МЕЖДУНАРОДНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ СОРЕВНОВАНИЕ
КЕНГУРУ

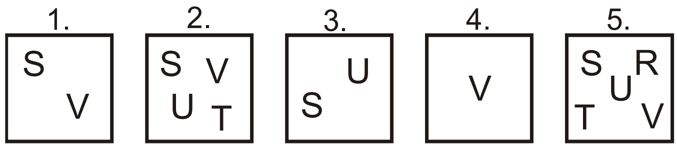
2008

JUUNIOR (9 – 10 класс)

* **Время на решение 1 час и 15 минут**
* **ПОЛЬЗОВАТЬСЯ КАЛЬКУЛЯТОРОМ ЗАПРЕЩЕНО**
* **Каждое задание имеет только один правильный ответ (т.е. на листке с ответами надо отметить крестиком только один квадрат)**
* **Неверный ответ даёт (– 1) балл**
* **Задание без ответа даёт 0 баллов**
* **У каждого участника есть 30 начальных балла.**

В вопросах 1-10 каждый правильный ответ даёт 3 балла

1. У Паши есть 5 коробок, в каждой из которых лежат модели букв R, S, T, U, V так, как показано на рисунке. Паша хочет вынуть буквы из коробок так, чтобы в каждой коробке осталась только одна буква, отличная от оставшихся в других коробках букв. Какая буква останется в 5-ой коробке?



A: так вынуть буквы не возможно B: U C: V D: R E: T

2. Миша и Коля бежали на время 200 метров. Коля пробежал за полминуты, а Миша за одну сотую часа. Кто из мальчиков быстрее и на сколько секунд?

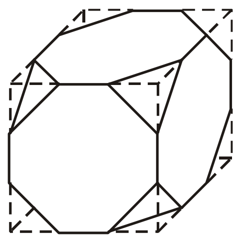
A: Коля быстрее на 36 секунд
B: Миша быстрее на 24 секунды
C: Коля быстрее на 6 секунд
D: Миша быстрее на 4 секунды
E: они бежали с одинаковой скоростью

3. Сколько из следующих чисел не равны шести?

$a = 2 - (-4)$, $b = (-2)(-3)$, $c = 2 - 8$, $d = 0 - (-6))$, $e = (-12) : (-2)$

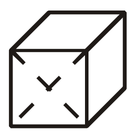
A: 0 B: 1 C: 2 D: 4 E: 5

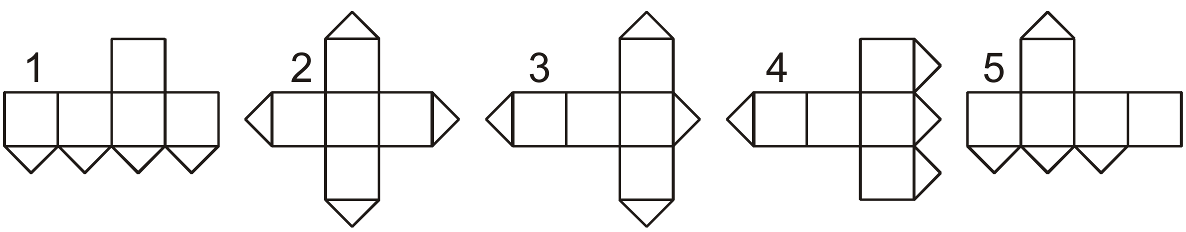
4. Все углы куба отрезали одинаково, как показано на рисунке. Сколько рёбер у оставшегося тела?



A: 26 B: 30 C: 36 D: 40 E: 42

5. Одну из граней куба разрезали по диагоналям на части (см. рисунок). Какие развёртки нельзя получить таким образом?



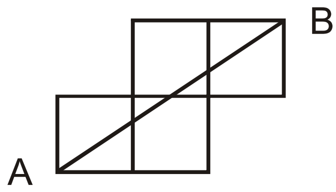


A: 1 и 3 B: 1 и 5 C: 3 и 4 D: 3 и 5 E: 2 и 4

6. Боря одел футболку, на которой было напечатано 2008. Он встал на руки лицом к зеркалу. Что увидел в зеркале его друг Бруно, если он стоял рядом с Борей, но на ногах?

A: 2008 B: 5008 C: 8002 D: 8005 E: 2005

7. Найти длину отрезка AB, если все квадраты имеют длину стороны 1.



A: 5 B: $\sqrt{13}$ C: $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ D: $\sqrt{5}$ E: $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

8. $18 \cdot 2007 - 27 \cdot 2008 - 2007 \cdot 28 + 2008 \cdot 37 =$

A: 10 B: 20 C: 40150 D: 0 E: -10

9. У Толи и у Ромы сначала были одинаковые прямоугольники. Толя разрезал свой прямоугольник пополам и получил два прямоугольника, каждый с периметром 40 см. Рома разрезал свой прямоугольник пополам и получил два прямоугольника, каждый с периметром 50 см. Найти периметр первоначального прямоугольника.

A: 40 см B: 50 см C: 60 см D: 80 см E: 90 см

10. Каждый тест состоит из пяти вопросов. В первом тесте Коля ответил правильно на один вопрос. Сколько тестов ему надо решить полностью правильно, чтобы средним результатом всех тестов было бы 4 правильных ответа?

A: 2 B: 3 C: 4 D: 5 E: 6

В вопросах 11-20 каждый правильный ответ даёт 4 балла

11. Семь гномов родились в один день в семи последовательных годах. Сумма возрастов трёх младших гномов равна 42. Найти сумму возрастов трёх старших гномов.

A: 51 B: 54 C: 57 D: 60 E: 63

12. В коробке было семь карт, пронумерованных цифрами от 1 до 7. Митя взял из коробки три случайные карты, затем Паша взял из коробки две случайные карты, а две карты остались лежать в коробке. Митя сказал Паше: “Я знаю, что сумма чисел на твоих картах чётная.“ Митя был прав. Найти сумму чисел на картах Мити.

A: 10 B: 12 C: 6 D: 9 E: 15

13. У Паши было 10 карточек, на которых были записаны соответственно числа 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 48, 53 и 68. По крайней мере сколько карточек должен выбрать Паша, чтобы сумма чисел на выбранных карточках была равна 100?

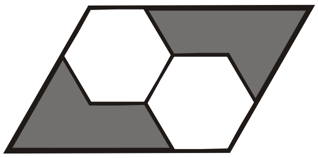
A: 2 B: 3 C: 4 D: 5 E: невозможно выбрать такие карточки

14. В равенстве KAN + GA = ROO одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным буквам разные цифры. Найти значение выражения RN – KG.

$$\begin{array}{r} KAN \\ +\quad GA \\ \hline ROO \end{array}$$

A: 10 B: 11 C: 12 D: 21 E: 22

15. В параллелограмм вписаны два одинаковых правильных шестиугольника, как показано на рисунке. Какую часть от площади параллелограмма составляет площадь закрашенной части?



A: $\frac{1}{2}$ B: $\frac{1}{3}$ C: $\frac{1}{4}$ D: $\frac{1}{5}$ E: $\frac{1}{6}$

16. На числовом луче шесть натуральных чисел обозначены буквами (см. рисунок). Известно, что из этих чисел по крайней мере два делятся на 3 и по крайней мере два делятся на 5. Каким буквам соответствуют числа, делящиеся на 15?

A: A и F B: B и D
C: C и E D: всем шести буквам E: только одной букве

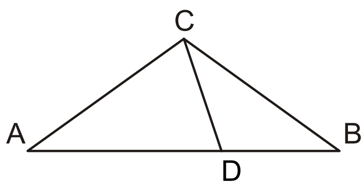
17. Мальчик говорит только правду по четвергам и пятницам, и только врёт по вторникам. В оставшиеся дни недели он через день говорит целый день или правду или ложь. В течение семи последовательных дней недели у мальчика спрашивали его имя. За первые шесть дней он дал по порядку следующие ответы: Ян, Боря, Ян, Боря, Петя, Боря. Какое имя он назвал на седьмой день?

A: Ян B: Боря C: Петя D: Толя E: невозможно найти

18. В тысячезначном числе 20082008 . . . 2008 стёрли цифры так, что сумма оставшихся цифр равна 2008. Найти наибольшее возможное число стёртых цифр.

A: 260 B: 510 C: 746 D: 1020 E: 130

19. Треугольник ABC равнобедренный. На основании AB отмечена точка D так, что AD = AC и DB = DC. Найти величину угла ACB.



A: 98° B: 100° C: 104° D: 108° E: 110°

20. Сколько существует пар действительных (реальных) чисел, для которых сумма, произведение и частное равны?

A: 0 B: 1 C: 2 D: 4 E: 8

В вопросах 21-30 каждый правильный ответ даёт 5 баллов

21. Оля и Миша ходили в поход в горы. У подножия горы на плакате было написано, что до вершины пешком можно дойти за 2 часа и 55 минут. Они начали подъем с подножия в 12 часов. В час они сделали привал. В месте привала был плакат с надписью, что до вершины осталось идти 1 час и 15 минут. После 15-минутного перерыва они продолжили подъем на гору. В котором часу они достигли вершины, если всё это время двигались с постоянной скоростью?

A: 14:30 B: 14.00 C: 14.55 D: 15:10 E: 15:20

22. Сколько существует шестизначных чисел, в которых, начиная с третьей цифры, каждая цифра равна сумме двух предыдущих цифр?

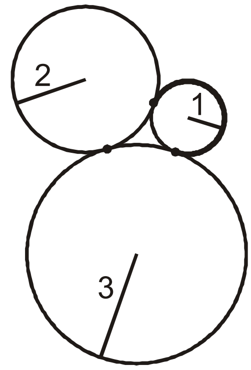
A: 0 B: 1 C: 2 D: 4 E: 6

23. Из жёлтых единичных кубиков составили куб размером $3 \times 3 \times 3$. Три грани этого куба покрасили в красный цвет и ещё три грани в синий. У скольких единичных кубиков по крайней мере одна из граней синяя и одна красная?

A: 6　　B: 12　　C: 14　　D: 16　　E: зависит от того, какие грани покрасили

24. Три простых числа назовём особой тройкой, если их произведение в 5 раз больше их суммы. Сколько существует таких особых троек?

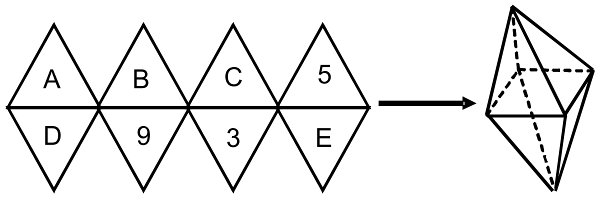
A: 0　　B: 1　　C: 2　　D: 4　　E: 6



25. Три окружности с радиусами 1, 2 и 3 касаются так, как показано на рисунке. Точки касания делят все окружности на две дуги. Найти длину большей дуги самой маленькой окружности.

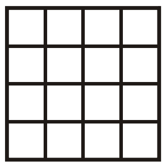
A: $\frac{5\pi}{4}$　　B: $\frac{5\pi}{3}$　　C: $\frac{\pi}{2}$　　D: $\frac{3\pi}{2}$　　E: $\frac{2\pi}{3}$

26. Из показанной на рисунке развёртки можно составить правильный октаэдр. Буквы A, B, C, D и E надо заменить числами 2, 4, 6, 7 и 8 так, чтобы сумма чисел на четырёх гранях, имеющих общую вершину, была всегда равна S. Найти сумму чисел, соответствующих буквам B и D.
(Разным буквам соответствуют разные цифры.)



A: 6　　B: 7　　C: 8　　D: 9　　E: 10

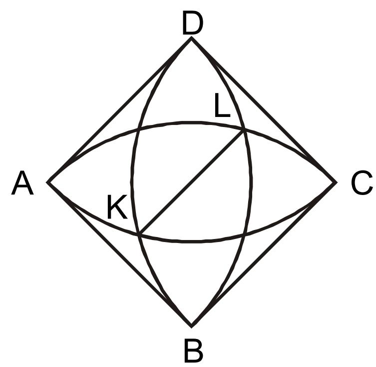
27. Квадрат размером 4×4 поделен на 16 единичных квадратов. Найти наибольшее возможное число диагоналей единичных квадратов, которые можно провести так, чтобы любые две из этих диагоналей не имели общих точек.



A: 8　　B: 9　　C: 10　　D: 11　　E: 12

28. Факториалом числа n, обозначаемым символом n!, называют произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$.
Найти n, если $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$.

A: 13　　B: 14　　C: 15　　D: 16　　E: 17



29. В квадрат ABCD с длиной стороны 1 вписаны четыре четверть-окружности, центрами которых являются вершины квадрата. Найти длину отрезка KL.

A: $2-\sqrt{2}$　　B: $\frac{3}{4}$

C: $\sqrt{5}-\sqrt{2}$　　D: $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　E: $\sqrt{3}-1$

30. Сколько существует таких 2007-значных чисел, для которых число, составленное из двух расположенных рядом цифр, делится или на 17, или на 23?

A: 5　　B: 6　　C: 7　　D: 9　　E: больше 9