



# RAHVUSVAHELINE MATEMAATIKAVÕISTLUS KÄNGURU

16. märts 2012

JUUNIOR (9.- 10. klass)

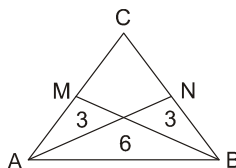
- \* Lahendamise aeg 1 tund ja 15 minutit
- \* ARVUTITE KASUTAMINE EI OLE LUBATUD
- \* Igal ülesandel on ainult üks õige vastus (s.t. vastuselehel märkida ristiga vaid üks ruut)
- \* Vale vastus annab (-1) punkti
- \* Vastamata jätmise annab 0 punkti
- \* Igal võistlejal on 30 stardipunkti.

## Küsimustes 1- 10 annab iga õige vastus 3 punkti

1.  $11,11 - 1,111 =$

- A: 9,009    B: 9,0909    C: 9,99    D: 9,999    E: 10

2. Punktid M ja N on võrdhaarse kolmnurga ABC haarade AC ja BC keskpunktid. Lõigud AN ja BM jaotavad kolmnurga neljaks osaks, millest kolme pindalad on 3, 3 ja 6 (vt. joonist). Leia neljanda osa pindala.



- A: 3    B: 4    C: 5    D: 6    E: 7

3. Annika ja Pelle suhtlevad omavahel salakirjas. Igas kirjas asendavad nad tekstis kõigepealt iga tähe selle järjekorranumbriga ladina tähestikus ( $A = 1, B = 2, C = 3, \dots, Z = 26$ ). Seejärel korrutavad iga saadud järjekorranumbri arvuga 2 ning viimaks liidavad igale saadud korrutisele arvu 9. Viimasena saadud arvude rida ongi salakirja sisu. Ühel hommikul sai Pelle Annikalt kirja sisuga „25 19 43 38“. Millise vaid ladina tähestiku tähtedega kirjutatud teksti Annika salakirjas Pellele saatis?

- A: HERO    B: HELP    C: HELI    D: HEVI  
E: küsimusele ei ole võimalik vastata, sest tähtede asendamisel oli tehtud viga

4. Kui palju on selliseid neljakohalisi naturaalarve, mille sajaliste number on 3 ja ülejäänud numbrite summa on ka 3?

- A: 2    B: 3    C: 4    D: 5    E: 6

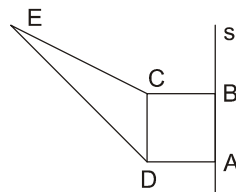
5. Millises vastsevariandis antud avaldise väärtus ei muutu, kui seal kõik arvud 8 asendada ükskõik millise ühe ja sama positiivse arvuga?

- A:  $(8 + 8) : 8 + 8$     B:  $8 \cdot (8 + 8) : 8$     C:  $8 + 8 - 8 + 8$   
D:  $(8 + 8 - 8) \cdot 8$     E:  $(8 + 8 - 8) : 8$

6. Seitsmekohalise naturaalarvu kõigi numbrite summa on 6. Leia selle arvu kõigi numbrite korrutis.

- A: 0    B: 1    C: 5    D: 6    E: 7

7. Ruudu ABCD külje pikkus on 4 cm ning selle ruudu pindala on võrdne kolmnurga DCE pindalaga (vt. joonist). Leia punkti E kaugus sirgest s.



- A: 8 cm    B: 12 cm  
C:  $(4 + 2\sqrt{3})$  cm    D:  $10\sqrt{2}$  cm    E: see kaugus ei ole üheselt määratud

8. Nelinurga kahe külje pikkused on 1 cm ja 4 cm. Nelinurga diagonaalidest üks on pikkusega 2 cm ning see jaotab selle nelinurga kaheks võrdhaarseks kolmnurgaks. Leia selle nelinurga ümbermõõt.

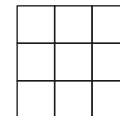
- A: 8 cm    B: 9 cm    C: 10 cm    D: 11 cm    E: 12 cm

9. Mitu erinevat reaalarvulist väärtust saab olla arvul  $n$ ?

$$1 \xrightarrow{+n} \square \xrightarrow{\cdot n} \square \xrightarrow{-n} \square \xrightarrow{:n} 5$$

- A: 0    B: 1    C: 2    D: 4    E: lõpmata palju

10. Mari joonistas vaid ruute ja tulemuseks tekkis joonisel olev ruudustik. Leia Mari poolt joonestatud ruutude vähim võimalik arv.



- A: 4    B: 5    C: 6    D: 7    E: 9

## Küsimustes 11-20 annab iga õige vastus 4 punkti

11. Karli toas on neli kella ning ükski neist ei näita õiget aega. Õigest ajast erines esimese kella näit 2 minuti võrra, teise kella näit 3 minuti võrra, kolmanda näit 4 minuti võrra ja neljanda kella näit 5 minuti võrra. Ühel hetkel olid nende kellade näidud mingis järjekorras: 2:54, 2:57, 3:02 ja 3:03. Mis oli õige kella aeg sel hetkel?

- A: 3:00    B: 2:56    C: 2:58    D: 2:59    E: 3:01

12. Laual oli piisavalt palju juustutükke. Iga natukese aja tagant ilmus lauale üks ja sama hiir, kes alati söi mõned juustutükid. Iga kord söi ta vähem kui 10 juustutükki ja söödud tükide arv oli alati erinev ning seejuures ühelgi korral ei olnud söödud tükide arv 2 korda erinev mõnel eelmisel korral söödud tükide arvust. Leia suurim arv juustutükke, mis hiir sai ära süüa kõigil kordadel kokku.

- A: 39    B: 37    C: 35    D: 33    E: 29

13. Allaniil ja Mihkliil on peas ühesugused tutimütsid. Kui Allan seisaks laual püsti ja Mihkel seisaks laua kõrval põrandal püsti, siis Allani mütsi tutt oleks 80 cm kõrgemal Mihkli mütsi tutist. Kui Mihkel seisaks sellel laual püsti ja Allan seisaks laua kõrval põrandal püsti, siis Mihkli mütsi tutt oleks 1 m võrra kõrgemal Allani mütsi tutist. Leia laua kõrgus.

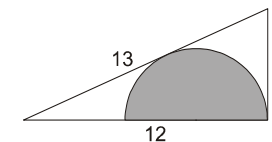
- A: 20 cm    B: 80 cm    C: 90 cm    D: 100 cm    E: 120 cm

14. Doral ja Maril oli kummalgi piisavalt palju komme. Nad hakkasid mündiga kulli ja kirja viskama. Kui viske tulemuseks oli kull, siis Dora andis oma kommidest 2 Marile. Kui viske tulemuseks oli kiri, siis Mari andis oma kommidest 3 Dorale. Pärast 30-ndat viset oli neist kummalgi täpselt samapalju komme kui algul. Mitu korda oli neil selleks hetkeks viske tulemuseks olnud kiri?

- A: 6    B: 12    C: 18    D: 24    E: 30

15. Joonisel on täisnurkne kolmnurk küljepikkustega 5, 12 ja 13. Leia selle kolmnurga sisse joonestatud poolringi raadius (vt. joonist).

- A:  $\frac{7}{3}$     B:  $\frac{10}{3}$     C:  $\frac{12}{3}$     D:  $\frac{13}{3}$     E:  $\frac{17}{3}$



16. Peol oli mitte rohkem kui 50 inimest. Ühel hetkel  $\frac{3}{4}$  meestest ja  $\frac{4}{5}$  naistest tantsisid paarides tangot, nii et igas paaris oli üks mees ja üks naine. Mitu inimest tantsis sel hetkel tangot?

- A: 20      B: 24      C: 30      D: 31      E: 46

17. Joonisel oleva ruudustiku tühjadesse ruutudesse tuleb kirjutada naturaalarvud nii, et kõik reasummad oleksid omavahel võrdsed ning kõik veerusummad oleksid omavahel võrdsed. Milline arv tuleb kirjutada tumedaks värvitud tühja ruutu?

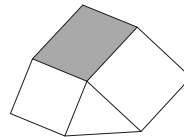
2	4		2
	3	3	
6		1	

- A: 1      B: 4      C: 6      D: 8      E: 9

18. Ken, Tim ja Ron osalesid ühisstardiga jooksuvõistlusel. Enne võistlust tegid nende neli sõpra selle jooksu tulemuste kohta ennustused. Esimene: „Kas Ken või Tim võidab jooksu.“ Teine: „Kui Tim tuleb teiseks, siis Ron võidab.“ Kolmas: „Kui Tim tuleb kolmandaks, siis Ken ei võida.“ Neljas: „Kas Tim või Ron tuleb teiseks.“ Selgus, et Ken, Tim ja Ron olid kolme parima seas, igaüks saavutas erineva koha ning kõik neli sõprade tehtud ennustust olid õiged. Millises järjekorras nad lõpetasid jooksu?

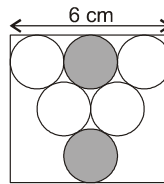
- A: Ken, Tim, Ron      B: Ron, Ken, Tim  
C: Ron, Tim, Ken      D: Tim, Ken, Ron      E: Tim, Ron, Ken

19. Joonisel olev hulknurk on moodustatud kahest ruudust, millede külgede pikkused on 4 cm ja 5 cm, kolmnurgast pindalaga  $8 \text{ cm}^2$  ja tumedaks värvitud rõõpkülilikust. Leia selle rõõpküliliku pindala.



- A:  $15 \text{ cm}^2$       B:  $16 \text{ cm}^2$       C:  $18 \text{ cm}^2$       D:  $20 \text{ cm}^2$       E:  $21 \text{ cm}^2$

20. Ristkülikusse on kujundatud joonisel näidatud viisil 6 võrdse raadiusesega puutuvat ringjoont nii. Ristküliku pikima külje pikkus on 6 cm. Leia kahe punkti vahelise kauguse vähim võimalik väärtus, kui need kaks punkti asuvad erinevates tumedaks värvitud ringides.



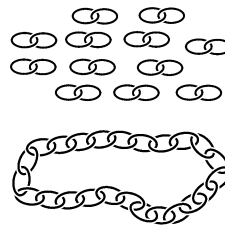
- A: 1 cm      B:  $\sqrt{2}$  cm      C:  $(2\sqrt{3} - 2)$  cm      D:  $\frac{\pi}{2}$  cm      E: 2 cm

**Küsimustes 21-30 annab iga õige vastus 5 punkti**

21. Kehtib võrdus  $2012 = m^m \cdot (m^k - k)$ , kus  $m$  ja  $k$  on positiivsed täisarvud. Leia arvu  $k$  väärtus.

- A: 2      B: 3      C: 4      D: 9      E: 11

22. Kullasepal on 12 ketitükki, millest igaüks koosneb kahest kinnisest lülis. Ta tahab valmistada vaid neist tükkidest joonisel antud ketirõnga. Selleks peab ta mõned lülidest avama, moodustama ketirõnga ning seejärel kõik avatud lülid kinni panema. Leia vähim arv lülisid, mis tal tuleb selleks avada.



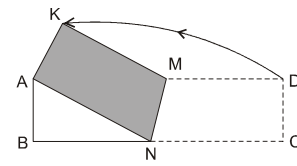
- A: 8      B: 9      C: 10      D: 11      E: 12

23. Leia arvu  $K = 2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$  viimane nullist erinev number.

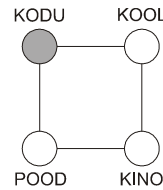
- A: 1      B: 2      C: 4      D: 6      E: 9

24. Paberist ristkülik mõõtmetega  $4 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$  volditi kokku mööda sirget MN nii, et tipp C ühtis tipuga A ning tipu D uueks asukohaks oli K (vt. joonist). Leia viisnurga ABNMK pindala.

- A:  $17 \text{ cm}^2$       B:  $27 \text{ cm}^2$       C:  $37 \text{ cm}^2$       D:  $47 \text{ cm}^2$       E:  $57 \text{ cm}^2$



25. Peeter mõtles välja mängu, mille mänguväli on antud joonisel. Mängureeglid olid järgmised: a) kanguru saab ühe hüppega liikuda ühest kohast teise, kui nende vahele on joonestatud lõik, b) kui kanguru jõuab koju, siis mäng on läbi. Mitu erinevat võimalust on selles mängus kangurul koolist koju jõudmiseks täpselt 13 hüppega?



Kaks võimalust on ühesegused vaid siis, kui neis kõigi läbitud kohtade järjekord on täpselt sama.

- A: 12      B: 32      C: 64      D: 144      E: 1024

26. On antud 5 lampi. Neist igaühel saab olla ainult kaks olekut - sisse lülitatud või välja lülitatud. Ühe käiguna tuleb valida kaks lampi ja mõlema lambi olek muuta vastupidiseks (st sisse lülitatud lamp välja lülitada ja vastupidi). Alguses on kõik lambid välja lülitatud. Millises vastusevariantis antud väide on igal juhul õige, kui teha 10 käiku?

- A: Kõik lambid on sisse lülitatud  
B: Kõik lambid on välja lülitatud  
C: Leidub lamp, mis on sisse lülitatud  
D: Leidub lamp, mis on välja lülitatud  
E: Vastusevariantides A- D antud väited on kõik igal juhul õiged

27. On antud kuus erinevat positiivset täisarvu, milledest suurim on  $n$ . Nende seas on täpselt üks selline arvude paar, kus suurem arv ei jagu väiksemaga. Leia arvu  $n$  vähim võimalik väärtus.

- A: 18      B: 20      C: 24      D: 36      E: 45

28. Ants kirjutas esimesse ritta kõik kolmekohalised naturaalarvud. Teise ritta kirjutas ta iga esimese rea arvu juurde selle arvu kõigi numbrite korrutise. Leia teises reas olevate kõigi arvude summa.

- A: 45      B:  $45^2$       C:  $45^3$       D:  $2^{45}$       E:  $3^{45}$

1						...	
2	3						...
4	5	6					...
7	8	9	10				...
11	12	13	14	15			...
...	...	...	...	...	...	...	...
106	107	108	109	110	111	112	...
							120

29. Naturaalarvud 1 kuni 120 on kirjutatud viieteistkümnesse ritta joonisel näidatud viisil. Vasakult mitmendas veerus olevate arvude summa on suurim?

- A: 1      B: 5      C: 7      D: 10      E: 13

30. Korrapärase kaheksanurga tipud on järjest tähistatud tähtedega A, B, C, D, E, F, G ja H. Tippude C, D, E, F, G ja H seast valitakse juhuslikult üks tipp ning see tipp ühendatakse sirglõigu abil tipuga A. Nüüd valitakse jälle tippude C, D, E, F, G ja H seast üks ning see tipp ühendatakse sirglõigu abil tipuga B. Kui suur on tõenäosus, et kaheksanurk on nende lõikude abil jaotatud täpselt kolmeks osaks?

- A:  $\frac{1}{6}$       B:  $\frac{1}{4}$       C:  $\frac{4}{9}$       D:  $\frac{5}{18}$       E:  $\frac{1}{3}$