

KÄNGURU 2016

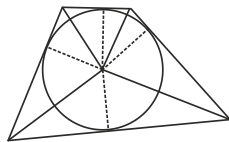
STUDENT

LAHENDUSED

5p ülesanded

21. (C) Astendatava ruutfunktsiooni väärtus on alati positiivne, sest selle diskriminant $D = (-4)^2 - 4 \cdot 5 = -4$ on negatiivne. Ülesande avaldise väärtuseks saab tulla 1 siis, kui astendatav on 1 või kui astendaja on 0 ehk $x^2 - 4x + 5 = 1$ või $x^2 + x - 30 = 0$. Esimese võrrandi lahend on $x = 2$, teise võrrandi lahendid on $x = 5$ ja $x = -6$. Seega kokku kolm reaalarvulist lahendit.

22. (E) Tõmbame nelinurga igast tipust lõigu ringjoone keskpunkti. Tekib 4 kolmnurka. Iga kolmnurga pindala on võrdeline nelinurga vastava külje pikkusega, sest kõigi kolmnurkade kõrgused on võrdsed ringi raadiusega. Ka iga sektori pindala on võrdeline selle sektori kaare pikkusega. Järelikult suhtuvad nelinurga ja ringi pindalad samamoodi nagu nende ümbermõõdud. Seega antud juhul suhtuvad nagu 4 : 3.



23. (D) Iga parabool on mingi ruutfunktsiooni graafikuks. Argumendi iga väärtuse jaoks saab antud juhul valida 3 funktsiooni väärtust. Kolme punkti jaoks saab seda teha $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ viisil. Kuid ruutfunktsiooni ei anna punktid, mis asuvad samas reas (3 võimalust; need annavad konstantse funktsiooni) ega punktid, mis asuvad diagonaalil (2 võimalust; need annavad lineaarse funktsiooni). Eemaldades need võimalused, jääb sobivate ruutfunktsioonide arvuks 22.

24. (E) Punkt P kui nurgapoolitajate lõikepunkt asub kolmnurga ABC kõikidest külgedest võrdsel kaugusel. Seega punkt P , tema projektsioonid külgedele AB ja AC ning punkt A moodustavad ruudu küljepikkusega $\sqrt{8}$. Punkti P kaugus punktist A on selle ruudu diagonaali pikkus ehk $\sqrt{8+8} = 4$.

25. (A) Numbrit 1 kuni 9 summa on 45, mis jagub 9-ga. Järelikult peab ka koostatud kolme arvu summa jaguma 9-ga. Kui meil moodustuksid arvud $\overline{abc}$, $\overline{klm}$ ja $\overline{pro}$. Siis $\overline{abc} + \overline{klm} + \overline{pro} = 100(a+k+p) + 10(b+l+r) + (c+m+o) = 99(a+k+p) + 9(b+l+r) + (a+k+p+b+l+r+c+m+o)$. Arv 1500 aga ei jagu arvuga 9. Ülejäänud arvud saavad tekkida: $1503 = 891 + 265 + 347$, $1512 = 891 + 275 + 346$, $1521 = 891 + 274 + 356$ ja $1575 = 983 + 127 + 465$.

26. (C) Kahele vastastahule toetuva püramiidi ruumalade summa on iga vastastahkude paari korral sama, sest tahud on ühesuursed ja püramiidide kõrguste summa võrdub kuubi küljepikkusega. Antud ruumaladest annavad äärmised summaks $2 + 14 = 16$ ja eelnevatest samuti $5 + 11 = 16$. Järelikult on püramiid, mille ruumala on 10, paaris püramiidiga, mille ruumala on 6.

27. (B) Saadud hele ribaosa on rööpkülik, mille kõrgus on 5 cm. Vastastippe M ja N ühendades jaguneb rööpkülik kaheks täisnurkseks kolmnurgaks. Olgu rööpküliku aluse ehk kolmnurga kaateti pikkus x cm, siis hüpotenuusi pikkus on voltimise tõttu $(25 - x)$ cm. Järelikult $5^2 + x^2 = (25 - x)^2$, millest $x = 12$. Rööpküliku pindala on $12 \cdot 5 = 60$ (cm²).

28. (A) Arvude 1 kuni n summa on $\frac{n(n+1)}{2}$. Et see summa jagub algarvuga p kuid ükski arvudest 1 kuni n ei jagu arvuga p , siis $p > n$ ja seega peab $p = n + 1$. Järelikult $n + p = 2p - 1$. Ülesande vastusevariandid annavad p väärtuseks järjest 109, 111, 115, 123 ja 135, millest algarv on ainult esimene.

29. (A) Värvime kõigepealt ära iga ääre keskel asuvad kolm ruutu (kokku 4 käiku) ning seejärel iga ääre keskmisest ruudust lähtudes kolm ruutu sissepoole (veel 4 käiku). Nii saame nõutava värvimise 8 käiguga.

30. (C) Tegurite korrutisest $648 = 2^3 3^4$ nähtub, et kordarvu N algteguriteks saavad olla vaid on 2 ja 3, seega $N = 2^a 3^b$. Kui kordarvul N oleks veel mõni kolmas algtegur p , siis peaks see algarv p olema tegurina ka nende viie teguri korrutises. Antud arvus 648 aga sellist ei ole. Selle arvu tegurite arv on $(a+1)(b+1)$. Et tegurite arv on 6, siis kas $N = 2^2 3^1$ või $N = 2^1 3^2$. Esimene variant ei sobi, sest siis tuleks kõigi tegurite korrutises $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 12$ algteguri 3 astendajaks 3, mitte suurem arv. Seetõttu $N = 2^1 3^2$. Selle arvu kõigi tegurite korrutis on $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 18 = 2^3 3^6$. Järelikult puuduv tegur on 3^2 .