

KÄNGURU 2016

STUDENT

LAHENDUSED

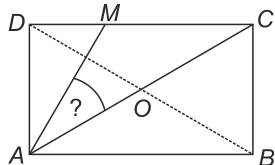
4p ülesanded

11. (E) Kaar APB pikkusega 36 vastab kesknurgale AOB suurusega 180° . Kaar BP pikkusega 16 vastab seega kesknurgale POX suurusega 80° . Kolmnurgas OXp on $\angle XPO = 90^\circ$ (nurk puutuja ja puutepunktist tõmmatud raadiuse vahel) ja $\angle POX = 80^\circ$, järelikult $\angle OXP = 10^\circ$.

12. (D) All keskel oleva arvu iga algtegur esineb mõlemas keskmises lahtris. Järelikult ülemises lahtris on selle algteguri astendaja vähemalt 2. Et arvu $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ kõik algtegurid on astmes 1, siis ei saa see arv ülemisse lahtrisse tekkida. Ülejäänud arvud tekivad siis, kui alumistes lahtritest on: (A) 2, 2, 7; (B) 3, 2, 7; (C) 2, 3, 5; (E) 5, 2, 11.

13. (C) Et $x_1 = 2$, siis $x_2 = 2^2$. Siit edasi saame, et $x_3 = (2^2)^{2^2} = 2^2 \cdot 2^2 = 2^{2^3}$ ja $x_4 = (2^{2^3})^{2^{2^3}} = 2^{2^3 \cdot 2^{2^3}} = 2^{2^3 \cdot 2^8} = 2^{2^{11}}$.

14. (E) Olgu O ristküliku diagonaalide lõikepunkt. Et antud juhul $|BC| = |BO| = |CO|$, siis on kolmnurk BOC võrdkülgne. Järelikult $\angle BCO = 60^\circ$ ning järelikult $\angle ACM = 30^\circ$. Et $|AM| = |MC|$, siis on kolmnurk AMC võrdhaarne. Seega $\angle CAM = 30^\circ$.



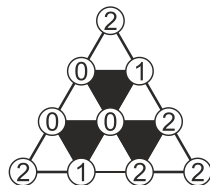
15. (B) Ristküliku pindala 2016 cm^2 on antud tingimustel võimalik jaotada 56-ks võrdseks ruuduks pindalaga 36 cm^2 . Võimalused erinevad selle poolest, mitu ruutu on ristküliku ühel küljel ja mitu teisel küljel. Arvu 56 saab kahe teguri korrutiseks lahutada neljal põhimõtteliselt erineval viisil: $1 \cdot 56$, $2 \cdot 28$, $4 \cdot 14$ ja $7 \cdot 8$.

16. (B) Lökke ümber istujad ei saa olla kõik petised, sest muidu oleks nende öeldu olnud tõde. Seega peab vähemalt üks neist olema rüütel. Selle rüütli naabrid on petised. Ülejäänud nelja istuja hulgas ei saa olla 3 või rohkem rüütli, sest siis istuks mingi rüütel vähemalt ühe rüütli kõrval ja seega oleks tema öeldu olnud vale. Ei saa olla ka 3 või rohkem petist, sest siis oleks lõkke ümber vähemalt kolm petist järjest, kellest keskmise öeldu oleks olnud tõde. Järelikult istub lõkke ümber ühtekokku kolm rüütli ja neli petist.

17. (B) Lahendite x_1 ja x_2 ruutude summa saame kirja panna kujul $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$. Rakendades kummaski võrrandis Viète'i valemeid, võime ülesande tingimuse kirja panna võrdusena $a^2 - 2b = b^2 - 2a$. Järelikult $a^2 - b^2 + 2a - 2b = 0$, millest $(a - b)(a + b + 2) = 0$. Kuna $a \neq b$, siis $a + b = -2$.

18. (B) Antud ruudu küljepikkus on 1. Ruudust paremale jääva väikese kolmnurga teravnurkade suurused on 60° ja 20° . Seega aluse pikkus on $1 \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ning võrdkülgse kolmnurga ümbermõõt on $3 \cdot (1 + \frac{\sqrt{3}}{3}) = 3 + \sqrt{3}$.

19. (A) Alumise rea vasakult teisel kohal peab olema 1. Et alumine vasakpoolne must kolmnurk ei annaks summaks 3-ga jaguvat arvu, peab küsimärgiga kohal olema kas 0 või 1. Kuid 1 ei sobi, sest sel juhul peaksid selle kaks ülemist naabrit valgete kolmnurkade tõttu olema 2 ja 0 ning ülemise musta kolmnurga numbrite summa jaguks 3-ga. Järelikult saab küsimärgiga kohal olla ainult 0. Sel juhul saab ka kõigile ülejäänud kohtadele nõuete kohaselt numbrid paigutada.



20. (C) Et kõik tähega x tähistatud viis nurka on võrdsed, siis $5x = 180^\circ$ ja $x = 36^\circ$. Et puutuja ja puutepunktist lähtuva kõõlu vaheline nurk võrdub selle nurga sisse jäävale kaarele toetuva piiridenurgaga, siis $\angle ABD = 2x$ ja $\angle ADB = x$. Järelikult $\angle ABD = 2x = 2 \cdot 36^\circ = 72^\circ$.

