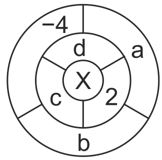
# KÄNGURU 2015
## KADETT

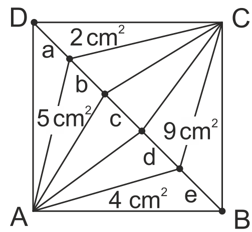
## LAHENDUSED
### 5p ülesanded

**21.** (B) Olgu piirkondades puuduvad arvud tähistatud tähtedega a, b, c ja d. Arvu –4 sisaldaval piirkonnal on 4 naaberpiirkonda, milles on arvud a, b, c ja d. Saame võrduse –4 = a + b + c + d. Arvu 2 sisaldava piirkonna naaberpiirkonnad sisaldavad arve X, a, b, c ja d. Seega 2 = a + b + c + d + X = –4 + X, millest X = 6.



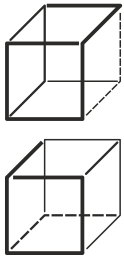

**22.** (C) Viiest kaardist saab moodustada 4 + 3 + 2 + 1 = 10 paari. Et 10 summa seas on vaid 3 erinevat, peab olema vähemalt kahel kaardil üks ja sama arv. Nende kahe võrdse arvu summa aga on alati paarisarv. Antud ülesandes saab see summa olla vaid 70. Seega üks arvudest kaartidel on kindlasti 70 : 2 = 35. Leiame teised kaks arvu 57 – 35 = 27 ja 83 – 35 = 48. Seega oli Peetri viiel kaardil kolm erinevat arvu 27, 35 ja 48, milledest suurim oli 48.

**23.** (D) Ühendame ruudu ABCD diagonaalil BD asuvad kõik 4 punkt tippudega A ja C ning vaatame kõiki selliseid kolmnurki, mille alusteks on ruudu ABCD diagonaali BD osalõigud a, b, c, d ja e ning aluse vastastipuks kas A või C. Et ruudu diagonaalid on risti ja poolitavad teineteist, on kõikide nende kolmnurkade alustele (või nende pikendustele) tõmmatud kõrgused võrdsed poolega ruudu diagonaalist. Seega on vaadeldava kolmnurga pindala seda suurem, mida pikem on tema alus diagonaalil BD. Leiame kõikide vaadeldavate kolmnurkade pindalad. Iga vaadeldav lõik diagonaalil BD on aluseks kahele kolmnurgale, mille aluse vastastipp on kas A või C ja need kaks kolmnurka on alati pindalalt võrdsed, sest ka nende kõrgused on võrdsed. Et lõigule a toetuva kummagi kolmnurga pindala on 2 cm$^2$ ja lõigule a + b toetuva kummagi kolmnurga pindala on 5 cm$^2$, siis lõigule b toetuva kummagi kolmnurga pindala on 5 – 2 = 3 cm$^2$. Analoogiliselt saame, et lõigule d toetuva kummagi kolmnurga pindala on 9 – 4 = 5 cm$^2$. Lõigule c toetuva kummagi kolmnurga pindala saame, kui lahutame poolest ruudu pindalast 15 cm$^2$ lõikudele a + b ja d + e toetuvate kolmnurkade pindalad. Seega lõigule c toetuva kolmnurga pindala on 15 – 5 – 9 = 1 cm$^2$. Vaadeldavale viiele lõigule toetuvate kolmnurkade pindaladest on suurim pindala 5 cm$^2$ ja see kolmnurk toetub lõigule d.

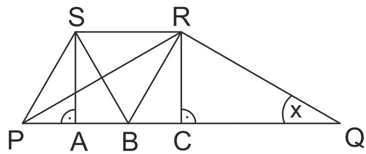


**24.** (A) Et 25% + 60% = 85% on väiksem kui 100%, peab känguruid olema rühmas rohkem kui 5. Olgu känguruid kokku 5 + x. Seega x känguru kaal peab moodustama 15% kogu kängurute rühma kaalust. Et kahe kergema känguru kaal on juba veerand kogu rühma kaalust, et saa x olla suurem kui 1. Seega rühmas oli 6 känguru.

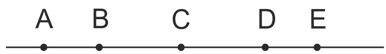
**25.** (D) Vaatame kuubi ühte tippu. Et traat on igal pool ühekordselt, siis seal tipus peab olema kas 1 traadijupi ots või siis 3 traadijupi otsa. Kuna on 8 tippu, siis vähim võimalik traadijuppide otste arv on 8. Et igal traadijupil on 2 otsa, siis kasutada tuleb vähemalt 4 traadijuppi. Joonisel on näidatud, et nii neljast jupist pikkustega 6 cm, 3 cm, 2 cm ja 1 cm kui ka neljast jupist pikkustega 4 cm, 5 cm, 2 cm ja 1 cm on võimalik sellise sõrestiku valmistamine.



**26.** (B) Täiendame joonist trapetsi haaraga SP paralleelse ja võrdse lõiguga RB. Kuna $SR = SP = \frac{1}{3}PQ$, siis on nelinurk RSPB romb, mille ühe nurga RSP suurus on 120°. Seega on teine sisenurk SPB suurusega 60° ja võrdhaarne kolmnurk SPB osutub võrdkülgseks kolmnurgaks. Võrdkülgse kolmnurga SPB kõrgus SA poolitab aluse PB. Seega $PA = AB = \frac{1}{2}SR$. Vaatame kolmnurka PRQ. Selle kõrgus RC poolitab aluse PQ, sest $PC = PA + AC = \frac{1}{2}SR + SR = \frac{3}{2}SR = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}PQ = \frac{1}{2}PQ$. Seega on kolmnurk PRQ võrdhaarne ning RP = RQ ja nurgad RPQ ja RQP on suuruselt võrdsed. Et rombi diagonaal poolitab rombi nurga ja nurgad RPB ja RPQ on võrdsed, siis otsitava nurga PQR suurus on 60° : 2 = 30°.




**27.** (E) Viis punkti jaotavad lõigu AE neljaks osaks kusjuures AE = 22. Et kaugused on antud kasvavas järjekorras, on 9 < k < 15. Kaugusi 2, 5, 6 ja 9 ei ole võimalik avaldada teiste, antud loetelus toodud, kauguste abil, seejuures 2 + 5 + 6 + 9 = 22. Seega just need neli pikkust ongi lõigu AE nelja osalõigu pikkused mingis järjekorras. Kuna 2 + 6 = 8 ja üks kaugustest ongi 8, asuvad lõigud pikkustega 2 ja 6 kõrvuti. Et 22 – 2 = 6 + 5 + 9 = 20 ja loetelus on kaugus 20, peavad pikkusega 6 lõigu kõrval asuma kõrvuti ka lõigud pikkustega 5 ja 9 (mingis järjekorras). Seega peab loetelus olema kaugus 14 = 5 + 9, mis ongi võrdne arvuga k. Selleks, et saada ka kaks ülejäänud kaugust (15 ja 17), tuleb neli kaugust lõigul AE järjestada (kas vasakult paremale või paremalt vasakule) nii: 2, 6, 9 ja 5.



**28.** (C) Kuue numbri korral on 7 kohta kuhu võib kirjutada ühe lisanumbri. Iga lisanumbri valikuks on 10 võimalust. Seega kokku oleks 70 uut seitsmekohalist koodi. Aga nende seas on mõned, mis kattuvad mõne teisega. Kui koodis on näiteks number 3, siis lisades selle numbri ette numbri 3 või taha numbri 3, saame ikka sama seitsmekohalise koodi. Seega tuleb kuuekohalise koodi iga numbri kohta maha arvata üks korduv seitsmekohaline kood. Erinevaid koode on seega võimalik saada 70 – 6 = 64.

**29.** (C) Kui naturaalarvu N jagamisel jäägiga arvuga m tekib jagatis q ja jääk r, siis $N = q \cdot m + r$, kusjuures suurim võimalik jääk $r = m - 1$. Kui meid huvitab arvu 2015 korral suurim võimalik jääk, siis tuleb leida võimalikult suur jagaja m nii, et $2015 = q \cdot m + m - 1$. Ilmselt on m suurim, kui q on 1. Sel juhul $2m = 2016$ ja $m = 1008$ ning $r = 1007$. Minni aga vaatas ainult selliseid jagajaid m, mis ei ole arvust 1000 suuremad. Kui $q = 2$, saame võrduse $2015 = 2 \cdot m + m - 1$, millest $3m = 2016$ ja $m = 672$ ning suurim võimalik jääk $r = m - 1 = b + 2 - 1 = 671$. Et arvu q suurendamisel väheneb arvu m väärtus, on ülesande tingimustele vastav suurim võimalik jääk 671.

**30.** (D) Kui esimesed arvud 1 ja 2 on sama värvi, siis on sama värvi kogu rida. Selliseid ridu on 2 (ainult punased või ainult rohelised arvud). Kui 1 ja 2 on erinevat värvi ning 1 ja 3 on sama värvi, siis 4-st alates on kõik arvud 3-ga sama värvi. Ka selliseid ridu on kaks. Kui 1 ja 2 on erinevat värvi ning 2 ja 3 on sama värvi, siis peavad ka 4 ja kõik teised arvud olema 3-ga sama värvi, et tekiks ülesande tingimustele vastav rida. Viimatinimetatuid ridu on samuti 2. Rohkem võimalusi antud tingimustel pole. Seega saab kirjutada 6 värvide poolest erinevat rida

RRRR…, PPPP…, RPRR…, PRPP…, RPPP… ja PRRR…