



**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ СОРЕВНОВАНИЕ
КЕНГУРУ**

16 марта 2017

STUDENT (11 – 12 класс)

- * Время на решение 1 час и 15 минут
- * ПОЛЬЗОВАТЬСЯ КАЛЬКУЛЯТОРОМ ЗАПРЕЩЕНО
- * Каждое задание имеет только один правильный ответ (т.е. на листе с ответами надо отметить крестиком только один квадрат)
- * Неверный ответ даёт (-1) балл * Отсутствие ответа даёт 0 баллов.
- * У каждого участника есть 30 начальных балла.

В вопросах 1 - 10 каждый правильный ответ даёт 3 балла

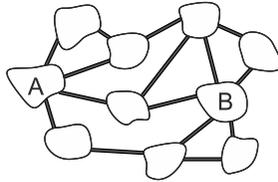
1. $\frac{20 \cdot 17}{2+0+1+7} =$

- A: 3,4 B: 17 C: 34 D: 201,7 E: 340

2. В масштабе 1 : 87 рост Гриши был бы 2 см. Какого роста Гриша на самом деле?

- A: 1,74 м B: 1,62 м C: 1,86 м D: 1,94 м E: 1,70 м

3. В море 10 островов, которые соединены мостами так, как показано на рисунке. Найди наименьшее количество мостов, которые нужно перекрыть для движения машин так, чтобы было невозможно на машине добраться с острова А до острова В.

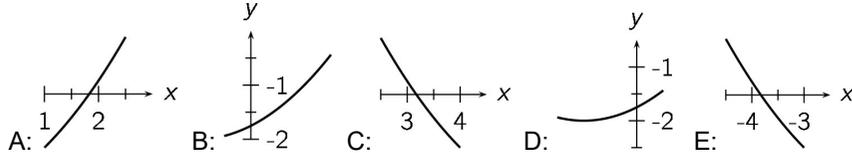


- A: 1 B: 2 C: 3 D: 4 E: 5

4. Про положительные числа a и b известно, что 75% от числа a равно 40% от числа b . Какое из следующих равенств верное?

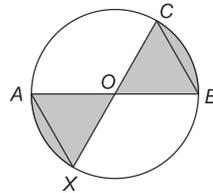
- A: $15a = 8b$ B: $7a = 8b$ C: $3a = 2b$ D: $5a = 12b$ E: $8a = 15b$

5. На четырёх из пяти следующих рисунков изображены части графика одной и той же квадратичной функции. На каком рисунке изображена часть графика другой квадратичной функции?



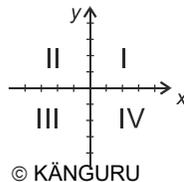
6. В круг с центром в точке O проведены диаметры AB и CX так, что $|OB| = |BC|$. Какая часть круга закрашена в тёмный цвет?

- A: $\frac{2}{5}$ B: $\frac{1}{3}$ C: $\frac{2}{7}$ D: $\frac{3}{8}$ E: $\frac{4}{11}$



7. В какой четверти координатной плоскости не окажется ни одной точки графика линейной функции $y = -3,5x + 7$?

- A: I B: II
C: III D: IV E: график пройдёт через все четверти



© KANGURU

8. В пять ящиков положены белые и чёрные шарики в указанном на ящиках количестве. Из одного из этих ящиков Стас, не глядя внутрь, хочет вынуть один шарик. Из какого ящика он должен шарик вынуть так, чтобы вероятность получить чёрный шарик была наибольшей?

- A: $\begin{matrix} 10 \text{ чёрных} \\ 8 \text{ белых} \end{matrix}$ B: $\begin{matrix} 6 \text{ чёрных} \\ 4 \text{ белых} \end{matrix}$ C: $\begin{matrix} 8 \text{ чёрных} \\ 6 \text{ белых} \end{matrix}$ D: $\begin{matrix} 7 \text{ чёрных} \\ 7 \text{ белых} \end{matrix}$ E: $\begin{matrix} 12 \text{ чёрных} \\ 9 \text{ белых} \end{matrix}$

9. В каком из вариантов ответа дана функция, у графика которой наибольшее количество точек пересечения с графиком функции $f(x) = x^2$?

- A: $g_1(x) = x^2$ B: $g_2(x) = x^3$ C: $g_3(x) = x^4$ D: $g_4(x) = -x^4$ E: $g_5(x) = -x$

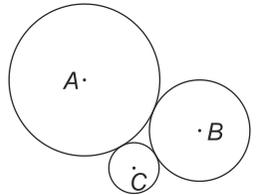
10. Брусек размером $3 \times 1 \times 1$ склеен из 1 белого и 2 серых кубиков так, как показано на рисунке. Какой куб можно составить из девяти таких брусков?



- A: B: C: D: E:

В вопросах 11- 20 каждый правильный ответ даёт 4 балла

11. На рисунке даны три попарно касающиеся друг друга окружности с центрами A , B и C . Их радиусы равны соответственно 3, 2 и 1. Найди площадь треугольника ABC .



- A: 6 B: $4\sqrt{3}$ C: $3\sqrt{2}$ D: 9 E: $2\sqrt{6}$

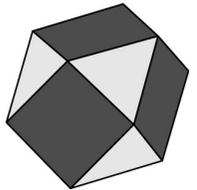
12. Положительное число p меньше числа 1, а число q больше числа 1. Какое из следующих чисел наибольшее?

- A: $p \cdot q$ B: $p + q$ C: $\frac{p}{q}$ D: $p + 1$ E: q

13. Объёмы цилиндров A и B равны. Радиус основания цилиндра B на 10% длиннее радиуса основания цилиндра A . На сколько процентов высота цилиндра A длиннее высоты цилиндра B ?

- A: 5% B: 10% C: 11% D: 20% E: 21%

14. У многогранника на рисунке только треугольные и квадратные грани. Каждое ребро является стороной одной квадратной и одной треугольной грани. Сколько всего треугольных граней у этого многогранника, если квадратных граней у него 6?



- A: 5 B: 6 C: 7 D: 8 E: 9

15. У Димы было 4 правильных тетраэдра, на гранях каждого из которых были записаны цифры 2, 0, 1 и 7 (по одной цифре на грани). Он бросил все эти тетраэдры и решил выбрать по одной цифре из трёх видимых цифр на каждом тетраэдре так, чтобы из них можно было составить число 2017. С какой вероятностью ему это удастся сделать?

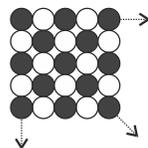
- A: $\frac{1}{256}$ B: $\frac{63}{64}$ C: $\frac{81}{256}$ D: $\frac{3}{32}$ E: $\frac{29}{32}$

© KANGURU

16. Коэффициенты a и b многочлена $5x^3 + ax^2 + bx + 24$ являются целыми числами. В каком из вариантов ответа дано такое значение переменной x , при котором значение данного многочлена не может равняться числу 0?

- A: 1 B: -1 C: 3 D: 5 E: 6

17. У Юли было 2017 фишек, из которых 1009 были чёрные, а остальные белые. Из них она составляла квадратный узор. Сначала в левый верхний угол она поставила чёрную фишку, а дальше раскладывала фишки так, чтобы в каждом ряду и каждом столбце цвета шли попеременно. В итоге Юля составила наибольший возможный квадратный узор. Сколько фишек каждого цвета она не использовала?

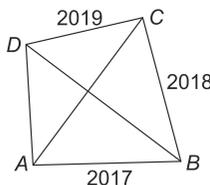


- A: ни одной B: по 40 каждого цвета C: 40 чёрных и 41 белую
D: по 41 каждого цвета E: 40 белых и 41 чёрную

18. Коля нашёл два наименьших последовательных натуральных числа, у каждого из которых сумма цифр делится на 7. Из скольких цифр состояло наименьшее из них?

- A: 3 B: 4 C: 5 D: 6 E: 7

19. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ перпендикулярны, а длины трёх его сторон равняются $|AB|=2017$, $|BC|=2018$ и $|CD|=2019$ (рисунок иллюстративный). Найди длину стороны AD .



- A: 2016 B: 2018 C: $\sqrt{2020^2 - 4}$ D: $\sqrt{2018^2 + 2}$ E: 2020

20. Вася любит приврать. Среди любых трёх последовательных фраз, которые он говорит, ровно одна ложная. Однажды Вася задумал одно двузначное число и сказал своим друзьям друг за другом следующие шесть фраз:

- "В этом числе есть цифра 2."
- "Это число больше числа 50."
- "Это чётное число."
- "Это число меньше числа 30."
- "Это число делится на три."
- "В этом числе есть цифра 7."

Найди сумму цифр числа, которое задумал Вася.

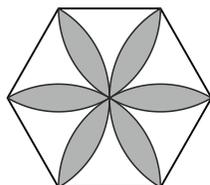
- A: 9 B: 12 C: 13 D: 15 E: 17

В вопросах 21- 30 каждый правильный ответ даёт 5 баллов

21. Сколько всего существует таких положительных целых чисел, после стирания последней цифры которых получается число, составляющее $\frac{1}{14}$ от изначального числа?

- A: 0 B: 1 C: 2 D: 3 E: 4

22. На рисунке изображён правильный шестиугольник с длиной стороны 1. Из каждой его вершины как из центра нарисовали окружность радиуса 1. Так внутри шестиугольника образовался цветок. Найди площадь этого цветка.

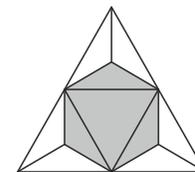


- A: $\frac{\pi}{2}$ B: $\frac{2\pi}{3}$ C: $2\sqrt{3} - \pi$ D: $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ E: $2\pi - 3\sqrt{3}$

23. Рассмотрим последовательность a_n где $a_1 = 2017$ и $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Найди a_{2017} .

- A: -2017 B: $-\frac{1}{2016}$ C: $\frac{2016}{2017}$ D: 1 E: 2017

24. От правильного тетраэдра отрезают все четыре угла, каждый раз разрезая плоскостью, проходящей через середины трёх исходящих из вершины этого угла рёбер (см. рисунок). Какую часть от объёма изначального тетраэдра составляет объём образовавшегося тела (на рисунке тёмного цвета)?



- A: $\frac{4}{5}$ B: $\frac{3}{4}$ C: $\frac{2}{3}$ D: $\frac{1}{2}$ E: $\frac{1}{3}$

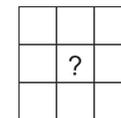
25. Сумма длин трёх сторон прямоугольного треугольника равна 18, а сумма квадратов длин этих трёх сторон равна 128. Найди площадь этого треугольника.

- A: 18 B: 16 C: 12 D: 10 E: 9

26. У тебя 5 ящиков, а также 5 чёрных и 5 белых шариков. Все эти шарики тебе нужно разложить по ящикам так, чтобы в каждом был хотя бы один шарик. Затем к тебе подойдёт учитель, случайным образом выберет один ящик и, не глядя, вынет один шарик. Если шарик окажется чёрным, учитель поставит тебе пятёрку. Ты разложил шарики по ящикам так, чтобы вероятность получить пятёрку была наибольшей возможной. Найди эту вероятность.

- A: $\frac{3}{4}$ B: $\frac{3}{5}$ C: $\frac{4}{5}$ D: $\frac{5}{6}$ E: $\frac{2}{3}$

27. В клетки таблицы размером 3×3 нужно записать девять целых чисел (по одному в каждую клетку) так, чтобы сумма всех чисел была равна 500 и чтобы в любых двух соседних (то есть с общей стороной) клетках числа отличались на 1. Сколько всего различных возможностей для выбора числа в центральную клетку?



- A: 0 B: 1 C: 2 D: 3 E: не меньше 4

28. Известно, что $|x| + x + y = 5$ и $x + |y| - y = 10$. Найди значение суммы $x + y$.

- A: 1 B: 2 C: 3 D: 4 E: 5

29. Сколько всего существует таких трёхзначных положительных целых чисел ABC (разным буквам могут соответствовать одинаковые цифры), при которых $(A+B)^C$ является трёхзначным целым числом и целочисленной степенью числа 2?

- A: 15 B: 16 C: 18 D: 20 E: 21

30. На острове живут 2017 человек, каждый из которых либо лжец (всегда врёт), либо рыцарь (всегда говорит правду). На банкет пришли более тысячи жителей этого острова, и все расселись за одним огромным круглым столом. Каждый из них сказал: „Среди двух человек, которые сидят рядом со мной, один лжец и один рыцарь.“ Какое наибольшее количество рыцарей может жить на этом острове?

- A: 1683 B: 668 C: 670 D: 1344 E: 1343