

МЕЖДУНАРОДНОЕ СОРЕВНОВАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ КЕНГУРУ

19 марта 1999

JUNIOR (15 - 16 лет)

- * Время на решение 1 час и 15 минут
- * ПОЛЬЗОВАТЬСЯ КАЛЬКУЛЯТОРОМ ЗАПРЕЩЕНО
- * У каждого задания только одно правильное решение (т. е. на листе с ответами надо отметить только одну букву)
- * Неправильный ответ даёт (– 1) балл
- * Отсутствие ответа даёт 0 баллов
- * Каждому участнику даётся 30 стартовых баллов

В вопросах 1-10 каждый правильный ответ даёт 3 балла

1. "Кенгукуб" это куб, у которого 3 красных и 3 зелёных грани. Сколько различных "кенгукубов" одинакового размера можно изготовить?

A: 1 B: 2 C: 3 D: 4 E: 6

2. "Нас пятеро друзей. У каждого из нас есть немного денег, так что в среднем приходится по 8 евро на каждого. У меня 10 евро. Сколько евро в среднем у остальных четырёх друзей?"

A: 6 B: 6.50 C: 7 D: 7.50 E: 8

3. Я сказал, что число A кратно числам 2 и 5. Я знаю, что я ошибся. Какое из следующих утверждений обязательно верно?

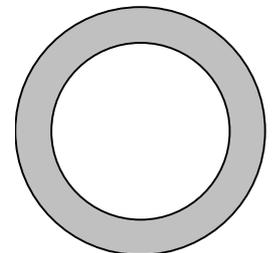
A: число A не кратно числу 3 B: число A не кратно 7
C: число A не кратно 10 D: число A кратно числу 2 или числу 5
E: число A кратно числам 2 и 5

4. "У меня пятеро детей. Они все родились в разные годы с интервалом в три года. Мой старший ребёнок в 7 раз старше самого младшего. Сколько лет среднему ребёнку?"

A: 5 B: 7 C: 8 D: 9 E: 15

5. Диаметр меньшего круга 5 см, а большего 7 см. Найти площадь закрашенной области в квадратных сантиметрах.

A: 5π B: 6π C: 7π D: 12π E: 24π



6. Олег использует следующие цифровые обозначения 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

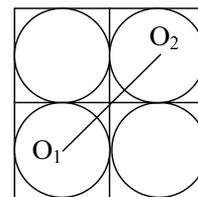
Он записал значение выражения $\left(\frac{1}{0,16} + \frac{1}{0,125}\right) \cdot 50 - 2,5$ на листе бумаги и развернул листок на 180° . Из ответа получилось слово

A: 0 1 1 B: 8 1 1 C: h 1 1 D: 5 h e E: 5 h 0 e

7. Если $3x^3 = 2z^2$, то во сколько раз увеличится число z , если число x увеличить в 3 раза?

- A: 3 B: $\sqrt{3}$ C: $\sqrt{3^3}$ D: 18 E: 27

8. Найти длину отрезка O_1O_2 , если сторона большого квадрата равна $2a$, а O_1 и O_2 центры окружностей.



- A: $2a\sqrt{2}$ B: $a\sqrt{2}$ C: $a(\sqrt{2}-1)$ D: $2a\sqrt{2}-1$ E: $a(\sqrt{2}-2)$

9. Для любых действительных чисел x и y функция f определена отношением $f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$. Найти $f(1999)$.

- A: 0 B: 1 C: 2 D: 3 E: невозможно найти

10. На соревновании “Кенгуру” Маше потребовалась на решение каждого 3 баллового задания 2 минуты, на решение каждого 4 баллового задания 3 минуты и на каждое 5 баллового задание 5 минут. Найти наибольшее число баллов, которое могла набрать Маша за 15 минут.

- A: 15 B: 20 C: 21 D: 22 E: 23

В вопросах 11-20 каждый правильный ответ даёт 4 балла

11. Число единиц числа $1 + 9^{99}$

- A: 0 B: 2 C: 4 D: 6 E: 8

12. Мои 3 синих попугая съедают за 3 дня 3 кг зерна, 5 зелёных попугаев съедают за 5 дней 5 кг зерна, а 7 оранжевых попугаев съедают за 7 дней 7 кг зерна. Попугаи какого цвета съедают за день больше всего?

- A: синие B: зелёные C: оранжевые
D: все одинаково E: невозможно найти

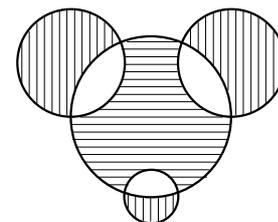
13. Я обнаружил, что если поменять порядок цифр в моем возрасте, то в результате получится возраст моей дочери. Сколько лет мне могло быть, когда родилась моя дочь?

- A: 24 B: 25 C: 26 D: 27 E: 28

14. Значение выражения $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 60$ равно

- A: -60 B: -30 C: 0 D: 36 E: 60

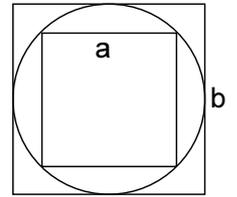
15. Пусть v общая площадь областей, отмеченных вертикальными линиями, а h площадь области, отмеченной горизонтальными линиями. Если диаметры кругов равны 6, 4, 4 и 2, то



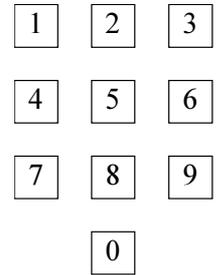
- A: $2v = h$ B: $3v = 2h$ C: $v = h$ D: $2v = 3h$ E: $v = 2h$

16. Отношение $\frac{a}{b}$ длин сторон квадратов равно

- A: $\frac{1}{2}$ B: $\frac{1}{4}$ C: $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E: $\frac{\sqrt{3}}{2}$



17. Кнопки расположены на телефоне так, как показано на рисунке. Расстояние между центрами двух горизонтально или вертикально рядом расположенных кнопок равно 2 см. Найти в сантиметрах длину линии, которую проходит палец, начиная с первого нажатия, если набирать номер 2616565.



- A: $4\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + 4$ B: $4\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 6$ C: $4\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 4$
 D: $6\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + 4$ E: $2\sqrt{2} + 4\sqrt{5} + 8$

18. У входа в крепость построили из круглых пушечных ядер одинакового размера пирамиду, в основе которой треугольник, составленный из некоторого числа ядер. Какое из следующих чисел может быть числом ядер в этой пирамиде?

- A: 200 B: 210 C: 220 D: 250 E: 256

19. Часы в автомобиле не показывают секунды. В 9.10 я проехал точно 235 километров своего пути. Я продолжил поездку и в 9.17 проехал точно 245 километров своего пути. Какова была скорость движения v ?

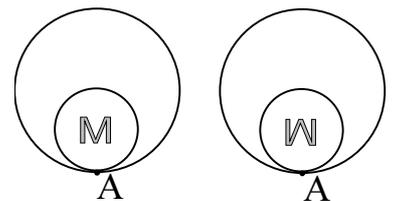
- A: $v \leq 75$ км/ч B: 75 км/ч $\leq v \leq 100$ км/ч C: $v = 75$ км/ч
 D: $v = 100$ км/ч E: $v \geq 100$ км/ч

20. Целочисленное значение числа $a = \sqrt[3]{***}9$ равно

- A: 29 B: 23 C: 19 D: 13 E: другое число

В вопросах 21-30 правильный ответ даёт 5 баллов

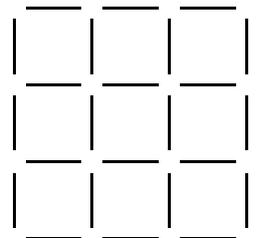
21. В кольце крутится монета радиуса r . Двигаясь только в одном направлении, монета достигла исходной точки А "вверх ногами". Найти наименьший возможный радиус кольца.



- A: $\frac{3}{4}r$ B: $\frac{3}{2}r$ C: $2r$ D: $\frac{5}{2}r$ E: $4r$

22. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы осталось точно 3 квадрата?

- A: 6 B: 8 C: 10 D: 12 E: 14



23. Сколько целочисленных решений у уравнения $2^x(6 - x) = 8x$?

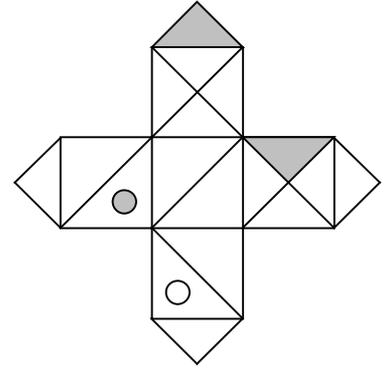
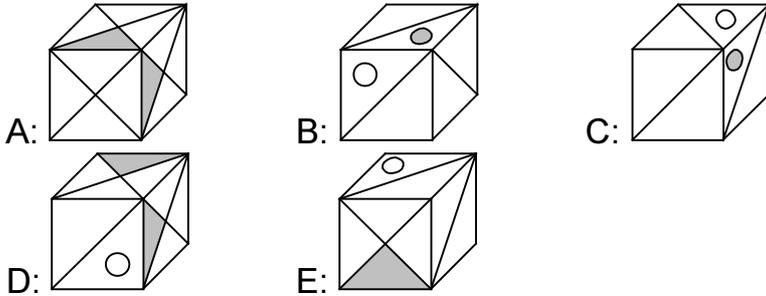
- A: 0 B: 1 C: 2 D: 3 E: 4

24. Каждой букве в сложении на рисунке соответствует одна цифра. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным буквам разные цифры. Ни одной из букв не соответствует цифра ноль. Найти наибольшее возможное число, соответствующее слову DREI.

$$\begin{array}{r} \text{ONE} \\ + \text{DEUX} \\ \hline \text{DREI} \end{array}$$

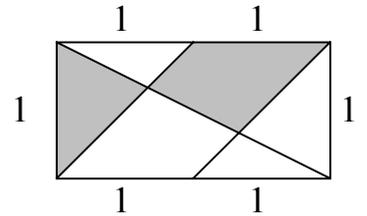
- A: 9863 B: 9873 C: 9874 D: 9875 E: 9876

25. Какой куб невозможно сложить из находящейся справа развёртки?



26. Найти отношение площади закрашенной области к площади всего прямоугольника.

- A: $\frac{1}{4}$ B: $\frac{1}{3}$ C: $\frac{2}{5}$ D: $\frac{5}{12}$ E: $\frac{1}{2}$



27. Сколько различных трёхэлементных подмножеств множества, состоящего из семи различных элементов, можно образовать так, чтобы у любых двух полученных подмножеств был точно один общий элемент?

- A: 3 B: 5 C: 7 D: 9 E: 11

28. Для положительных целых чисел используется следующее правило: если число n нечётное, то n увеличивают на 5, если же число n чётное, то n делят на число 2. Известно, что число k нечётное целое число и если начать применение правила с числа k и применять три раза подряд, то в результате будет 35. Найти сумму цифр числа k .

- A: 8 B: 9 C: 10 D: 12 E: 15

29. Отношение между углами треугольника равно $1 : 5 : 6$, а длина самой длинной стороны равна 6 см. Найти длину высоты, опущенной на самую длинную сторону треугольника.

- A: 1 см B: 1,5 см C: 2 см D: 2,5 см E: 3 см

30. Найти число положительных делителей числа $6n$, если известно, что у числа $2n$ имеется 28 положительных делителей, а у числа $3n$ положительных делителей 30.

- A: 32 B: 34 C: 35 D: 36 E: 38