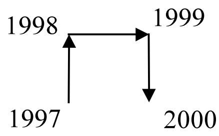
Ülesande vastuseni on võimalik jõuda ka määrates kindlaks ühe antud ümbermõõduga ristküliku võimalikud küljepikkused ja leides seejärel ülejäänud ristkülikute mõõtmed.

28. On vaja leida aastaarv, milles nädalapäevade arv oleks liikunud 7 või selle kordse arvu võrra (arvestades, et aastas oleks sama arv päevi nagu aastas 1997). Ühes aastas on 365 päeva, 365 annab arvuga 7 jagamisel jäägiks arvu 1, st. nädalapäev liigub aasta korral 1 päeva võrra. Liigaastas on 366 päeva, 366 annab arvuga 7 jagamisel jäägiks arvu 2, st. nädalapäev liigub liigaasta korral 2 päeva võrra. (Liigaastad olid 1996, 1992, 1988). Seega on meil vaja leida, millal jagub jääkide summa 2+1+1+1+2+1+… arvuga 7 ning et aasta, mille kalendrit me soovime kasutada, ei oleks liigaasta. Pakutud vastusevariantidest sobib 1986. aasta kalender.

29. Joonis koosneb kuuest noolest moodustuvatest tsüklitest. Leidmaks mitmes tsükli nooltest näitab arvu 2000, tuleb 2000 jagada arvuga 6 ja leida jääk.



2000 : 6 =333 jääk 2. Seega arvu 2000 juurde läheb tsükli teine nool. Seega ühendavad arve 1997 ja 2000 nooled



30. Väljaspool aeda oleva territooriumi pindala koosneb kolmest ristkülikust mõõtmetega 2×16; 2×12 ja 2×20 ning kolmest sektorist, mis kokku moodustavad täisringi raadiusega 2. Seega saab kaelkirjak väljastpoolt aeda süüa rohtu alalt, mille pindala on
$2 \cdot (16 + 12 + 20) + 4\pi = 108,56\ m^2$.