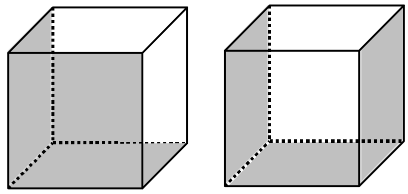
Juuniorid

1. (B) Erinevad "kängukuubid" on joonisel.

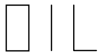


2. (D) Olgu viiel sõbral kokku x eurot, siis $\frac{x}{5}=8$ ja järelikult on viiel sõbral kokku 40 eurot. Et ühel sõpradest on 10 eurot, siis neljal ülejäänul on kokku 30 eurot. Keskmiselt on neljal ülejäänud sõbral 30 : 4 = 7,5 eurot.

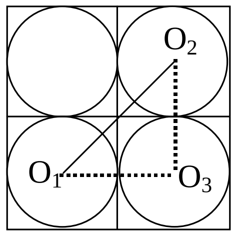
3. (C) Kui arv A ei ole arvude 2 ja 5 kordne siis arv A võib olla kas ainult arvu 5 kordne või ainult arvu 2 kordne või mittekummagi kordne. Kindlasti ei ole aga arv A arvu 10 kordne. Enamat ei saa antud andmete korral järeldada.

4. (C) Tekstist saame, et vanim laps on noorimast 12 aastat vanem. Olgu noorima lapse vanus x, siis sellest, et vanim on noorimast 7 korda vanem, saame et x + 12 = 7x, millest x = 2. Keskmine lastest on noorimast 6 aastat vanem. Järelikult on keskmine laps 8-aastane.

5. (B) Suurema ringi pindalast $(3{,}5)^2\pi$ cm^2 on värvimata $(2{,}5)^2\,\pi$ cm^2. Vahe on 6 π cm^2.

6. (A) Avaldise $\left(\frac{1}{0{,}16}+\frac{1}{0{,}125}\right)\cdot 50-2{,}5$ väärtus on 710. Arvestades Oskari poolt kasutatud numbrimärke, on vastus kujul , mis ümberkeeratuna on .

7. (C) Suurendame arvu x kolm korda, siis $3(3x)^3 = 3 \cdot 27 \cdot x^3 = 27 \cdot 3x^3$. Arv z suurenegu k korda. Siis $2(kz)^2 = 27 \cdot 2z^2$, millest $kz = z\sqrt{27}$ ja $k = \sqrt{3^3}$.



8. (B) Märgime joonisel tähisega O_3 veel ühe antud ringi keskpunkti. $\Delta\, O_1O_2O_3$ on täisnurkne ja võrdhaarne. Pythagorase teoreemi põhjal $O_1O_2 = \sqrt{a^2+a^2} = a\sqrt{2}$.

9. (A) Et f (x · y) = f (x) + f (y) kehtib mistahes reaalarvude x ja y korral, siis võrdus kehtib ka juhul x = 0 ja $y \in$ R. Siis f (0 · y) = f (0) + f (y) ehk f (0) = f (0) + f (y), millest f(y) = 0. Seega mistahes reaalarvu y korral on funktsiooni väärtus 0. Järelikult f (1999) = 0.

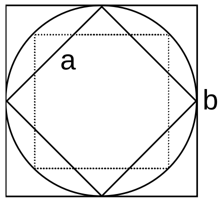
10. (D) Mari jõuaks 5 minuti jooksul lahendada kas ühe viiepunktise ülesande või ühe kolme ja ühe neljapunktise ning saaks sama aja jooksul 7 punkti. Seega pole tal kasulik valida viiepunktiseid ülesandeid. Kuue minutiga saaks ta lahendada 3 kolmepunktist ülesannet ja saada kokku 9 punkti või lahenda 2 neljapunktist ja saada kokku 8 punkti. Järelikult on Maril kasulik lahendada 12 minuti jooksul 6 kolmepunktist ülesannet ja saada 18 punkti ning ülejäänud 3 minuti jooksul veel üks neljapunktine ning koguda kokku 22 punkti.

11. (A) Kui arvu 9 astendaja on paaritu arv, siis arvu 9 astme üheliste number on 9. Kui arvu 9 astendaja on paarisarv, siis astme üheliste number on 1. Et 99 on paaritu arv, siis arvu 9^{99} üheliste number on 9. Arvu $1 + 9^{99}$ üheliste number on 0.

12. (A) Et 3 sinist papagoid söövad 3 päevaga 3 kg teri, siis 3 sinist papagoid söövad päevas kokku 1 kg teri ja üks sinine papagoi sööb päevas $\frac{1}{3}$ kg teri. Päeva jooksul sööb üks roheline papagoi $\frac{1}{5}$ kg ja üks oranž papagoi $\frac{1}{7}$ kg teri. Seega söövad päevas kõige enam sinised papagoid.

13. (D) Olgu lapsevanema vanus 10a + b, siis tütre vanus on 10b + a. Leiame, mitu aastat on lapsevanem tütrest vanem ehk kui vana ta oli kui tütar sündis. Et $10a+b\ -10b-a=9a\ -\ 9b$, siis lapsevanema vanus tütre sündides peab kindlasti jaguma arvuga 9. Vastusevariantidest sobib 27.

14. (A) Rühmitame avaldise liikmed neljakaupa järgnevalt (1 + 2 – 3 – 4) + (5 + 6 – 7 – 8) + . . . + (57 + 58 – 59 – 60), siis iga neliku summa on (– 4). Et nelikuid on 15, siis avaldise väärtus on (– 4) · 15 = – 60.



15. (C) vt. kadettide ül. 26.

16. (D) Keerame ruutu küljepikkusega a, nii et selle ruudu tipud asetseksid suure ruudu külgede keskpunktides. Pythagorase teoreemi põhjal $a^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$, millest $a = \frac{b}{2}\sqrt{2}$ ja $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

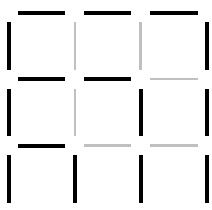
17. (B) Pythagorase teoreemi kasutades leiame teepikkuse, mille läbib näpuots, liikudes klahvilt 2 klahvile 6, so. $\sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$. Pythagorase teoreemi abil leiame, et liikudes klahvilt 6 klahvile 1 ja tagasi, läbib näpuots tee pikkusega $2(\sqrt{16+4}) = 2\sqrt{20} = 4\sqrt{5}$. Liikudes klahvilt 6 klahvile 5 läbib näpuots 2 cm pikkuse tee. Kogu numbri 2616565 valimiseks läbib näpuots tee pikkusega $4\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 6$.

18. (C) Nummerdame püramiidi kihid alates ülemisest. Esimeses kihis on 1 kuul, teises 1 + 2 = 3, kolmandas 1 + 2 + 3 = 6, neljandas 1 + 2 + 3 + 4 = 10, . . . , n-ndas kihis on $1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ kuuli. Liites kihtide kaupa kuulide arvud leiame, et vastusevariantidest sobib 220, see on kui püramiidis on 10 kihti.

19. (B) Seitsme minuti ehk $\frac{7}{60}$ tunniga läbis auto 10 km. Seega ühe tunniga läbis auto $10 : \frac{7}{10} = 85\frac{5}{7}$ km. Seega auto kiirus jäi vahemikku 75 km/h $\le v \le$ 100 km/h.

20. (C) Tuleb leida arv a nii, et a^3 oleks neljakohaline ja lõppeks numbriga 9. Kuna $10^3 = 1000$ ja $22^3 = 10648$, siis 10 < a < 22. Ainuke number, mille kuup lõppeb numbriga 9 on 9 ise. Seega on otsitavaks arvuks 19. ($19^3 = 6859$)

21. (B) Et münt oleks "pea peale" pööratud, peab ta veeredes läbima tee, mille pikkus erineb mündi ümbermõõdu kordsest mündi poole ümbermõõdu võrra. Et ringi ümbermõõt peab olema suurem kui mündi oma, siis vähim võimalik ringi ümbermõõt on $1,5 \cdot 2\pi r = 3\pi r$. Kui R on ringi raadius, siis $2\pi R = 3\pi r$, millest $R = \frac{3\pi r}{2} = \frac{3}{2}r$.



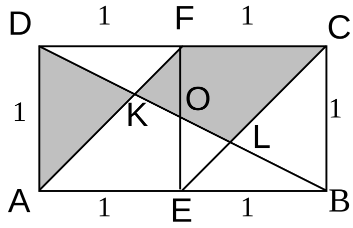
22. (A) Vähim arv tikke, mis tuleb ära võtta, on 6.

23. (D) Kui x < 0 või x > 6 on võrrandi vasak ja parem pool erineva märgiga. Järelikult on võrdus võimalik vaid siis kui $0 \le x \le 6$. Sellesse vahemikku jäävatest arvudest kehtib võrdus kui x = 2, x = 3, x = 4. Seega antud võrrandil on kolm täisarvulist lahendit.

24. (B) vt. kadettide ül. 27.

25. (D) Pinnalaotuselt näeme, et kuubi pinnal peavad kaks värvitud kolmnurka omama ühist tippu. Joonisel D kujutatud kuupi eo ole võimalik kokku panna, sest värvitud kolmnurgad ei oma seal ühist tippu.

26. (D) $S_{ABCD} = 2$. On selge, et $\Delta KFO = \Delta ELO$ ja järelikult $S_{FKLC} = S_{FEC} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{1}{2}$. Kolmnurgad DKF ja DLC on sarnased sarnasusteguriga $\frac{1}{2}$, sest KF on ΔDLC kesklõik. Järelikult $S_{DKF} = \frac{1}{4}S_{DLC}$. Et $\frac{3}{4}S_{DLC} = \frac{1}{2}$, siis $S_{DLC} = \frac{2}{3}$ ja $S_{DKF} = \frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

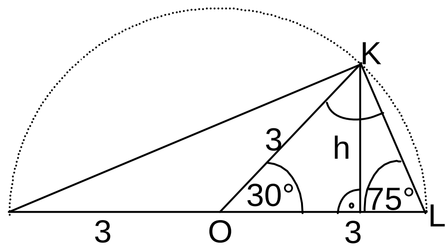


Et $S_{DKF} + S_{DKA} = \frac{1}{2}$, siis $S_{DKA} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Värvitud piirkonna kogupindala on $\frac{5}{6}$ ja selle suhe ristküliku pindalasse on $\frac{5}{6} : 2 = \frac{5}{12}$.

27. (C) Olgu antud hulga elemendid A, B, C, D, E, F ja G. Kolmeelemendilisi hulki, millede ainsaks ühiseks elemendiks oleks element A, on kolm: {A, B, C}, {A, D, E} ja {A, F, G}. Elementi B sisaldavaid uusi hulki saame siia lisada veel kaks: {B, D, F} ja {B, D, G}. Elementi C sisaldavaid uusi hulki saame lisada kaks: {C, E, F} ja {C, E, G}. Rohkem selliseid hulki ei leidu, sest elemendid D, E, F ja G esinevad kõik juba paarikaupa mõnes eelnevalt leitud hulgas. Seega on võimalik moodustada 7 erinevat alamhulka.

28. (B) Et k on paaritu, siis peale eeskirja esimest rakendamist saame arvu $k + 5$, mis on paarisarv. Peale teist rakendamist saame arvu $\frac{k+5}{2}$. Oletame, et $\frac{k+5}{2}$ on paaritu, siis $\frac{k+5}{2} + 5 = 35$, millest saame, et $\frac{k+5}{2}$ peab olema paarisarv. Seega tekkis vastuolu. Kui $\frac{k+5}{2}$ on paarisarv, siis peale kolmandat rakendamist saame $\frac{k+5}{2} : 2 = 35$, millest $k = 135$. Arvu k numbrite summa on 9.

29. (B) Olgu kolmnurga nurkade suurused x, 5x ja 6x. Et $12x = 180°$, siis $x = 15°$ ja kolmnurga nurkade suurused on 15°, 75° ja 90°. Täisnurkse kolmnurga ümberringjoone keskpunkt jaotab hüpotenuusi pooleks. Kolmnurgast KLO saame, et $\frac{h}{3} = \sin 30°$, millest $h = 1{,}5$ cm.



30. (C) Kui kordarvu k algteguriteks lahutus on $p_1^{\alpha_1}p_2^{\alpha_2}p_3^{\alpha_3}\ldots p_n^{\alpha_n}$, siis arvu k positiivsete jagajate arv on $(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1)(\alpha_3 + 1)\,.\,.\,(\alpha_n + 1)$. Olgu arvu n algteguriteks lahutus $2^a 3^b p_3^{\alpha_3}\ldots p_n^{\alpha_n}$, siis $2n = 2^{a+1} 3^b p_3^{\alpha_3}\ldots p_n^{\alpha_n}$ ja $3n = 2^a 3^{b+1} p_3^{\alpha_3}\ldots p_n^{\alpha_n}$ ning $(a + 2)(b + 1)(\alpha_3 + 1)\,.\,.\,(\alpha_n + 1) = 28$ ja $(a + 1)(b + 2)(\alpha_3 + 1)\,.\,.\,(\alpha_n + 1) = 30$.
Seega kui arvud 28 ja 30 kirjutada korrutisena, siis arvu 28 teguritest üks peab olema ühe võrra suurem kui arvu 30 mingi tegur ja teine peab olema ühe võrra väiksem ning ülejäänud tegurid võrdsed. Vaatame arvude 28 ja 30 võimalikke esitusi korrutisena. ($28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$; $28 = 1 \cdot 4 \cdot 7$; $28 = 2 \cdot 14$; $28 = 1 \cdot 28$; $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$; $30 = 1 \cdot 5 \cdot 6$; $30 = 1 \cdot 3 \cdot 10$; $30 = 1 \cdot 4 \cdot 7$ ja $30 = 1 \cdot 5 \cdot 6$.)
Tingimused on täidetud kui $28 = 1 \cdot 4 \cdot 7$ ja $30 = 1 \cdot 5 \cdot 6$. Siis $2n = 2^6 \cdot 3^3$ ja $3n = 2^5 \cdot 3^4$ ning $n = 2^5 \cdot 3^3$. Järelikult arvu $6n = 2^6 \cdot 3^4$ positiivsete jagajate arv on $(6 + 1)(4 + 1) = 35$.