

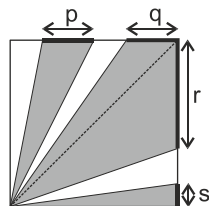
KÄNGURU 2016

KADETT

LAHENDUSED

5p ülesanded

21. (C) Tõmbame ruudu diagonaali, mis jaotab suurima tumedaks värvitud osadest kaheks kolmnurgaks. Tumedaks värvitud osa koosneb nüüd neljast kolmurgast, mille alused on lõigud pikkustega p , q , r ja s ning mille kõrgused on võrdsed ruudu küljepikkusega. Et ruudu pindala on 36, siis ruudu külje pikkus on 6. Tumedaks värvitud osade pindalade kohta saame nüüd võrduse $(6p + 6q + 6r + 6s) : 2 = 27$, millest järeldub, et $p + q + r + s = 9$.

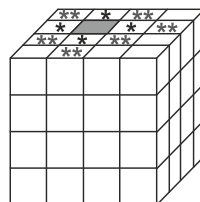


22. (D) Kui Tiidu arvates on õige kell 12.00, siis Tiidu kell näitab aega 12.05, sest Tiit arvab, et ta kell on 5 minutit ees. Kuna tegelikult on Tiidu kell hoopis 10 minutit taga, on tegelik kellaeg sel hetkel 12.15. Kuna Leo kell on tegelikult ajast 5 minutit ees, näitab Leo kell sel hetkel 12.20. Et Leo arvates on tema kell 10 minutit taga, arvab Leo, et tegelik kellaeg on 12.30.

23. (E) Kaksteist tüdrukut tellisid kokku $12 \cdot 1,5 = 18$ muffinit. Kui igaüks kümnest muffineid söönud tüdrukust oleks söönud ainult ühe muffini, oleks järele jäänud 8 muffinit. Kuna rohkem kui 2 muffinit ei söönud keegi, pididki 8 tüdrukut sööma igaüks 2 muffinit.

24. (C) Kui tahvlile on kirjutatud positiivsed täisarvud k , $k + 1$, $k + 2$ ja $k + 3$, siis nendest arvudest kolmekaupä võetud arvude summad on $3k + 3$, $3k + 4$, $3k + 5$ ja $3k + 6$. Meil tuleb leida vähim selline täisarv k , et kõik neli summat oleksid kordarvud. Paneme tähele, et need neli summat on alati neli järjestikust positiivset täisarvu, kusjuures esimene ja viimane on alati kolmepä jaguvad kordarvud. Kui $k = 1$, saame summade neliku $(6, 7, 8, 9)$, kus on algarv 7. Suurendades k väärtust ühe võrra, saame summade nelikud $(9, 10, 11, 12)$, $(12, 13, 14, 15)$, $(15, 16, 17, 18)$, $(18, 19, 20, 21)$ ja $(21, 22, 23, 24)$, milles igaühes on üks algarv. Vaadates juhtumit $k = 7$, jõuame nelikuni $(24, 25, 26, 27)$, kus pole ühtegi algarvu. Seega vähim ülesande tingimusi rahuldav positiivne täisarv on 7.

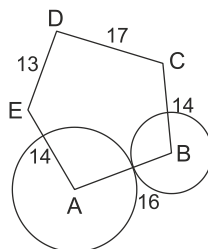
25. (E) Esimese tunniga muutusid halliks kuubi ülemises kihis 4 kuubikut (tähistatud joonisel *), mis külgnesid esialgu antud halli kuubikuga ja 1 kuubik ülevalt teises kihis antud halli kuubiku all. Teisel tunnil muutusid halliks ülemises kihis 6 kuubikut (tähistatud **), mis külgnesid ühe tärniga tähistatud kuubikutega, ülevalt teises kihis 4 kuubikut, mis asusid ühe tärniga tähistatud kuubikute all ja ülevalt kolmandas kihis 1



kuubik, mis asus esialgu antud halli kuubiku all. Seega, koos algul antud halli kuubikuga, oli kuubis halle kuubikuid kokku $4 + 1 + 6 + 4 + 1 + 1 = 17$.

26. (B) Et otsime kõige lähema järgmise „üllatava“ kuupäeva kuud, siis tuleks leida võimalikult väike sobiv aastaarv ja kuu järjenumbr. Kuu järjenumbris saab esimeseks numbriks olla kas 0 või 1 ning kuu päeva järjenumbr esimeseks numbriks saab olla kas 0, 1, 2 või 3. Vaatame, kas sellises aastas, mille aastaarvu kaks esimest numbrit on 2 ja 0, saame nõutud omadusega kuupäeva leida. Sellisel juhul peaks kuu järjenumbr algama numbriga 1 ja võimalikud järjenumbrid oleksid 10, 11 ja 12, millest ükski ei sobi, sest kuupäeva kõik kaheksa numbrit peavad olema erinevad. Seega number 0 ei saa olla aastaarvus. Järgmine lähim erinevate numbritega aastaarv algaks siis numbritega 2 ja 1. Kuu järjenumbr algaks siis numbriga 0. Kuu päeva järjenumbr saaks siis olla kas 30 või 31, kuid 0 ja 1 on juba kasutusel. Järgmine võimalik aastaarv oleks siis 2345, lähima kuu järjenumbr 06 ning sobivateks kuu päeva järjenumbriteks oleksid siis 17, 18 ja 19. Seega järgmine „üllatav“ kuupäev on juunikuus.

27. (A) Kui joonestada näiteks külje AB otspunktide ringjooned, mille lõikepunkt asub küljel AB (vt joonist), siis näeme, et nende kahe ringjoone raadiuste pikkuste summa on võrdne külje AB pikkusega. Samamoodi on see igale küljele joonestatud ringjoonte korral. Olgu joonestatud ringjoonte raadiused R_a, R_b, R_c, R_d ja R_e , kus indeks viitab ringjoone keskpunkti tähisele. Saame kirja panna 5 võrdust



$$R_a + R_b = 16, R_b + R_c = 14,$$

$$R_c + R_d = 17, R_d + R_e = 13, R_e + R_a = 14.$$

Vaadeldes võrdusi kahekaupa ja lahutades ühest teisest, saame $R_a - R_c = 2, R_d - R_b = 3, R_c - R_e = 4, R_a - R_d = 1, R_b - R_e = 2$.

Saadud võrdusest järeldub, et $R_a > R_c > R_e$ ja $R_a > R_d > R_b$.

Seega suurim raadius on ringjoonel, mille keskpunktiks on punkt A.

28. (D) Kui igasse naabermajja andis Punamütsike x kuklit ja kolmanda naabri juurest väljudes oli korv tühi, siis söi hunt kolmanda naabermaja ees korvist x kuklit. Seega sisenes Punamütsike teise naabermajja $3x$ kukliga ja sama palju söi neid enne seda ka kuri hunt. Esimesest naabermajast väljudes oli korvis seega $3x + 3x = 6x$ kuklit ning sinna sisenedes $7x$ kuklit. Järelikult oli hunt enne seda söönud korvist $7x$ kuklit ning esialgu oli Punamütsikese korvis $14x$ kuklit. Arv $14x$ jagub vastusevariantides antud arvudest kindlasti ainult arvuga 7.

29. (C) Olgu viies vagunis, alates esimesest, vastavalt a, b, c, d ja e reisijat. Kui esimeses vagunis oleks igal reisijal 10 naabrit, siis peaks $a - 1 + b = 10$ millest $a + b = 11$. Järelikult teises vagunis oleks sel juhul igal reisijal $a + b - 1 + c = 11 - 1 + c = 10 + c$ naabrit. Kuna igas vagunis on vähemalt 1 reisija, oleks teises vagunis iga reisija naabrite arv $10 + c \geq 11$, mis on aga võimatu, sest

naabrite arv oli kas 5 või 10. Seega saab esimeses vagunis, ja analoogia põhjal ka viimases vagunis, olla igal reisijal täpselt 5 naabrit, st $a + b = 6$ ja $d + e = 6$. Nüüd on teises vagunis igal reisijal naabreid $a + b - 1 + c = 5 + c \geq 6$, mis ütleb, et teises vagunis reisijatel, ja analoogia põhjal ka neljandas vagunis reisijatel, on igaühel täpselt 10 naabrit. Seega $a + b + c = 11$ ja $c + d + e = 11$. Saame, et $(a + b) + (a + b + c) + (c + d + e) + (d + e) = 2(a + b + c + d + e) = 2 \cdot (6 + 11)$. Järelikult selles rongis on reisijate arv $a + b + c + d + e = 17$.

30. (A) Nummerdame kuubi antud viis tahku vasakult paremale numbritega 1 kuni 5 ja nimetame näiteks tahu 3 vaadeldava kuubi põhitahuks. Selle kuubi igal külgtahul peab siis alumises kihis olema vaheldumisi must, valge ja must ruut. Sellist kihti ei ole tahul 5 ja see saab olla põhitahu 3 vastastahuks. Taoline kiht puudub ka valikvastuses D antud tahul. Tahud 1, 2 ja 4 on siis vaadeldava kuubi külgtahud ja neljanda külgtahu peame leidma valikvastuste A, B, C ja E hulgast. Pealmise tahu 5 põhjal peame otsima sellist külgtahku, mille ülemises servas oleks kõrvuti kaks sama värvi ruudukest ja nende kõrval üks teist värvi ruut. Sellist omadust ei ole variantide B ja C tahkudel. Valida tuleb nüüd variantide A ja E seast, mis erinevad teineteisest vaid keskmise ruudu värvi poolest. Vastastahkude 3 ja 5 põhjal võime öelda, et selle kuubi alumises kihis on 5 ja ülemises kihis 4 valget kuubikest. Kolm ülejäänud valget kuubikest peavad paiknema keskmises kihis. Külgtahkude 1, 2 ja 4 järgi on keskmises kihis äärtel vaid kas 1 või 2 valget kuubikest. Variant E ei anna ühtki lisa valgetele kuubikutele. Seega tuleb valida neljandaks külgtahuks variant A. Kui jätta ülemise tahu 5 asend muutmata, siis sobib tahk A kuubi tagumiseks tahuks, tahk 4 parempoolseks külgtahuks, tahk 2 esitahuks ja tahk 1 vasakpoolseks külgtahuks. Sellisel kuubil on tahkudel nähtavaid valgeid kuubikesi 11 ja musti 15. Seega keskmise kihi keskmine kuubike on ka valge.