



# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ СОРЕВНОВАНИЕ КЕНГУРУ

17 марта 2022

STUDENT (11 – 12 класс)

- \* Время на решение 1 час и 15 минут
- \* ПОЛЬЗОВАТЬСЯ КАЛЬКУЛЯТОРОМ ЗАПРЕЩЕНО
- \* Каждое задание имеет только один правильный ответ (т.е. на листе с ответами надо отметить крестиком только один квадрат)
- \* Неверный ответ даёт (-1) балл \* Отсутствие ответа даёт 0 баллов.
- \* У каждого участника есть 30 начальных баллов.

**В вопросах 1 - 10 каждый правильный ответ даёт 3 балла**

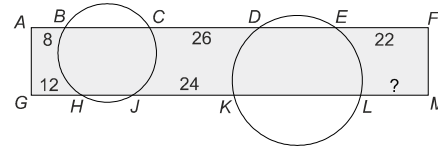
24. В турнире вместе с Мишей и Артуром всего 8 участников. В первом туре из всех участников по жребию образуют четыре пары, и только победитель каждой пары проходит во второй тур. Во втором туре из оставшихся четырёх участников образуют две пары, победители которых встречаются в финале. Миша знает, что он обыграет всех других участников, кроме Артура, который в свою очередь обыграет всех участников турнира. Найди вероятность того, что Миша не попадёт в финал.

A:  $\frac{3}{4}$     B:  $\frac{1}{2}$     C:  $\frac{3}{8}$     D:  $\frac{3}{7}$     E:  $\frac{4}{7}$

25. Вершины двадцатиугольника обозначили натуральными числами от 1 до 20 так, чтобы два числа в концах каждой стороны отличались друг от друга на 1 или 2. Те стороны, в концах которых числа отличались на 1, перекрасили в красный цвет. Остальные стороны перекрасили в синий цвет. Сколько красных сторон оказалось у двадцатиугольника?

A: 1    B: 2    C: 5    D: 10    E: невозможно однозначно определить

26. Две окружности пересекают стороны прямоугольника  $AFMG$  в точках  $B, C, J, H$  и в точках  $D, E, L, K$  так, как показано на рисунке. Известно, что  $|AB| = 8$ ,  $|CD| = 26$ ,  $|EF| = 22$ ,  $|GH| = 12$  и  $|JK| = 24$ . Найди длину отрезка  $LM$ .



A: 14    B: 15    C: 16    D: 17    E: 18

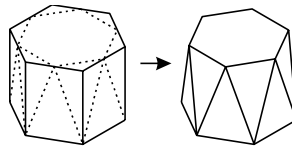
27. Пусть  $N$  положительное целое число. Сколько всего таких целых чисел, которые больше числа  $\sqrt{N^2 + N + 1}$ , но меньше числа  $\sqrt{9N^2 + N + 1}$ ?

A:  $N + 1$     B:  $2N - 1$     C:  $2N$     D:  $2N + 1$     E:  $3N$

28. Первый член  $a_1$  данной последовательности больше числа 0, но меньше числа 1. Известно, что для любого натурального числа  $n \geq 1$  действуют равенства  $a_{2n} = a_2 \cdot a_n + 1$  и  $a_{2n+1} = a_2 \cdot a_n - 2$ . Найди значение  $a_2$ , если  $a_7 = 2$ .

A:  $a_1$     B: 2    C: 3    D: 4    E: 5

29. От правильной шестиугольной прямой призмы отрезали шесть верхних углов показанным на рисунке способом. Таким образом, вместо верхнего основания призмы образовалась меньшая грань в форме правильного шестиугольника, а вместо прямоугольных боковых граней образовались 12 граней в форме равнобедренных треугольников двух различных размеров. Какую часть от объёма изначальной призмы составил общий объём отрезанных от неё углов?

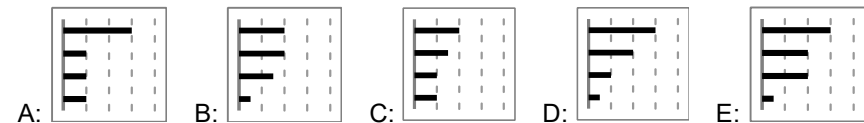
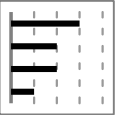


A:  $\frac{1}{12}$     B:  $\frac{1}{6}$     C:  $\frac{\sqrt{3}}{12}$     D:  $\frac{\sqrt{2}}{12}$     E:  $\frac{\sqrt{3}}{18}$

30. Товарищеский матч между командами X и Y проходил на стадионе, где все болельщики разместились на одной трибуне. Все ряды на трибуне были одинаковые и состояли из одиночных кресел. Все столбцы на трибуне были также одинаковые, причём в каждом столбце имелось кресло из каждого ряда. В каждом ряду трибуны сидело 11 болельщиков команды X, а в каждом столбце трибуны сидело 14 болельщиков команды Y. Пустых кресел на трибуне было всего 17. (На каждом кресле не сидело больше одного болельщика. Каждый из болельщиков болел только за одну команду.) Найди наименьшее возможное количество кресел на этой трибуне.

A: 500    B: 660    C: 690    D: 840    E: 994

1. На рисунке справа изображена диаграмма из телефона Кати за прошлую неделю, где показано время использования четырёх приложений за неделю, начиная с наиболее долго использованного. На этой неделе Катя из этих четырёх приложений два приложения использовала в половину меньше времени, а два других такое же время, что и на прошлой неделе. Диаграмма в каком из вариантов ответа не может показывать время использования этих приложений на этой неделе?



2. Сколько всего трёхзначных натуральных чисел, которые делятся на число 13?

A: 68    B: 69    C: 70    D: 76    E: 77

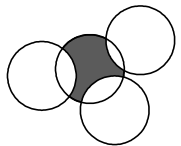
3. Витя старше Коли, но младше Лизы. Таня старше Вити. Кто из них могут быть одного возраста?

A: Коля и Таня    B: Таня и Лиза    C: Лиза и Коля    D: Витя и Лиза    E: Таня и Витя

4. Произведение цифр 10-значного числа равно 15. Найди сумму цифр этого числа.

A: 8    B: 12    C: 15    D: 16    E: 20

5. Четыре окружности с радиусом 1 пересекаются как показано на рисунке. Найди периметр закрашенной в тёмный цвет части.



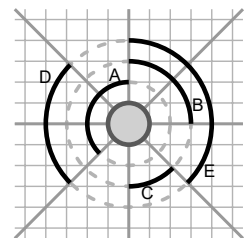
A:  $\pi$     B:  $\frac{3\pi}{2}$     C:  $2\pi$     D:  $\pi^2$     E: ответ больше  $\frac{3\pi}{2}$ , но меньше  $2\pi$

6. В ряд в порядке возрастания записали все такие натуральные числа, начиная с числа 2 и заканчивая числом 2022, которые состояли только из цифр 0 и 2. Какое число оказалось в этом ряду посередине?

A: 200    B: 220    C: 222    D: 2000    E: 2002

7. Длина какой из дуг, нарисованных непрерывной жирной линией, равна периметру стоящего по центру серого круга?

A: A    B: B    C: C    D: D    E: E



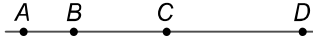
8. Сколько действительных корней имеет уравнение  $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$ ?

- A: 0      B: 1      C: 2      D: 3      E: 4

9. Пусть  $a$ ,  $b$  и  $c$  отличные от нуля действительные числа. Числа  $-2a^4b^3c^2$  и  $3a^3b^5c^{-4}$  либо оба положительные, либо оба отрицательные. Какое из следующих неравенств в любом случае верное?

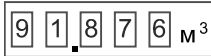
- A:  $ab > 0$       B:  $b < 0$       C:  $c > 0$       D:  $bc > 0$       E:  $a < 0$

10. На прямой по порядку слева направо отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Расстояние между точками  $A$  и  $C$  равно 12 см, а расстояние между точками  $B$  и  $D$  равно 18 см. Найди расстояние между серединами отрезков  $AB$  и  $CD$ .



- A: 15 см      B: 12 см      C: 18 см      D: 6 см      E: 9 см

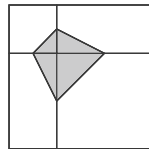
В вопросах 11 - 20 каждый правильный ответ даёт 4 балла



11. В данный момент на счётчике воды показатель 91,876 м³, где все цифры различные. Какое количество воды нужно потребить, чтобы после этого впервые на счётчике снова оказались все различные цифры?

- A: 0,006 м³      B: 0,034 м³      C: 0,086 м³      D: 0,137 м³      E: 1,048 м³

12. Большой квадрат на рисунке поделён на два меньших квадрата и два прямоугольника. Площадь закрашенного в тёмный цвет четырёхугольника равна 3, причём его вершинами являются середины сторон меньших квадратов. Найди площадь незакрашенной в тёмный цвет части большого квадрата.

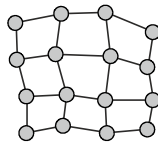


- A: 12      B: 15      C: 18      D: 21      E: 24

13. Найди наибольший общий делитель чисел  $a$  и  $b$ , где  $a = 2^{2021} + 2^{2022}$  и  $b = 3^{2021} + 3^{2022}$ .

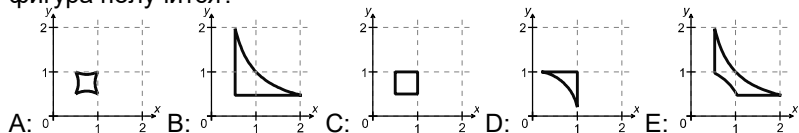
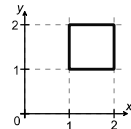
- A:  $2^{2021}$       B: 1      C: 2      D: 6      E: 12

14. На рисунке изображены 16 городов и сеть соединяющих их дорог. В некоторых городах планируют построить электростанции, каждая из которых обеспечит электричеством тот город, в котором она будет построена, а также все соседние города, соединённые с ним одним прямолинейным отрезком дороги. Какое наименьшее число электростанций нужно построить, чтобы все эти города были обеспечены электричеством?



- A: 3      B: 4      C: 5      D: 6      E: 7

15. На координатной плоскости нарисован квадрат (см. рисунок). Если каждую точку  $(x; y)$  этого квадрата заменить точкой  $(\frac{1}{x}; \frac{1}{y})$ , то какая фигура получится?

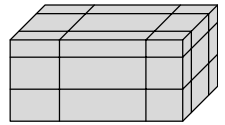


- A:      B:      C:      D:      E:

16. Даны пять чисел, арифметическое среднее которых равно 24. Арифметическое среднее трёх наименьших из них равно 19, а трёх наибольших из них равно 28. Найди среднее по величине число среди данных пяти чисел.

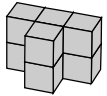
- A: 20      B: 21      C: 22      D: 23      E: 24

17. Прямоугольный параллелепипед, площадь полной поверхности которого равна  $S$ , шестью плоскостями поделены на 27 меньших прямоугольных параллелепипедов так, как показано на рисунке. Найди сумму площадей полных поверхностей полученных 27 меньших прямоугольных параллелепипедов.

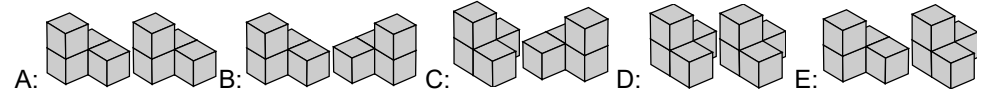


- A:  $2S$       B:  $\frac{5S}{2}$       C:  $3S$       D:  $4S$

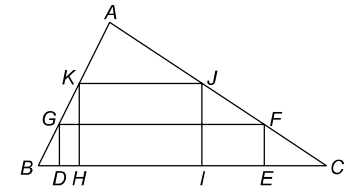
E: среди вариантов ответа A, B, C и D верного ответа нет



18. Из какой пары тел можно составить тело как на рисунке справа?



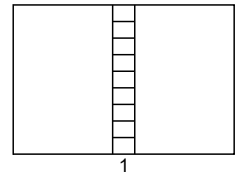
19. Все вершины прямоугольников  $DEFG$  и  $HJK$  лежат на сторонах треугольника  $ABC$  (см. рисунок). Известно, что  $|GF| = 5$ ,  $|KJ| = 3$ ,  $|GD| = 1$  и  $|KH| = 2$ . Найди длину высоты треугольника  $ABC$ , опущенной из вершины  $A$ .



- A: 3      B:  $\frac{7}{2}$       C:  $\frac{8}{3}$       D:  $\frac{16}{5}$

E: среди вариантов ответа A, B, C и D верного ответа нет

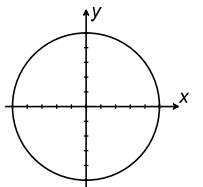
20. Изначальный прямоугольник поделён на 2 больших и 9 маленьких прямоугольников, каждый из которых подобен изначальному (см. рисунок). Найди периметр изначальному прямоугольника, если более длинная сторона маленького прямоугольника равна 1.



- A: 20      B: 24      C: 27      D: 30      E: 36

В вопросах 21 - 30 каждый правильный ответ даёт 5 баллов

21. Дана окружность с радиусом 5 и с центром в точке  $(0; 0)$ . Сколько всего лежит на этой окружности точек, обе координаты которых являются целыми числами?

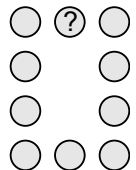


- A: 4      B: 8      C: 12      D: 16      E: 20

22. Сколько всего таких трёхзначных чисел, которые в 5 раз больше произведения своих цифр?

- A: 1      B: 2      C: 3      D: 4      E: 5

23. В каждый круг нужно вставить одно из натуральных чисел от 1 до 10 так, чтобы во всех кругах были различные числа, чтобы сумма четырёх чисел как в левом столбце, так и в правом столбце равнялась 24, и чтобы сумма трёх чисел в нижнем ряду равнялась 25. Какое число окажется в круге со знаком вопроса, расположенном в верхнем ряду?



- A: 2      B: 4      C: 5  
D: 6      E: среди вариантов ответа A, B, C и D верного ответа нет