

KÄNGURU 2016

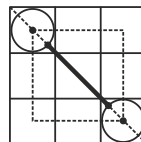
JUUNIOR

LAHENDUSED

4p ülesanded

11. (D) Võrdusest $a + 5 = d - 4$ saame, et arv d on 9 võrra suurem kui arv a . Et $b^2 - 1 = c^2 + 3 = d - 4$, siis arv d on vähemalt 3 võrra suurem kui arvude b ja c ruudud. Arvude b ja c ruudud on vastavalt arvudest b ja c suuremad, välja arvatud juhul, kui need kuuluvad vahemikku $(0;1)$, kuid ka siis on ruutude erinevus vastavatest arvudest väiksem kui 1. Seega on arv d kindlasti ülejäänud arvudest suurem.

12. (A) Punktide A ja B vaheline kaugus on vähim, kui need punktid asuvad ringjoonte keskpunkte ühendaval sirgel ning lõigul AB ei asu ühtegi teist nende ringjoonte punkti. Seega punktid A ja B asuvad ruudustiku diagonaalil. Näeme, et vaadeldava lõigu pikkus on sama, mis 2×2 ruudustiku diagonaali pikkus miinus ringi läbimõõt. Seega lõigu AB vähim võimalik pikkus on $2\sqrt{2} - 1$.



13. (E) Et Cara võitis kaks mängu ja kaotas ühe, siis oli tema üks finalist ning tema võitja Grete teine. Et Gretet on nimetatud ainult kahes mängus, siis puudu on mäng, mille üks osapool oli Grete. Teine osapool ei saanud olla see, kes kaotas kellelegi teisele. Ainukesena sobib Erle.

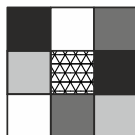
14. (B) Kõigi tabelisse kirjutatavate arvude korrutis on $2^9 5^9$, millest

ühe rea arvude korrutis on $\sqrt[3]{2^9 5^9} = 2^3 5^3 = 1000$. Järelikult esimese rea viimane arv on 50. Teise veeru arvud saavad olla ainult 10 ja 100 mingis järjekorras. Keskmisse ruutu ei sobi 100, sest siis oleks diagonaalil arvude korrutis suurem kui 1000, järelikult on keskmises ruudus 10. Siis alumises parempoolses ruudus on 5 ja küsimärgiga ruudus arv 4. Arvud 2 ja 25 tuleb paigutada vastavalt vasakpoolse veeru alumisse ja keskmisesse lahtrisse.

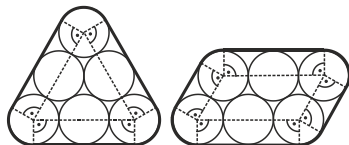
20	1	50
25	10	4
2	100	5

15. (C) Valge kolmnurga küljepikkus on 5 korda väiksem suure kolmnurga küljepikkusest ning järelikult valge kolmnurga pindala moodustab kolmnurkade sarnasuse tõttu kogu kolmnurga pindalast $\frac{1}{25}$ ehk 4%. Seega valgete kolmnurkade kogupindala moodustab kogu kolmnurga pindalast 12% ja tumedamaks värvitud osa pindala moodustab 88% kolmnurga pindalast.

16. (C) Keskmise ruudu värv peab erinema kõigi ülejäänud ruutude värvidest. Iga nurgaruudu värv peab erinema iga ülejäänud nurgaruudu värvist. Seega läheb vaja vähemalt 5 värvi. Kui aga nimetatud ruudud on erinevate värvidega värvitud, siis saab iga külje keskel asuva ruudu värvida vastaskülje mõne nurgaruudu värv. Seega 5 värvist piisab.

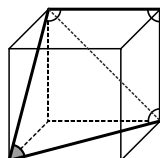


17. (E) Joonistame rihma ja toru puutepunkti-
desse vajalikud raadiused ning ühendame torude
keskpunktid. Nii tekib ühel juhul meil võrdkülgne
kolmnurk ja teisel juhul rõõpkülik. Mõlemal
joonisel katavad rihma sirged osad ühtekokku 6 torude keskpunktide vahelist
kaugust ja kõverad osad ühtekokku kaare suurusega 360° . Järelikult on rihmad
võrdse pikkusega.



18. (D) Olgu Eve ja Aliisi võetud arvude summad vastavalt e ja a . Saame, et $e + a = 255$ ja $e - a = 31$, millest $e = 143$ ja $a = 112$. Eve peab kindlasti võtma arvu 128. Tema ülejäänud arvude summa on siis 15. See saab tekkida ainult arvudest 1, 2, 4 ja 8. Järelikult Eve võttis 5 ümbrikku.

19. (B) Joonisel all vasakul olev nurk on suurusega 60° , sest tahkude diagonaalid koos tagatahu diagonaaliga moodustavad võrdkülgse kolmnurga. Ülejäänud nurgad on suurusega 90° . Kõigi nurkade suuruste summa on järelikult $60^\circ + 3 \cdot 90^\circ = 330^\circ$.



20. (A) Olgu h hallide ja p punaste kangurute arv. Igale hallile kangurule omistatakse arv $\frac{p}{h}$ ning igale punasele kangurule arv $\frac{h}{p}$. Kõigi arvude summa

$$\text{on } h \cdot \frac{p}{h} + p \cdot \frac{h}{p} = p + h = 2016.$$