



МЕЖДУНАРОДНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ СОРЕВНОВАНИЕ КЕНГУРУ

28 марта 2013
JUNIOR (9 – 10 класс)

- * Время на решение 1 час и 15 минут
- * ПОЛЬЗОВАТЬСЯ КАЛЬКУЛЯТОРОМ ЗАПРЕЩЕНО
- * Каждое задание имеет только один правильный ответ (т.е. на листе с ответами надо отметить крестиком только один квадрат)
- * Неверный ответ даёт (– 1) балл. * Отсутствие ответа даёт 0 баллов.
- * У каждого участника есть 30 начальных балла.

В вопросах 1 - 10 каждый правильный ответ даёт 3 балла

1. Разность 200013 – 2013 не делится на число

A: 2 B: 3 C: 5 D: 7 E: 11

2. У Маши было шесть квадратных листочков одинакового размера. На каждом листочке она закрасила чёрным цветом одну фигуру. Сколько чёрного цвета фигур на этих листочках имеют периметр, равный периметру самого листочка?



A: 2 B: 3 C: 4 D: 5 E: 6

3. У Кати 4 подруги. Она купила каждой подруге по 4 леденца в магазине, где действовала показанная на рисунке кампания. Сколько денег Катя заплатила за покупку леденцов?

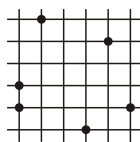
РАСПРОДАЖА ЛЕДЕНЦОВ
1 леденец 20 центов
каждый шестой леденец бесплатно

A: 0,8 евро B: 1,2 евро C: 2,8 евро D: 3 евро E: 3,2 евро

4. Миша среди чисел 2, 4, 16, 25, 50 и 125 выбрал три различных числа так, чтобы их произведение было равно 1000. Найди сумму выбранных Мишей чисел.

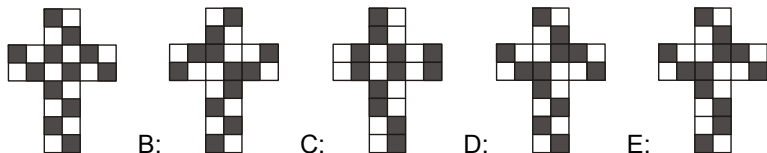
A: 70 B: 77 C: 131 D: 133 E: 143

5. На клетчатой бумаге, площадь каждой клетки которой равна 1 см^2 , отмечено 6 узловых точек. Найди наименьшее возможное значение площади такого треугольника, вершинами которого являются три из обозначенных на бумаге точек.



A: $\frac{1}{2} \text{ см}^2$ B: $\frac{1}{3} \text{ см}^2$ C: $\frac{1}{4} \text{ см}^2$ D: 1 см^2 E: 2 см^2

6. Из четырёх белых и четырёх чёрных кубиков построили показанный на рисунке куб. В каком из вариантов ответа изображена развёртка этого куба?



A: B: C: D: E:

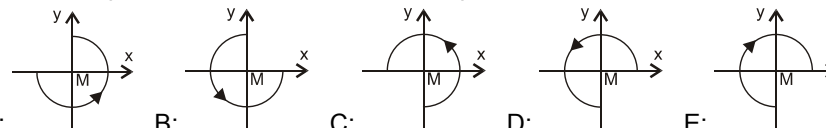
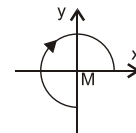
7. Среди следующих чисел найди число, которое равно сумме чисел 4^{15} и 8^{10} .

A: 2^{10} B: 2^{15} C: 2^{20} D: 2^{30} E: 2^{31}

8. Число n является наибольшим натуральным числом, при котором произведение $4 \cdot n$ является трёхзначным числом. Число m является наименьшим натуральным числом, при котором $4 \cdot m$ является трёхзначным числом. Найди значение выражения $4 \cdot n - 4 \cdot m$.

A: 900 B: 899 C: 896 D: 225 E: 224

9. На рисунке справа изображены три четверти окружности с центром в точке M, а стрелочкой показано направление движения по этой линии. В каком положении окажется данная часть окружности и куда будет направлено движение, если сначала её повернуть вокруг точки M против часовой стрелки на 90° , а потом её отобразить относительно оси x?



10. В каком из вариантов ответа значение данного числового выражения больше других?

A: $\sqrt{20} \cdot \sqrt{13}$ B: $\sqrt{20} \cdot 13$ C: $20 \cdot \sqrt{13}$ D: $\sqrt{201} \cdot 3$ E: $\sqrt{2013}$

В вопросах 11 - 20 каждый правильный ответ даёт 4 балла

11. Дано шестизначное число, сумма цифр которого равна чётному числу, а произведение цифр которого равно нечётному числу. Какое предложение является верным?

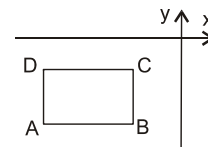
A: Такого числа не существует
B: Две или четыре цифры этого числа чётные
C: В этом числе нечётное число нечётных цифр
D: Это число состоит из шести различных цифр
E: Все предложения A, B, C и D неверны

12. Изображённый на рисунке зигзаг составлен из семи квадратов $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$, и его периметр равен 16 см. Найди периметр таким же образом построенного зигзага, составленного из 2013-ти квадратов.



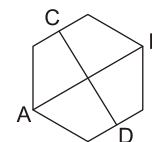
A: 2022 см B: 4028 см C: 4032 см D: 6038 см E: 8050 см

13. На координатной плоскости под осью x и слева от оси y нарисован прямоугольник ABCD. Стороны прямоугольника параллельны осям координат, а обе координаты точек A, B, C и D являются целыми числами. Для какой вершины прямоугольника частное от деления её y-координаты на x-координату будет наименьшим?



A: A B: B C: C D: D E: это зависит от размеров прямоугольника

14. Площадь правильного шестиугольника равна 60 см^2 . Отрезок AB соединяет две противоположные вершины этого шестиугольника, а отрезок CD соединяет середины двух его противоположных сторон. Длины отрезков AB и CD равны $x \text{ см}$ и $y \text{ см}$. Найди произведение $x \cdot y$.



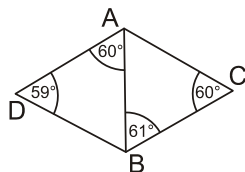
A: 40 B: 50 C: 60 D: 80 E: 100

15. Боря кодирует каждое натуральное число следующим образом: сначала он записывает произведение двух первых цифр числа, затем произведение второй и третьей цифр, затем третьей и четвёртой цифр и так далее. Например, при кодировании числа 5648 он получает число 302432. Сколько всего натуральных чисел, при кодировании которых можно получить число 5648?

A: 0 B: 1 C: 2 D: 3 E: 4

16. Юра начертил два равносторонних треугольника так, чтобы из них образовался ромб. Однако при измерении величин четырёх углов выяснилось, что Юра был неточен при черчении. Какой из отрезков на рисунке оказался самым длинным?

A: AD B: AC C: AB D: BC E: BD

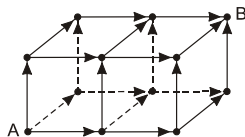


17. Скажем, что пять последовательных положительных целых чисел являются *весёлой пятёркой*, если сумма трёх из них равна сумме оставшихся двух. Сколько всего *весёлых пятёрок* существует?

A: 0 B: 1 C: 2 D: 3 E: больше 3-ёх

18. Сколько всего различных путей из точки A в точку B, если двигаться можно только вдоль обозначенных отрезков и только в показанных стрелочками направлениях?

A: 6 B: 8 C: 9 D: 12 E: 15



19. В треугольнике ABC высота BH и биссектриса AL пересекаются в точке M. Известно, что $\angle HML = 100^\circ$ и $\angle MLC = 110^\circ$. Найди величину наибольшего угла треугольника ABC.

A: 60° B: 80° C: 90° D: 100° E: 110°

20. Ученики класса узнали результаты выполненного теста. Если бы каждый мальчик получил за тест на 3 балла больше, то средний результат класса был бы на 1,2 балла выше, чем сейчас. Сколько процентов от числа учеников этого класса составляют девочки?

A: 20% B: 30% C: 40% D: 60% E: невозможно найти

В вопросах 21 - 30 каждый правильный ответ даёт 5 балла

21. Антон может посадить в один ряд всего 100 деревьев так, чтобы каждым деревом была липа или клён, и чтобы между любыми двумя липами не было посажено ровно 5 деревьев. Найди наибольшее возможное число лип, которые Антон может посадить.

A: 48 B: 50 C: 52 D: 60 E: такая посадка деревьев невозможна

22. На каком месте после запятой в десятичной дроби, равной числу $\frac{1}{1024000}$, стоит последняя отличная от нуля цифра?

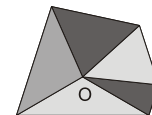
A: на 10-м B: на 12-ом C: на 13-ом D: на 14-ом E: на 1024000-ом

23. Рассмотрим все натуральные числа, которые делятся на число 2013. Сколько среди них таких чисел, у которых ровно 2013 положительных делителей?

A: 0 B: 1 C: 3 D: 6 E: больше 6-ти

24. Некоторое число равнобедренных треугольников без наложения размещены так, чтобы их углы при вершине лежали в точке O, а боковые стороны каждого треугольника совпадали с боковыми сторонами соседних треугольников (например, на рисунке 5 таких треугольников). Величина наименьшего угла при вершине равна m° , где m положительное целое число. Величины углов при вершинах других треугольников равны $2m^\circ$, $3m^\circ$, $4m^\circ$ и так далее. Найди наименьшее возможное значение числа m , при котором найдётся такой комплект треугольников, который можно разместить описанным способом.

A: 1 B: 2 C: 3 D: 6 E: 8



25. „Производной суммой“ данной тройки чисел (a, b, c) назовём такую тройку чисел, в которой каждое число заменяется на сумму других двух чисел, то есть $(b+c, a+c, a+b)$. Например, „производная сумма“ тройки чисел $(3, 4, 6)$ равна $(10, 9, 7)$, а „производная сумма“ полученной тройки чисел равна $(16, 17, 19)$. То есть тройка чисел $(16, 17, 19)$ получена из тройки чисел $(3, 4, 6)$ применением „производной суммы“ два раза подряд. Сколько раз подряд нужно к тройке чисел $(1, 2, 3)$ применить „производную сумму“, чтобы среди чисел в получившейся тройке было число 2013?

A: 10 B: 11 C: 12
D: ответ не единственный, так как число 2013 имеется более чем в одной тройке
E: невозможно найти, так как числа 2013 нет ни в одной тройке

26. По окружности в каком-то порядке записывают числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10. Теперь прибавляют к каждому числу оба его соседних числа. Таким образом получают 10 сумм. Найди наибольшее возможное значение наименьшей из таких сумм.

A: 14 B: 15 C: 16 D: 17 E: 18

27. Руслан хочет образовать 11 обыкновенных дробей, числители и знаменатели которых он выбирает среди натуральных чисел от 1 до 22 так, чтобы ни одно из этих чисел не было выбрано более одного раза. Найди среди этих 11-ти дробей наибольшее количество дробей, значения которых могут быть равны целому числу.

A: 7 B: 8 C: 9 D: 10 E: 11

28. Для правильного 13-угольника нарисована описанная окружность с центром в точке O. Сколько всего таких треугольников, вершинами которых являются вершины данного 13-угольника и во внутренней области которых лежит точка O?

A: 72 B: 85 C: 91 D: 100 E: 110

29. В каждый ровный час из точки S начинала движение одна машина. Все машины двигались вдоль одной и той же прямолинейной дороги с равномерной скоростью. Скорость первой машины была равна 50 км/ч. Скорость каждой следующей машины была на 1 км/ч больше скорости стартовавшей прямо перед ней машины. Найди скорость машины, которая двигалась по этой дороге впереди всех, в тот момент времени, когда после старта первой машины прошло 100 часов.

A: 50 км/ч B: 66 км/ч C: 75 км/ч D: 84 км/ч E: 100 км/ч

30. Трактор волочил за собой ствол дерева. Юра измерял шагами длину этого ствола. Если Юра и трактор двигались в одном направлении, то длина ствола была равна 140 шагам, а если в противоположных направлениях, то 20 шагам. Юра и трактор двигались с равномерной скоростью, причём Юра двигался быстрее трактора и его каждый шаг был длиной 1 м. Какова была длина ствола дерева, который за собой волочил трактор?

A: 30 м B: 35 м C: 40 м D: 48 м E: 80 м