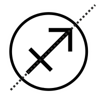
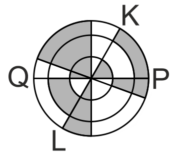
KADETT 2021

1. (A) Kui murda ümmargune märk pooleks mööda mingit diameetrit ja selle tulemusena diameetrist erinevatel pooltel asuvad kujundi osad täielikult kattuvad, siis see diameeter ongi sümmeetriatelg. Selline telg leidub vaid noolega märgil vastusevariandis A ja see läbib noole mõlemat otsa, st. ühtib noole vardaga.



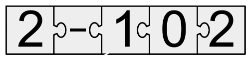
2. (E) Vaatame näiteks diameetritega KL ja PQ eraldatud kahte ühesuurust sektorit suures ringis. Paneme tähele, et sektorid on täpselt vastupidiselt värvitud – see ringi osa, mis on ühes sektoris värvitud tumedaks, on teises sektoris jäänud valgeks. Nii on iga kahe kõrvu oleva diameetri korral. Seega on ringist tumedaks värvitud osa sama suur, kui värvimata osa ehk 50%.



3. (E) $\dfrac{20 \cdot 21}{2-0+2-1} = \dfrac{20 \cdot 21}{3} = 20 \cdot 7 = 140$.

4. (B) Vähim sellistest arvudest on 1234 ja suurim 6789. Nende vahele mahub veel 4 sellist arvu, mille esinumbrid on vastavalt 2, 3, 4 ja 5. Kokku on nõutud arve 6.

5. (C) Pusle otstes peavad olema sirge servaga tükid. Seega on kõige vasakpoolsem tükk numbriga 2 ja ka parempoolsem tükk numbriga 2. Esimesele neist sobib parempoolseks naabriks vaid tükk miinusmärgiga ja teisele vasakpoolseks naabriks vaid tükk numbriga 0. Viimane tükkidest numbriga 1 sobitub miinusmärgiga tüki parempoolseks naabriks. Seega saame tehte 2 – 102, mille tulemuseks on –100.



6. (A) Võrdleme vaaside alumisi pooli ülemiste pooltega. Vastusevariantides B, C ja E antud vaaside mõlemad pooled on ühesugused, mistõttu ulatub veetase poole liitri korral täpselt pooleni nende vaaside kõrgusest. Vaasil vastusevariandis D on alumine pool suurema mahutavusega, seega ei ulatu veetase poole liitri korral vaasi poole kõrguseni. Kuna vastusevariandis A oleval vaasil on aga alumine pool väiksema mahutavusega, tõuseb poole liitri korral veetase kõrgemale poolest vaasi kõrgusest. Et vaasid on kõik sama kõrgusega, on veetase vaasil variandis A ka kõrgem, kui teistes vaasides.

7. (B) Paneme tähele, et summa AB + CD ei muutu, kui vahetame liidetavates kas esimesed numbrid A ja C või teised numbrid B ja D. Seega, kui AB + CD = 137, siis ka CB + AD = AD + CB = 137. Otsitav summa ADCB + CBAD = 100 · AD + CB + 100 · CB + AD = 101 · AD + 101 · CB =
= 101 · (AD + CB) = 101 · 137 = 13837.

8. (B) Kümne numbriga ketast tuleb täispöörde tegemiseks keerata ühes suunas 10 numbri võrra. Poolpöörde ehk 180° kraadi võrra pööramiseks tuleb seega ketast pöörata 5 numbri võrra ühes suunas. Numbrist 6 on viie numbri kaugusel number 1, numbrist 3 number 8 ja numbrist 4 number 9. Seega on lukul pärast kõigi ketaste pööramist 180° võrra kood 1893.

9. (E) Kasutades poiste nimede esitähti, võime ülesande tingimuste põhjal järjestada poisid ritta pikkuse kasvamise suunas vasakult paremale nii

$$\begin{array}{ccccccccc} A & < & P & < & K & < & T & < & S\,. \\ & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & \end{array}$$

Alumisse ritta võrdlusmärgi alla on lisatud pikkuste vahe sentimeetrites. Reast nähtub, et Antsu ja Sassi pikkuste võrdluse kohta on õige ainult vastusevariandis E antud väide.

10. (E) Vaatame joonisel antud kuubi paremat külge. Seal on nähtaval 4 halli ühikkuubikut, milledest 2 alumises kihis paremal ja 2 keskmises kihis vasakul. Selline hallide ühikkuubikute paigutus on vaid vastusevariantides D ja E antud detailidel. Peale selle on kuubil ülemises kihis nähtav vaid 1 hall kuubike, aga vastusevariandis D on neid 2, mis ei ole võimalik. Veendunud, et ka kõik teised üksikasjad klapivad, võime öelda, et õige hall detail on antud vastusevariandis E.

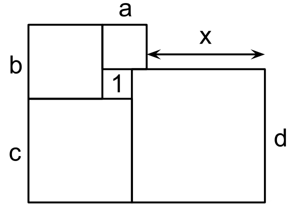
11. (D) Murtud osa koosnes tahvli kahest reast ja neis oli kokku 12 ruudukujulist tükki. Seega pidi tahvlil olema alguses serv, milles oli kuus ruudukujulist tükki. Et seejärel oli tal võimalik murda rida, milles oli üheksa tükki, pidi esialgsel tahvlil olema rida 9 + 2 = 11 ruuduga. Tahvlis oli seega algul 6 · 11= 66 tükki, millest söömata oli nüüd veel 66 – (12 + 9) = 45.

12. (E) Kui anumasse lisati vett $\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$ anuma mahtuvusest, siis kaal suurenes 740g – 560g = 180g võrra. Seega $\frac{1}{5}$ kogu anuma veest kaalub 180g : 3 = 60g ning tühi anum seega 560g – 60g = 500g.

13. (C) Kuna suure ruudu pindala on 16 cm^2 ja halli ruudu pindala on 1 cm^2, siis nende ruutude küljepikkused on vastavalt 4 cm ja 1 cm. Seega valgete kolmnurkade aluste ja kõrguste pikkused on mõlemad 2 cm ning nelja valge kolmnurga kogupindala on 0,5 · 4 · 2 · 2 = 8 cm^2. Järelikult on ruudu tumeda osa pindala 16 – 4 · 1 – 8 = 4 cm^2.

14. (A) Aia tegemiseks kulunud 25 lauajupi kogupikkus oli 25 · 30 = 750 cm. Kattuvatele osadele kulus sellest 750 – 690 = 60 cm. Et kattuvaid kohti oli 24, oli kattuva osa pikkus y = 60 : 24 = 2,5 cm.

15. (C) Kuna väikseima ruudu pindala on 1 cm^2, siis selle ruudu küljepikkus on 1 cm. Tähistagu a, b, c ja d ülejäänud nelja ruudu küljepikkusi sentimeetrites. Joonise põhjal näeme, et b = a + 1, c = b + 1 = a + 2, d = c + 1 = a + 3 ja a + b + x = c + d. Järelikult x = c + d – a – b = a + 2 + a + 3 – a – a – 1= 4 (cm).

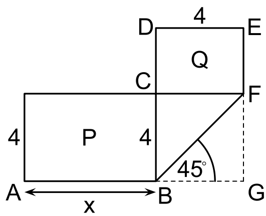


16. (D) Tähekese keskel asuva viie võrdse nurga suurused on 360°: 5 = 72°. Kokkupandud täisnurksete kolmnurkade väiksemad teravnurgad on siis suurusega 90°– 72°= 18°. Sellise suurusega nurki on täispöörde kokkupanemiseks vaja 360° : 18° = 20.

17. (B) Kui Volli oleks kõik ülesanded õigesti lahendanud, oleks ta saanud $7 \cdot 20 = 140$ punkti. Ta kaotas aga $140 – 100 = 40$ punkti. Iga vastamata küsimus vähendas maksimaalset tulemust 7 punkti, iga valesti lahendatud ülesanne aga $7 + 4 = 11$ punkti võrra. Oletame, et Volli jättis lahendamata x ülesannet ja lahendas valesti y ülesannet, siis $7x + 11y = 40$, millest saame, et $7x = 40 – 11y$. Et x ja y on mittenegatiivsed täisarvud, siis $40 – 11y \geq 0$ ehk $0 \leq y \leq 3$. Vaatame nelja võimalikku juhtumit:

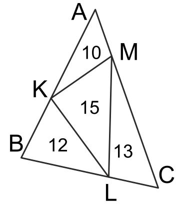
y	7x	x
0	40	ei ole täisarv
1	29	ei ole täisarv
2	18	ei ole täisarv
3	7	1

Seega jättis Volli lahendamata 1 ülesande. Kontrolli mõttes leiame, et ta lahendas valesti 3 ülesannet ja õigesti $20 – 1 – 3 = 16$ ülesannet ning kogus tõepoolest $16 \cdot 7 – 3 \cdot 4 + 0 \cdot 1 = 100$ punkti.



18. (C) Murdejoon BF poolitab nurga CBG. Seega on lõigud DB ja AB risti ning $|BC| = |FG| = |DE| = 4$. Kuna $x + 4 + |CD| = 13$, siis $|CD| = 9 – x$ ja $Q = 4(9 – x)$. Et $P = 2Q$, saame võrrandi $4x = 8(9 – x)$ ehk $12x = 72$, millest $x = 6$.

19. (E) Kui õunu on 2 korda rohkem kui pirne ja Kati saab 2 korda rohkem puuvilju kui Mati, siis võibki neid puuvilju jaotada ka nii, et Kati saab kõik õunad ja Mati kõik pirnid. Kui nüüd üks lastest sooviks ka teist sorti puuvilja, saavad nad vahetada neid vaid üksühe vastu - Kati annab ühe õuna ja saab Matilt vastu ühe pirni. See aga tähendabki, et alati on Katil pirne täpselt sama palju kui Matil õunu, nagu on ka kirjas valikvastuses E.

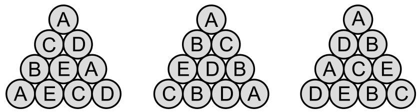


20. (B) Kolmnurga ABC ümbermõõdu saame, kui kolmnurkade AKM, KBL ja LCM ümbermõõtude summast lahutame kolmnurga KLM ümbermõõdu $10 + 12 + 13 – 15 = 20$. Tõepoolest

$$|AB| + |BC| + |CA| = |AK| + |KB| + |BL| + |LC| + |CM| + |MA| =$$
$$= |AK| + |KB| + |BL| + |LC| + |CM| + |MA| + |KM| – |KM| +$$
$$+ |ML| – |ML| + |LK| – |LK| =$$
$$= |AK| + |KM| + |MA| + |KB| + |BL| + |LK| + |LC| + |CM| + |ML| – |KM| – |ML| – |LK|$$

21. (C) Kui esialgne murd on $\frac{x}{y}$, siis lugeja x suurendamisel 40% võrra, saame uue murru lugejaks arvu 1,4x. Olgu uue murru nimetaja z. Saame võrrandi $\frac{1,4x}{z} = \frac{2x}{y}$, millest $1,4y = 2z$ ja $z = 0,7y$. Viimane tähendab, et uue nimetaja z saamiseks on vana nimetajat y vähendatud 30% võrra.

22. (A) Vaatame torni kolme vaadet. Torni tipus on ainult 1 pall ja see on värviga A. Ülalt teises kihis on 3 palli, millest igaüks on nähtav kahel vaatel ja nende värvid on C, D ja B. Ülalt kolmandas kihis on 6 palli ja neist iga vaate keskmine pall esineb vaid sellel vaatel, äärmised kaks aga kahel vaatel. Seega on 3. kihis pallid värvidega E, D, C, B, A ja E. Alumises kihis on nähtaval 9 palli. Neist külgede keskel on pallid värvidega E, C, B, D E ja B ning nurkades värvidega A, D ja C. Oleme saanud, et värviga A on 3 palli, kõiki teisi värve on aga 4. Seega on torni põhja keskel pall värviga A.



23. (B) Tähistagu N viiekohalist arvu ABCDE. Seega saame kirjutada, et arv $2ABCDE = 2 \cdot 100000 + N$ ja arv $ABCDE2 = 10 \cdot N + 2$. Saame võrrandi $3 \cdot (200000 + N) = 10 \cdot N + 2$, millest $600000 + 3 \cdot N = 10 \cdot N + 2$ ja $7 \cdot N = 599998$. Seega on $N = 599998 : 7 = 85714$ ja esialgne arv on 285714, mille numbrite summa on $2 + 8 + 5 + 7 + 1 + 4 = 27$.

24. (D) Olgu r, p, s ja k vastavalt roheliste, punaste, siniste ja kollaste pallide arvud karbis. Kui mistahes 27 palli seas on alati vähemalt 1 roheline pall, siis tähendab see seda, et ülejäänud kolme värvi palle kokku ei saa olla rohkem kui 26. Saame võrratuse $p + s + k \leq 26$. Analoogilist arutelu kasutades jõuame kolme ülejäänud tingimuse põhjal võrratusteni $r + s + k \leq 24$, $r + k + p \leq 21$ ja $r + s + p \leq 16$. Liites saadud nelja võrratuse vastavad pooled, saame, et $3 \cdot (r + s + p + k) \leq 87$. Seega, pallide koguarv $r + s + p + k$ ei ületa arvu $87 : 3 = 29$, mis ongi karbis olevate pallide suurim võimalik arv. Soovi korral saame leida ka igat värvi pallide arvud $r = 29 – 26 = 3$, $p = 29 – 24 = 5$,
$s = 29 – 21 = 8$ ja $k = 29 – 16 = 13$.

25. (E) Palli mustrist näeme, et igal viisnurgal on ühine külg viie kuusnurgaga ja igal kuusnurgal on ühine külg kolme viisnurgaga. Et viisnurki on 12, siis kolmekordselt loetud kuusnurki on $12 \cdot 5 = 60$ ning pallil on $60 : 3 = 20$ kuusnurka.

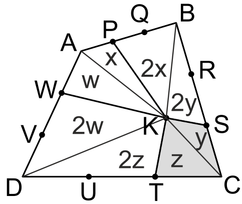
26. (B) Kui pallide reas vasakult paremale kolm esimest palli on värvidega x, y ja z, siis neljas pall peab jälle olema värviga x, sest kolm mistahes järjestikust palli peavad olema erinevat värvi. Viies pall selles reas peab olema siis värviga y ja kuues värviga z. Näeme, et pallide värvikolmik xyz hakkab tsükliliselt korduma. Värviga x on pallid, millel on arv, mis annab arvuga 3 jagades jäägi 1. Pall, mille arv annab arvuga 3 jagades jäägi 2, on värviga y ja arvuga 3 jaguvate arvudega pallid on kõik värviga z. Kuna $2 = 0 \cdot 3 + 2$, $20 = 3 \cdot 6 + 2$, $202 = 3 \cdot 67 + 1$, $1002 = 3 \cdot 334$ ja $2021 = 3 \cdot 673 + 2$, siis on arvudega 2, 20 ja 2021 pallid kõik sama värvi y, pall arvuga 202 värviga x ja pall arvuga 1002 värviga z. Et Volli ütlustest oli vale täpselt üks, siis läheb teistega vastuollu tema väide, et pall arvuga 20 on sinine.

27. (D) Võttes pudelite mahtuvuse tähistamiseks kasutusele pudelite suurust märkivate sõnade esitähed, saame tingimused panna kirja nii: $3S + 4V = 64$, $2S + 2K + 3V = 64$ ja $4K + 6V = 64$. Paneme tähele, et keskmiste ja väikeste pudelite arvud alumisel riiulil on täpselt 2 korda suuremad nende pudelite arvudest keskmisel riiulil. Lahutades keskmise riiuli kahekordsest mahtuvusest alumise riiuli mahtuvuse, saame $4S = 64$, millest suure pudeli mahtuvus on 16 dl. Ülemiselt riiulilt saame leida väikese pudeli mahtuvuse $4V = 64 – 3S = = 64 – 48 = 16$. Seega väikese pudeli mahtuvus on 4 dl. Jääb üle leida keskmise pudeli mahtuvus: $4K = 64 – 6V = 64 – 24 = 40$, millest keskmise pudeli suurus on 10 detsiliitrit.

28. (D) Kui 2021 osalejast moodustati 1010 paari, pidi keegi neist jääma üksikuks. Tähistagu T tõerääkijat ja V valetajat. Moodustatud 1010 paari seas võib olla kolme tüüpi paare: {T, T}, {T, V} ja { V, V}. Seades igale isikule vastavusse tema ütluse oma paarilise kohta, kus v tähendab: „minu paariline on valetaja“ ja t tähendab: „minu paariline on tõerääkija“, saame vastavused {T, T} ⟼ {t, t}, {T,V} ⟼{v, v} ja {V, V} ⟼{t, t}. Näeme, et 20 vastusest: „minu paariline on valetaja“ sai see vastus kõlada ainult paarilt {T, V} ja seejuures mõlema paarilise suust. Seega oli 1010 paari hulgas paare {T, V} täpselt 10. Ülejäänud tõerääkijatest, keda jäi 21 – 10 = 11, sai moodustada {T, T} tüüpi paare 5 ja üks tõerääkija jäi üksikuks. Kõik ülejäänud olid {V, V} tüüpi paarid ja neid oli kokku 1010 – 10 – 5 = 995.

1	2	3	4	5
A – B	**C – D**	**A – E**	**E – F**	**A – C**
	A – F		A – D	
	B – E		B – C	
C – E		C – F		
D – F		B – D		
				B – F
				D – E

29. (E) Turniiri jooksul peab iga võistkond kokku 5 kohtumist, neist ühe igas voorus. Võistkonna A kolm mängu on juba tabelisse kantud. Puuduvatest kohtumistest A – F ja A – D peeti esimene 2. ja teine 4. voorus, sest võistkond F oli juba 4. voorus mängimas. Jääb lisada 2. vooru puuduv kohtumine B – E ja 4. vooru kohtumine B – C. Võistkonna C kohtumised võistkondadega A, B ja D on juba tabelis, kohtumine C – E tuleb lisada 1. vooru ning C – F 3. vooru. Lisame 1. ja 3. vooru vastavalt ka neist puuduvad kohtumised D – F ja B – D. Nüüd on tabelist puudu veel kaks kohtumist D – E ja B – F, mis peeti 5. voorus.



30. (C) Tähistame nelinurgaga seotud punktid ja ühendame mõned neist sisepunktiga K (vt. joonist). Kolmnurgas AKB on lõik PB kaks korda pikem kui lõik AP, kuna punktid P ja B jaotavad lõigu AB kolmeks võrdseks osaks. Lõik KP jaotab kolmnurga AKB kolmnurkadeks AKP ja PKB, mille alused AP ja PB suhtuvad nagu 1 : 2 ja kõrgused on sama pikad. Seega, kui kolmnurga AKP pindala on x, siis kolmnurga PKB pindala on 2x nagu on kirjutatud ka joonisele. Sama aruteluga kolmnurkadele BKC, CKD ja DKA lähenedes, jõuame pindaladeni y ja 2y, z ja 2z ning w ja 2w. Teades hulknurkade PKSB, PKW ja WKTD pindalasid, saame võrdused $2x + 2y = 10$, $x + w = 8$ ja $2w + 2z = 18$. Kujundi KSCT otsitav pindala on seega $y + z$. Liidame saadud esimese ja kolmanda võrduse vastavad pooled ja lahutame neist pooltest kahekordse teise võrduse vastavad pooled, saame, et $2x + 2y + 2w + 2z – 2·(x + w) = 10 + 18 – 2 · 8$, millest $2y + 2z = 12$. Seega otsitav pindala $y + z = 6$.