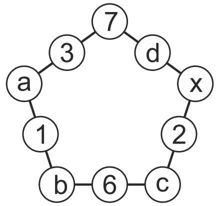
KÄNGURU 2016

JUUNIOR

LAHENDUSED

5p ülesanded



21. (D) Olgu küsimärgiga tähistatud ringis x ning ülejäänud puuduvad arvud vastavalt a, b, c ja d. Summade võrdsustest saame, et $a + 3 + 7 = a + 1 + b$, millest $b = 9$. Samal põhjusel $9 + 6 + c = c + 2 + x$, millest $x = 13$.

22. (E) Ühe tunniga läbib mootorpaat maksimumkiirusel pärivoolu sõites X ja Y vahemaast $\frac{1}{4}$, vastuvoolu sõites aga $\frac{1}{6}$ ehk $\frac{1}{12}$ võrra vähem. Erinevuse tekitab jõe voolu kiiruse kahekordne. Järelikult läbib voolu poolt kantud palk ühe tunniga X ja Y vahemaast $\frac{1}{24}$ ning kogu vahemaa läbimiseks kulub 24 tundi.

23. (C) Kahekohalise arvu suurim numbrite summa on $9 + 9 = 18$, seega suurim mõeldav jääk on 17. Kuid jääki 17 tekkida ei saa, sest numbrite summa 18 annab ainult arv 99, mille jagamisel 18-ga tekib jääk 9. Ka jääki 16 ei saa tekkida, sest numbrite summa 17 annavad arvud 98 ja 89, mille jagamisel 17-ga tekivad jäägid 13 ja 4. Jääk 15 saab tekkida, sest sellise jäägi annab arv 79 jagamisel 16-ga.

24. (C) Kui nöör toru ümbert lahti harutada, siis näeme, et maapinnaga ristisuunas kasvas see 1 m ja maapinnaga paralleelselt $5 \cdot 0{,}15 = 0{,}75$ m. Nööri kogupikkus on $\sqrt{1^2 + 0{,}75^2} = 1{,}25$ (m).

25. (B) Kuna musti ruute on lõpptulemuses 12 ja naaberlahtrid on erinevat värvi, saab ühe käiguga muuta mustaks ainult ühe ruudu. Seega on vaja teha vähemalt 12 käiku. Samas 12 käigust ka piisab, näiteks tehes nurga lahtrit sisaldavad kaks käiku igas nurgas ning neile kokku 8-le käigule lisaks veel neli sellist erinevat käiku, kus keskmine lahter on üks kahest lahtritest.

26. (A) Olgu kolmnurga pindala S. Sel juhul kolmnurga kahe külje pikkused on $\frac{2S}{10}$ cm ja $\frac{2S}{11}$ cm. Kolmanda kõrguse pikkus ei saa olla 5 cm, sest siis oleks kolmanda külje pikkus $\frac{2S}{5}$, mis on suurem kui kahe ülejäänud külje pikkuste summa $2S\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11}\right)$. Muud variandid sobivad kolmanda kõrguse pikkuseks, sest nende puhul tuleb iga kahe külje pikkuste summa alati suurem kui kolmanda külje pikkus.

27. (B) Arvude 16 ja 225 positiivsed tegurid on vastavalt 1, 2, 4, 8 ja 16 ning 1, 3, 5, 9, 15, 25, 45, 75 ja 225. Kuna antud arvudel 16 ja 225 arvust 1 suuremad ühised tegurid puuduvad, siis tahvlil pidi olema vähemalt 4 arvu. Kui tahvlile kirjutatud arvudest väiksemad oleksid 1 ja 16, siis kaks suurimat oleksid pidanud olema mitteväiksemad kui 25. Kui üks neist kahest suurimast oleks x ja seejuures $x \geq 25$, siis teine oleks $y \leq 225 : 25 = 9$. Mis aga ei ole võimalik. Järelikult kaks vähimat arvu pidid olema 2 ja 8. Kahe suurima arvu valikuks jääb sel juhul ka vaid üks võimalus $9 \cdot 25 = 225$. Seega saigi tahvlil olla vaid neli arvu ning nende summa on $2 + 8 + 9 + 25 = 44$.

28. (C) Et $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, siis ühe käiguga saame arvu, milles on tegurit 2 kas ühe võrra rohkem või vähem, või siis tegurit 3 on ühe võrra vähem või rohkem. Kuna alguses on kolm tegurit, mis on paaritu arv, siis igal juhul pärast esimest käiku on tegurite arv paaris. Järgmise käiguga jälle tegurite 2 ja 3 arv, kas suureneb ühe võrra või väheneb ühe võrra. Seega paarituarvulise käigu tulemusena saame tegureid 2 ja 3 kokku paarisarvu ja paarisarvulise käigu järel paaritu arvu. Kuna nii toimiti 60 korda järjest, siis tulemuseks saadakse arv, millel peab tegureid 2 ja 3 kokku olema paaritu arv. Et $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$, $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ ja $108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, siis nii ei ole võimalik saada arvu 36.

29. (E) Alumises kihis on 9 kuubikut. Paneme tähele, et selle kihi keskmisel kuubikul olev arv on üheks liidetavaks igale keskmises kihis olevale kuubikule kirjutatud summas. Alumise kihi nurkades olevatel kuubikutel olevad arvud on igaüks ühe korra liidetavaks ühele keskmises kihis olevale kuubikule kirjutatud summas. Alumise kihi servade keskel olevatele kuubikutele kirjutatud arvud on igaüks liidetavaks kahele keskmises kihis olevale kuubikule kirjutatud summas. Ülemisele kihile on kirjutatud keskmises kihis olevate arvude summa. Seega võimalikult suure arvu kirjutamiseks peab alumise kihi suurim arv paiknema keskmisel kuubikul ning suuruselt järgnevad arvud külgede keskel. Et alumises kihis oli kuubikutele kirjutatud arvude summa 50 ja $1 + 2 + 3 + \ldots + 9 = 45$, siis võimalikult suure tulemuse saame, kui keskmisele kuubikule kirjutame $9 + 5 = 14$ ja külgede keskmistele kuubikutele 8, 7, 6 ja 5. Ülemisele kuubikule kirjutatud arv on sel juhul $4 \cdot 14 + 2 \cdot (8 + 7 + 6 + 5) + 1 + 2 + 3 + 4 = 118$.

30. (D) Jooksja võistlejanumbriga 2015 surus kätt kõigil ülejäänud jooksjatel. Jättes need kättpidi tervitused välja, näeme, et jooksja numbriga 2014 tervitas kättpidi kõiki ülejäänud jooksjaid peale jooksja numbriga 1. Jättes ka need tervitamised välja, näeme, et jooksja numbriga 2013 tervitas kättpidi kõiki ülejäänuid peale jooksjate numbritega 1 ja 2. Nii jätkates saame, et jooksja numbriga 1008 tervitas kättpidi kõiki ülejäänuid peale jooksjate 1, 2, …, 1007. Sellega on kõik kättpidi tervitused toimunud. Järelikult tervitasid kättpidi jooksjat numbriga 2016 parajasti kõik jooksjad võistlejanumbritega 1008 kuni 2015 ehk kokku 1008 jooksjat.