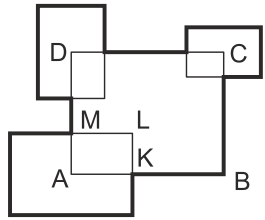
KÄNGURU 2016

KADETT

LAHENDUSED

4p ülesanded



11. (D) Tugevama joonega märgitud kujundi külgedeks on teatud osad ristküliku ABCD külgedest ja osad iga väikese ristküliku külgedest. Vaatame näiteks ristkülikut keskpunktiga A. Selle ristküliku kahest lähisküljest lõigud ML ja LK (joonestatud peenema joonega) ei kuulu tuge-vama joonega märgitud kujundi külgede hulka. Et A on diagonaalide lõikepunkt ja ristkülikute vastavad küljed on paralleelsed, moodustab lõikude ML ja LK pikkuste summa veerandi kesk-punktiga A ristküliku ümbermõõdust. Kuna AKLM on konstruktsiooni tõttu ka ristkülik, siis lõikude AM ja AK pikkuste summa moodustab samuti veerandi keskpunktiga A ristküliku ümbermõõdust. Nimetatud lõigud AM ja AK aga on sellised osad suure ristküliku ABCD külgedest, mis ei kuulu meie tugevama joonega märgitud kujundi külgede hulka. Seega vaadeldava kujundi ümber-mõõdu saamiseks tuleks nelja antud ristküliku ümbermõõtude summast kindlasti maha arvata ristküliku AKLM ümbermõõt ehk pool keskpunktiga A ristküliku ümbermõõdust. Analoogiliselt saame, et ümbermõõtude summast tuleb maha arvata ka pooled keskpunktidega B ja C antud ristkülikute ümbermõõtudest. Seega otsitav ümbermõõt on $30\text{ cm} + 40\text{ cm} - \frac{1}{2} \cdot 40\text{ cm} = 50\text{ cm}$.

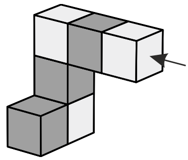
12. (A) Kui karpi jäänud pärlitest 90% moodustasid sinised pärlid, siis pidi karpi olema jäänud ka see üks punane pärl, mis moodustas karpi jäänud pärlitest 10%. Seega karpi oli jäänud 10 pärlit ning ära oli võetud 50 – 10 = 40 pärlit.

13. (C) Esialgse vaatluse järgi tunduvad arvule 0,5 lähemal olevat murrud variantides B ja C. Kui $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$, siis $2a = b$. Siit saame järeldada oletuse, et kõige lähemal saab olla arvule 0,5 selle murru väärtus, mille korral lugeja kahekordne erineb kõige vähem nimetajast. Lugejate kahekordsed on $2 \cdot 25 = 50$, $2 \cdot 27 = 54$, $2 \cdot 29 = 58$, $2 \cdot 52 = 104$ ja $2 \cdot 57 = 114$. Näeme, et kahekordse lugeja kõige väiksem erinevus nimetajast on juhul kui lugeja on 29 ja nimetaja 57. Kui esitada antud harilikud murrud kümnendmurdudena, saame $\frac{25}{79} \approx 0{,}32$,

$\frac{27}{59} \approx 0{,}46$, $\frac{29}{57} \approx 0{,}51$, $\frac{52}{79} \approx 0{,}66$ ja $\frac{57}{92} \approx 0{,}62$ ning näeme, et tõesti kõige lähemal arvule 0,5 asub antud murdudest $\frac{29}{57}$.

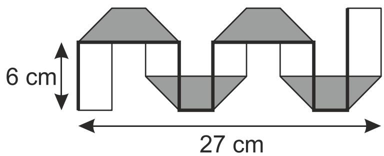
14. (E) Väljalangemissüsteemis ei ole võimalik pärast ühte kaotust enam edasi mängida. Finaali saavad jõuda need kaks võistlejat, kellel on eelnevalt saadud 2 võitu (võit veerand- ja poolfinaalis) ja kes mängivad siis finaalis oma kolmanda mängu. Ülesandes antud mängude tulemuste põhjal saame, et pärast turniiri lõppu oli Gretel 3 võitu ning Claral oli 2 võitu ja üks kaotus. Järelikult need kaks tüdrukut mängisidki finaalis, mille Clara kaotas.

15. (B) Nii joonisel antud keha kui ka vastusevariantides pakutud kehad koosnevad kolmest heledast ja kolmest tumedast kuubikut, mis paiknevad kehas vahelduvalt. Kui kujutada ette, et antud keha on kõverik toru, mis toetub jalale, siis vaadates paremalt poolt torusse, pöördub toru jalg vaataja suhtes vasakule. Nii on ka vastusevariantides A, C, D ja E antud kõverike korral, mitte aga variandis B.



16. (D) Kui iga kolmikvenna vanus on *x* aastat, siis kummagi kaksikvenna vanus on $x-3$ aastat. Nende kõigi viie enna vanuste summa on seega $3x+2(x-3)=5x-6=5(x-1)-1$ aastat, mis on ühe aasta võrra väiksem arvuga 5 jaguvast arvust. Ainus selline arv, millele pärast arvu 1 liitmist saame 5-ga jaguva arvu, on vastusevariandis D olev arv 89.

17. (D) Märgime pabeririba ühe serva joonisel tugevama joonega. Et riba laius on 3 cm ja kujundil antud teatud mõõtmed on 6 cm ja 27 cm, on hallide võrdhaarsete trapetsite kõrgus 3 cm ning lühemate aluste pikkus on (27 – 5 · 3) : 4 = 3 (cm) ning pikemate aluste pikkus on 9 cm. Märgitud riba serv koosneb kahe trapetsi alustest, neljast 6 cm pikkustest vertikaalsetest lõikudest ja ühest 9 cm pikkusest vertikaalsest lõigust. Seega selle serva pikkus x = 2 ·(3+9) + 4 · 6 + 9 = 57 (cm).



18. (B) Oletame, et kängurute poolt läbitud vahemaad on võrdsed n sekundi pärast. Selle ajaga on Kaa läbinud 6n meetrit ja Roo 1 + 2 + 3 + … + (n – 1) + n meetrit. Viimase summa saamiseks leiame esmalt kahekordse summa. Kirjutame need summad teineteise alla.

$$\begin{array}{ccccccccccc} 1 & + & 2 & + & 3 & + & \dots & + & (n-1) & + & n \\ n & + & (n-1) & + & (n-2) & + & \dots & + & 2 & + & 1 \end{array}$$

Liites omavahel kummagi rea esimesed arvud, seejärel teised arvud jne kuni viimased arvud, saame alati summaks n + 1. Selliseid summasid on aga n tükki. Seega 1 + 2 + 3 + … +(n – 1) + n = (n + 1) · n : 2.

Kuna n sekundiga läbisid Kaa ja Roo võrdse vahemaa, siis saame võrrandi $6n = (n + 1) \cdot n : 2$, millest $12n = (n + 1) \cdot n$ ja $n = 11$.

19. (D) Seesmise täringu igale tahule on kleebitud üks täring. Et kahel kokku kleebitud tahul on alati võrdne arv silmi, on kleepimisega kaduma läinud silmade arv võrdne ühe täringu silmade arvu kahekordsega ehk kahe täringu silmade arvuga. Seega saadud keha pinnale jäävate silmade arv on võrdne viie täringu silmade arvuga, mis on $5(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 5 \cdot 21 = 105$.

20. (B) Poisse, kelle paariliseks on tüdruk, on arvuliselt sama palju kui tüdrukuid, kelle paariliseks poiss. Seega kolmandik klassi poiste arvust on sama, mis pool tüdrukute arvust. Kui x poisi paariliseks on tüdruk, siis klassis on $3x$ poissi ja $2x$ tüdrukut. Seega klassis on $5x$ õpilast ja $20 = 5x$, millest $x = 4$. Järelikult on selles klassis $3 \cdot 4 = 12$ poissi.