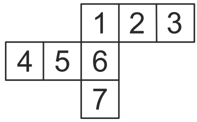
KÄNGURU 2015
BENJAMIN

LAHENDUSED
5p ülesanded



21. (D) Et pinnalaotus koosneb ühest tasapinnalisest kujundist, mitte erinevatest tükkidest, ei saa kustutada ruute numbritega 1, 2, 5 ja 6. Kui kustutada ruut numbriga 3, saame kokku panna näiteks kuubi, mille põhjal asuks number 6, pealmisel tahul number 4 ning 1, 2, 7 ja 5 oleksid külgtahkudel. Kui kustutada ruut numbriga 7, jäävad kuubi põhitahkudele näiteks numbrid 4 ja 6 ning 1, 2, 3 ja 5 on külgtahkudel. Numbriga 4 ruudu kustutamisel aga ei saa kokku panna kuupi, sest kaks ruudukest numbritega 3 ja 7 langeksid ühele ja samale tahule ning üks tahkudest jääks puudu. Seega võib kustutada kas ruudu numbriga 3 või 7.

22. (A) Alustame lahendamist ülesande lõpust. Kolmanda mänguasja ostmiseks kulutas Juss kogu oma eelnevatest ostudest ülejäänud raha. Seejuures maksis see kolmas mänguasi 3 eurot ja poole eelmistest ostudest ülejäänud rahast. Seega moodustas 3 eurot poole kolmanda mänguasja hinnast ja see mänguasi ise maksis 6 eurot, mis oli järgi jäänud pärast teist ostu. Kuna teine mänguasi maksis pool pärast esimest ostu allesjäänud rahast ja veel 2 eurot, siis pool pärast esimest ostu allesjäänud rahast oli 6 + 2 = 8 eurot ning kogu allesjäänud raha pärast esimest ostu oli seega 16 eurot. Et esimene mänguasi maksis poole kogu rahast ja veel 1 euro, siis pool Jussil olnud rahast oli 16 + 1 = 17 eurot ning kogu ostudeks kulunud rahasumma oli 34 eurot.

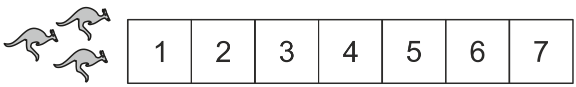
23. (C) Erinevate värvide arvu saame, kui leiame arvude 1 kuni 2015 numbrite summade seast kõikide erinevate summade arvu. Vähim võimalik numbrite summa on ilmselt 1. Suurima numbrite summa saame, kui kõik numbrid vaadeldavas arvus on võimalikest suurimad. Selliseks arvuks antud arvude seas on ilmselt arv 1999, mille numbrite summa on 28. Vähendades numbreid 9 ühekaupa, saame leida arvud, mille numbrite summad annavad kõik arvud 1 ja 28 vahel. Seega lotomasinas oli 28 erinevat värvi palle.

24. (C) Teostame järjest kaks esimest ülesandes nimetatud tehet.

Korrutamine:	$100 \cdot 2 = 200$	või	$100 \cdot 3 = 300$
Lahutamine:	$200 - 1 = 199$	või	$300 - 1 = 299$
	või		või
	$200 - 2 = 198$		$300 - 2 = 298$

Viimasena tuleks saadud arvud 199, 198, 299 ja 298 jagada kas arvuga 3 või arvuga 4 ning vaadata, millised neist jagatistest on naturaalarvud. Kuna ükski neist neljast arvust ei jagu arvuga 4 ning arvuga 3 jagub vaid arv 198, siis ainsaks sobivaks jagatiseks on 198 : 3 = 66.

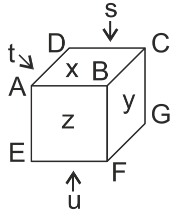
25. (D) Kui kaks känguru on juba ruutudesse paigutatud ning tahta veel nende kahe vahele paigutada nõutud viisil kolmandat känguru, peab nende kahe känguru vahel olema vähemalt 3 tühja ruutu. Nummerdame ruudud vasakult alates numbritega 1 kuni 7. Kui paigutada kummalegi äärmisele ruudule (ruudud 1 ja 7) üks känguru, siis kolmanda känguru paigutamiseks on 3 erinevat võimalust (ruudud 3, 4, 5). Kui äärmistest kängurutest nihutada ühte känguru ruudult 1 ruutu 2, siis on kolmanda paigutamiseks 2 võimalust (ruudud 4 ja 5). Sama palju on võimalusi, kui nihutada vaid ühte känguru ruudult 7 ruutu 6. Paigutades kaks känguru ruutudele 3 ja 7, on kolmanda paigutamiseks 1 võimalus (ruut 5). Üks võimalus kolmanda paigutamiseks on ka siis, kui kaks känguru on ruutudel 1 ja 5. Jääb üle viimane võimalus, kui kängurutest kaks on ruutudel 2 ja 6. Sel juhul kolmas saab olla vaid ruudul 4. Seega erinevaid võimalusi kängurute paigutamiseks nõutud viisil on 3 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 10.



26. (A) Vahe BD – AC on seda suurem, mida suurem on vähendatav BD ja mida väiksem on lahutatav AC. Et numbrid A, B, C ja D on vasakult paremale kasvavas järjestuses, siis numbri B suurimaks võimalikuks väärtuseks on 7 ja number D on siis 9. Numbri A vähimaks võimalikuks väärtuseks on 1, kuid numbrite järjestuse tõttu peab C olema 8. Järelikult suurim võimalik vahe on 79 – 18 = 61.

27. (B) Olgu x kupeede arv ühes vagunis. Et Mihkel on kolmandas vagunis kupees number 18, siis kahes esimeses vagunis kokku on ülimalt 17 kupeed, millest järeldub, et ühes vagunis olevate kupeede arv x ei saa olla suurem kui 8. Sellest, et Jane istub seitsmendas vagunis kupees number 50 järeldub, et seitsmes vagunis kokku on kupeesid vähemalt 50. Sellest saame, et ühe vaguni kupeede arv x peab olema suurem kui 7. Kuna x ei saa olla suurem kui 8, aga on suurem kui 7, siis x = 8. Seega on vaid üks võimalus, et vagunis on 8 kupeed.

28. (C) Olgu kuubi tahkudel arvud x, y, z, s, t ja u (vt joonist). Tippudesse C, D ja E kirjutatud arvud on saadud summadena 14 = s + x + y, 16 = s + x + t ja 24 = t + z + u. Meil on tarvis leida tippu F kirjutatud arv y + z + u. Selle saame, kui tippudesse C ja E kirjutatud arvude summast lahutame tippu D kirjutatud arvu, sest (s + x + y) + (t + z + u) – (s + x + t) = y + z + u. Seega tippu F on kirjutatud arv 14 + 24 – 16 = 22.



29. (E) Olgu sirgel asuvad neli punkti tähistatud tähtedega A, B, C ja D (vt joonist). Kuna punktide-vahelised kaugused on antud kasvavas järjekorras, on kaugus k suurem kui 3 aga väiksem kui 11. Kõige suurem kaugus on ilmselt punktide A ja D vahel, st AD = 14. Lõikude AB, BC ja CD pikkused ei saa olla 11 ja 12, sest kauguste loetelus ei ole kahte sellist arvu, mis annaksid kas arvuga 11 või 12 kokku 14. Seega üks lõikudest AC ja BD on pikkusega 11 ja teine 12 ning lõikude AB, BC ja CD pikkused mingis järjekorras on 2, 3 ja k. Et 2 + 3 + k = 14, siis k = 9.

30. (D) Kui suure kuubi kõik tahud üle värvida, siis ehitamisel kasutatud väikeste kuubikute seas on nii selliseid, millel ei värvita ühtegi tahku, kui ka selliseid, millel värvitakse kas 1, 2 või 3 tahku. Seejuures selliseid, mille värvitakse kolm tahku on vaid 8 ja need asuvad suure kuubi tippude juures. Et Bruno värvis nii, et nende 8 seas ei olnud ühtegi sellist, mille kõik kolm tahku olid punased, peab suurel kuubil leiduma vastas-tahkude paar, mis värviti punaseks. Joonisel on paigutatud selliselt värvitud suur kuup nii, et punaseks värvitud vastastahud on alumine ja ülemine tahk ning kolmas punaseks värvitud tahk on eesmine tahk (joonisel valged). Vasak- ja parempoolne tahk ning tagumine tahk, on seega siniseks värvitud (joonisel värvitud tumedaks). Loendame kahevärvilisi kuubikuid kihtide kaupa. Nii ülemises kui ka alumises kihis on neljal keskmisel kuubikesel ainult üks tahk värvitud punaseks ja kahel kuubikesel värvitud kaks tahku punaseks, ülejäänud 10 kuubikukest (1 kuni 10) kummaski kihis on kahevärvilised. Kahel keskmisel kihil on kummalgi kahevärvilisi kuubikukesi vaid 2 ja need paiknevad eesmises kihis (11, 12, 13, 14). Seega on kahevärvilisi kuubikuid kokku $2 \cdot (10 + 2) = 24$.