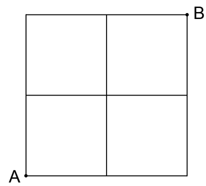
Eesti koolinoorte 61. füüsikaolümpiaad

12. aprill 2014. a. Lõppvoor.

Gümnaasiumi ülesanded (10. - 12. klass)

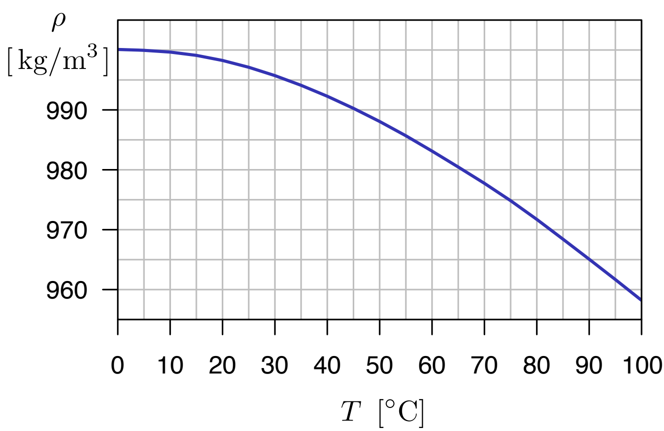
Palun kirjutage iga ülesande lahendus eraldi lehele!



1. (*RUUDUSTIK*) Traadist on valmistatud 2x2 ruudustik (vt joonist), iga väikese ruudu külje takistus on $r = 1\,\Omega$. Leidke punktide A ja B vaheline takistus. (*8 p.*)

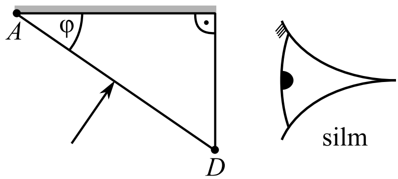
2. (*VIIUL*) Viiuli keelt pikkusega L kaugusel $\frac{3}{7}L$ keele ühest otsast alla vajutades ning lühemal osal poognaga tõmmates kõlab mingi põhisagedusega heli. Samal kaugusel $\frac{3}{7}L$ keelt ainult puudutades (alla vajutamata), on kõlav heli erinev. Milline on nende kahe põhisageduse suhe? (*8 p.*)

3. (*PAISUPAAK*) Maja küttesüsteem sisaldab suurt akumulatsioonipaaki, kus hoitakse ringlevat sooja vett, ning paisupaaki, et kompenseerida vee soojuspaisumist. Paisupaak on fikseeritud ruumalaga anum, millest osa võtab enda alla õhk ning ülejäänu täidab küttesüsteemist pärinev vesi, mis saab vabalt süsteemi ja tagasi voolata. Hetkel, mil kogu vesi oli toatemperatuuril $t_0 = 20\,°\mathrm{C}$, täideti paisupaak suruõhuga nii, et õhu ruumala paagis oli $V_1 = 0{,}080\,\mathrm{m}^3$ ning rõhk $p_1 = 1{,}5\,p_0$, kus $p_0 = 0{,}10\,\mathrm{MPa}$ on atmosfäärirõhk. Kogu süsteemis oleva vee ruumala toatemperatuuril on $V_0 = 1{,}0\,\mathrm{m}^3$.



Torustikus on ka avariiventiil, et vältida torude lõhkemist. Ventiil avaneb, kui rõhk torustikus ületab atmosfäärirõhku $\Delta p = 1{,}2\,p_0$ võrra. Millise temperatuurini saab vett süsteemis soojendada, ilma et avariiventiil avaneks? Metalli soojuspaisumisega mitte arvestada. Vee tiheduse sõltuvus temperatuurist on toodud graafikul. Eeldage, et graafiku kuju ei sõltu rõhust (vaadeldavad rõhumuutused on selleks liiga väiksed). Samuti eeldage, et õhu temperatuur paisupaagis püsib toatemperatuuril t_0. (*8 p.*)

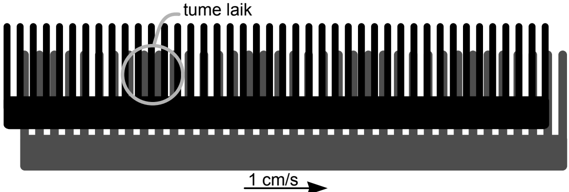
4. (*PERISKOOPPRILLID*) Kui liiga kaua järjest raamatut lugeda, siis võib kael pikast allapoole vaatamisest ära väsida. Selle vältimiseks on välja mõeldud erilised prillid, mille abil saab pead kallutamata alla vaadata. Prillide põhiliseks elemendiks on joonisel kujutatud prisma, mille pealmine tahk on kaetud valgust peegeldava materjaliga. Prisma tipunurk φ on valitud selliselt, et kui prismasse sisenev valguskiir on pinnaga risti, siis on seda ka väljuv kiir. Prisma on tehtud materjalist murdumisnäitajaga $n = 1{,}5$.



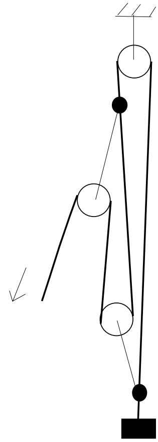
1. Lõigul AD on punktid B ja C, mis jagavad selle kolmeks piirkonnaks: AB, BC ning CD. Sõltuvalt sellest, millisele piirkonnale kiir langeb, on kiire käiguks prismas kolm põhimõtteliselt erinevat võimalust. Tehke joonis kiirte käigust kõigi juhtude jaoks.
2. Leidke nurga φ väärtus.
3. Olgu külje AD pikkus l. Kui kaugel asuvad punktid B ja C tipust A?
4. Miks on prillides üldsegi vaja kasutada suhteliselt keerulist prismaga süsteemi selle asemel, et kiirte kallutamiseks kasutada ühte tasapeeglit?

(*10 p.*)

5. (*KAMMID*) Kaks kammi on asetatud üksteise taha nii, nagu näidatud joonisel. Halli kammi liigutatakse kiirusega $v = 1\,\mathrm{cm/s}$ ning musta kammi hoitakse paigal. Millise kiirusega ja millises suunas liiguvad tumedad laigud? (*10 p.*)

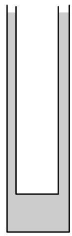


6. (*POLÜSPAST*) Jäälõhesse kukkunud alpinisti väljatõmbamiseks on käepärastest vahenditest (kolm plokki ja nööri-jupid) koostatud polüspast. Lihtsustatud joonisel on jämeda joonega märgitud põhiköis, mille ühes otsas on kukkunu ning teisest otsast vinnatakse. Plokid on peene joonega kujutatud nööri abil kinnitatud mittelibiseva sõlmega (joonisel täidetud ring) põhiköie külge. Leidke polüspasti ülekandetegur nii hõõrdumist arvestamata kui ka eeldusel, et hõõrdumine vähendab jõuülekannet igal plokil 35%. Eeldage, et kõik jõud on vertikaalsed. (*10 p.*)



7. (*SPORTAUTO*) Leidke esirattaveolise sõiduauto maksimaalne kiirendus. Auto mass on m, esi- ja tagarataste telgede vahe b, masskeskme kõrgus h ning masskeskme horisontaalne kaugus tagateljest s. Hõõrdetegur rataste ja maa vahel on μ. (*10 p.*)

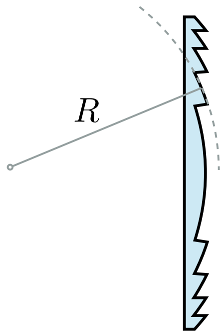
8. (*SILINDRILISED ANUMAD*) Silindriline anum siseraadiusega $R = 30\,\mathrm{mm}$ on täidetud veega. Teine tühi silindriline anum raadiusega $r = 25\,\mathrm{mm}$, mille mass on tühiselt väike, on surutud koaksiaalselt suurema silindri sisse nii, et selle vettesukeldunud osa pikkus $L = 300\,\mathrm{mm}$ (vt joonist). Leidke sisemise silindri kiirendus vahetult pärast seda, kui see vabaks lastakse. Vee pindpinevuse ning viskoossusega arvestada pole tarvis. (*12 p.*)



9. (*TRAATRÕNGAD*) Kaks ühesugust traatrõngast raadiusega R on üksteise vahetus läheduses, rõngaste tasandid on paralleelsed ning rõngad puudutavad üksteist punktides A ja B. Kaarele AB vastav kesknurk on vaadeldaval ajahetkel α. Alumine rõngas on paigal, ülemine pöörleb nurkkiirusega ω ümber punkti A läbiva ning rõngaste tasanditega risti oleva telje. Leidke rõngaste puutepunkti B kiirus antud ajahetkel. (*12 p.*)

10. (*KLAASSILINDER*) Klaassilindri välispinnal märgitakse markeriga punkt. Kui seda silindrit vaadata suurelt kauguselt (hulga suuremalt kui silindri raadius) nii, et punkt paistab läbi silindri selle sümmeetriateljel olevat, siis on lisaks näha veel kahte punkti kujutist. Üks kujutis on näha ühel ja teine teisel pool sümmeetriatelge. Kui silindrit keerata ümber oma sümmeetriatelje, siis teatud hetkel sulavad kaks punkti kujutist kokku ning kaovad ära. Kolmas kujutis jääb alles. Kui silindrit edasi keerata, siis hetkel, kui selle pöördenurk algasendi suhtes on 15°, kaob ka kolmas kujutis, nõnda et markeriga tehtud punkti polegi enam näha. Kui suur on klaasi murdumisnäitaja? (*14 p.*)

E1.(*FRESNELI LÄÄTS*) Määrake Fresneli läätse materjali absoluutne murdumisnäitaja n_f.



Näpunäited: Selles katses kasutatava Fresneli läätse üks pind on tasane ning teine koosneb kaarjatest segmementidest raadiusega R (joonis läbilõikest). Fresneli läätse sakilise pinna võib asendada mõttelise sfäärilise pinnaga, mille kõverusraadius on samuti R, ilma et läätse fookuskaugus sellest muutuks. Tasakumera läätse optiline tugevus avaldub kui $D = (n-1)/R$, kus n on läätse materjali murdumisnäitaja ümbritseva keskkonna suhtes. Üksteisega kokkupuutuvatest optilistest elemetidest koosneva süsteemi optiline tugevus avaldub süsteemi elementide optiliste tugevuste summana.

Vahendid: Fresneli lääts, mõõdulint, vesi (murdumisnäitaja $n_{\text{vesi}} = 1{,}33$), läbipaistev plaat, kuivatuspaber. (*12 p.*)

E2.(*KLOTS*) Määrake seisuhõõrdetegur klotsi ja laua vahel. Laua kallutamine on keelatud.

Vahendid: Tundmatu massiga klots, niit, millimeeterpaber, tuntud massiga koormised. (*12 p.*)

Võib lahendada kõiki ülesandeid. Arvesse lähevad 5 suurima punktide arvu saanud teoreetilist ja 1 eksperimentaalne ülesanne. Eksperimentaalülesande lahendamisel võib kasutada üksnes loetelus toodud vahendeid.
Mõõtemääramatuse hindamist ei nõuta.
Lahendamisaeg on 5 tundi.
Füüsikaolümpiaadi ülesanded ja lahendused asuvad veebis aadressil
http://www.teaduskool.ut.ee/olumpiaadid/fuusikaolumpiaad
http://efo.fyysika.ee

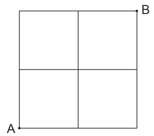
61-я олимпиада школьников Эстонии по физике

12-е апреля 2014-го года. Заключительный тур.

Задачи гимназии (10-12 класс)

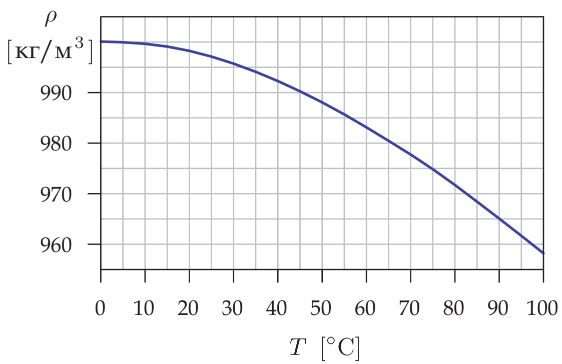
Решение каждой новой задачи начинайте на новом листе!

1. (КЛЕТКИ) Из проволоки изготовлены клетки 2 x 2 (см. рис.), сопротивление стороны каждой маленькой клетки $r = 1$ Ом. Найдите сопротивление между точками A и B. (8 б.)



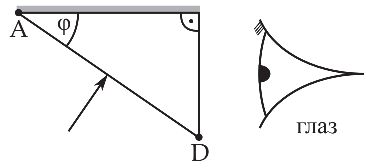
2. (СКРИПКА) Если у скрипки прижать струну длиной L на расстоянии $\frac{3}{7}L$ от одного конца струны и провести смычком по короткой части, то прозвучит звук с какой-то основной частотой. Если же просто дотронуться до струны на том же расстоянии $\frac{3}{7}L$ (не прижимая), то издаваемый звук будет другим. Каково отношение основных частот этих звуков? (8 б.)

3. (РАСШИРИТЕЛЬНЫЙ БАК) Отопительная система дома содержит большой аккумуляционный бак, где находится циркулирующая в системе горячая вода, и расширительный бак, призванный компенсировать тепловое расширение воды. Расширительный бак – это сосуд с фиксированным объёмом, часть которого занимает воздух, а остальное занимает приходящая из отопительной системы вода, которая может свободно входить и выходить из системы. В момент времени, когда вся вода находилась при температуре $t_0 = 20\,^\circ$C, расширительный бак заполнили сжатым воздухом так, что объём воздуха в баке был $V_1 = 0{,}080$ м^3, а давление $p_1 = 1{,}5\,p_0$, где $p_0 = 0{,}10$ МПа – это атмосферное давление. Объём всей воды в системе при комнатной температуре $V_0 = 1{,}0\,$м^3.



В системе также есть защитный клапан, чтобы предотвратить разрыв труб. Клапан открывается, когда давление в системе превышает атмосферное давление в $\Delta p = 1{,}2\,p_0$ раза. До какой температуры можно нагреть воду в системе, чтобы не открылся защитный клапан? Тепловым расширением металла пренебречь. Зависимость плотности воды от температуры приведена на графике. Считать, что форма графика не зависит от давления (рассматриваемые изменения давления слишком малы для этого). Также принять, что температура воздуха в расширительном баке остаётся равной комнатной температуре t_0. (8 б.)

4. (ПЕРИСКОПИЧЕСКИЕ ОЧКИ) Если слишком долго кряду читать книгу, то от долгого наклонённого положения головы может устать шея. Для предотвращения этого выдуманы специальные очки, с помощью которых можно смотреть вниз не наклоняя головы. Основным элементом очков является изображённая на рисунке призма, верхняя грань которой покрыта отражающим свет материалом. Угол при вершине призмы φ выбран таким образом, что если входящий в призму луч света перпендикулярен поверхности, то таковым остаётся и выходящий луч. Призма сделана из материала с коэффициентом преломления $n = 1{,}5$. (10 б.)



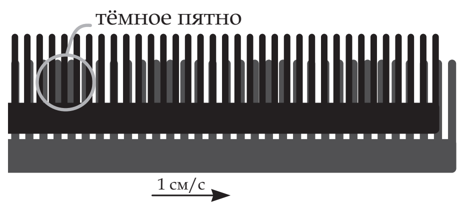
1) На отрезке AD есть точки B и C, которые делят его на три участка: AB, BC и CD. В зависимости от того, на какой участок падает луч, для прохождения луча в призме есть три принципиально разных возможности. Сделайте рисунок прохождения лучей для всех трёх случаев.

2) Найдите величину угла φ.

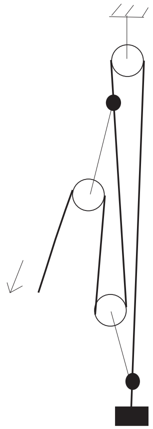
3) Пусть длина стороны AD будет l. На каком расстоянии от вершины A находятся точки B и C?

4) Почему вообще нужно использовать в очках сравнительно сложную систему с призмой, вместо того чтобы использовать для наклонения лучей одно плоское зеркало?

5. (РАСЧЁСКИ) Две расчёски расположены друг за другом так, как показано на рисунке. Серую расчёску двигают со скоростью $v = 1$ см/с, а чёрную расчёску держат на месте. С какой скоростью и в каком направлении будут двигаться тёмные пятна? (10 б.)

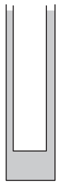


6. (ПОЛИСПАСТ) Для спасения попавшего в ледяную расселину альпиниста из подручных средств (три блока и куски верёвок) был сделан полиспаст. На упрощённом рисунке жирной линией отмечена основная верёвка, на одном конце которой находится пострадавший, а за другой конец его вытаскивают. Другой верёвкой, показанной на рисунке тонкой линией, к основной верёвке с помощью нескользящих узлов (показанных на рисунке заполненными кружками) прикреплены блоки. Найдите коэффициент передачи полиспаста как в случае пренебрежения трением, так и в случае предположения, что трение уменьшает передачу силы на каждом блоке на 35%. Считать, что все силы вертикальные. (10 б.)



7. (АВТОМОБИЛЬ) Найдите максимальное ускорение переднеприводного автомобиля. Масса автомобиля равна m, расстояние между осями передних и задних колёс равно b, высота центра масс равна h, а горизонтальное расстояние от центра масс до задней оси равно s. Коэффициент трения между колёсами и землёй равен μ. (10 б.)

8. (ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ СОСУДЫ) Цилиндрический сосуд с внутренним радиусом $R = 30$ мм наполнен водой. Второй, пустой цилиндрический сосуд радиусом $r = 25$ мм, масса которого пренебрежимо мала, засунут коаксиально в больший цилиндр таким образом, что высота его находящейся в воде части $L = 300$ мм (см. рис.). Найдите ускорение внутреннего цилиндра непосредственно после того, как его перестают удерживать. Поверхностным натяжением воды и вязкостью воды можно пренебречь. (12 б.)

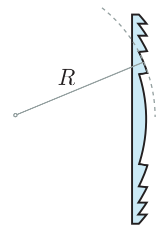


9. (ПРОВОЛОЧНЫЕ КОЛЬЦА) Два одинаковых проволочных кольца с радиусами R находятся друг над другом и соприкасаются в точках A и B так, что плоскости колец остаются параллельными. Центральный угол, соответствующий дуге AB, в рассматриваемый момент времени равен α. Нижнее кольцо находится на месте, верхнее же вращается с угловой скоростью ω вокруг проходящей через точку A и перпендикулярной плоскостям колец оси. Найдите скорость точки соприкосновения B в данный момент времени. (12 б.)

10. (СТЕКЛЯННЫЙ ЦИЛИНДР) На внешней поверхности стеклянного цилиндра маркером отмечают точку. Если смотреть на этот цилиндр с большого расстояния (намного большего, чем радиус цилиндра) так, что точка видится сквозь цилиндр расположенной на оси симметрии цилиндра, то видны изображения ещё двух точек. Одно изображение видно по одну сторону от оси симметрии, другое – по другую. Если цилиндр поворачивать вокруг своей оси симметрии, то, в определённый момент, два изображения сольются и пропадут. Третье же изображение останется. Если поворачивать цилиндр дальше, то, в момент, когда угол его поворота относительно начального положения будет $8{,}5\,^\circ$, пропадёт и третье изображение так, что сделанную маркером точку больше совсем не будет видно. Каков показатель преломления стекла? (14 б.)

E1.(ЛИНЗА ФРЕНЕЛЯ) Определите абсолютный показатель преломления материала линзы Френеля n_f.

Подсказки: В данном опыте используется линза Френеля с одной плоской стороной и с другой стороной, состоящей из зубцов дуговидной формы радиуса R (см. рисунок сечения линзы). Зубчатую сторону линзы Френеля можно заменить на воображаемую сферическую поверхность также радиуса кривизны R, без того чтобы фокусное расстояние линзы от этого изменилось. Оптическая сила плосковыпуклой линзы выражается как $D = (n-1)/R$, где n – это показатель преломления материала линзы относительно окружающей среды. Оптическая сила сложной оптической системы, состоящей из соприкасающихся оптических элементов, выражается как сумма оптических сил входящих в неё элементов.



Оборудование: Линза Френеля, измерительная лента, вода (показатель преломления $n_{\text{вода}} = 1{,}33$), прозначная пластина, бумажное полотенце. (12 б.)

E2.(БРУСОК) Определите коэффициент трения покоя между бруском и столом. Стол наклонять не разрешается.

Оборудование: Брусок неизвестной массы, нить, миллиметровая бумага, гирьки известной массы. (12 б.)

Можно решать все предложенные задачи. В зачёт идут 5 теоретических и 1 экспериментальная задача, набравшие наибольшее количество баллов. При решении экспериментальной задачи можно пользоваться лишь указанным в задаче оборудованием. Время решения 5 часов.

Задачи и решения олимпиады по физике находятся в Интернете по адресу http://www.teaduskool.ut.ee/efo

Eesti koolinoorte 61. füüsikaolümpiaad

12. aprill 2014. a. Lõppvoor.
Gümnaasiumi ülesannete lahendused

1. (*RUUDUSTIK*) Sümmeetria tõttu on ruudustiku kaks tähistamata nurka ja keskpunkt sama potentsiaaliga, mistõttu võid need kolm punkti kokku ühendada. Saadud skeem jaotub ilusti rööp- ja jadaühendusteks, nende abil saame punktide A ja B vaheliseks takistuseks $R = 1{,}5\,\Omega$.

2. (*VIIUL*) Tekkival seisulainel peavad olema sõlmed mõlemas keele võnkuva osa otspunktis, seega võngub alla vajutades osa pikkusega $\frac{3}{7}L$, millele vastab lainepikkus $\lambda_0 = \frac{6}{7}L$. Puudutades võngub kogu keel ning on kolm tingimust — sõlmpunktid on mõlemas otsas ning lisaks puudutatavas punktis. Seega peab sellest punktist mõlemale poole mahtuma täisarv poollainepikkusi. Võnkuvate osade suhe on $\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}$ ehk $\frac{3}{4}$. 3 ja 4 on ühistegurita, Seega peab jääma võnkuvatele pooltele vastavalt 3 ja 4 poollainepikkust. Vaadeldes pikkusega $\frac{3}{7}L$ keele poolt taipame, et $\lambda = \frac{2L}{7}$ ning $\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = 3$.

3. (*PAISUPAAK*) Et avariiventiil avaneks, peab rõhk süsteemis kasvama väärtuseni $p = p_0 + \Delta p = 2{,}2p_0$. Paisupaagis olev õhk on seega kokku pressitud ruumalale $V_2 = V_1 p_1/p$ (gaasi olekuvõrrandist konstantsel temperatuuril), mis tähendab, et vesi sai paisuda ruumala $\Delta V = V_1 - V_2 = \frac{7}{22}V_1$ võrra. See aga moodustab

$$\alpha = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{7}{22}\frac{V_1}{V_0} \approx 0{,}025 = 2{,}5\%$$

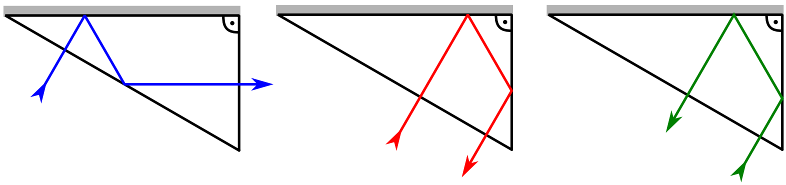
vee algsest ruumalast. Et vee mass jääb samaks, tähendab see tiheduse kahanemist väärtuseni

$$\rho' = \left(\frac{1}{1+\alpha}\right)\rho_0 \approx (1-\alpha)\rho_0 = 975\,\mathrm{kg/m^3}.$$

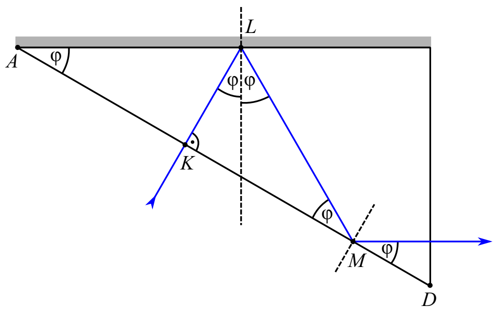
Temperatuuri ja tiheduse sõltuvuse graafikult loeme, et see vastab temperatuurile $t_{\max} = 75\,^\circ\mathrm{C}$.

4. (*PERISKOOPPRILLID*)

1. Kuna sisenevad ja väljuvad kiired on prisma pinnaga risti, siis keskkondade lahutuspiiril nende suund ei muutu. Kui kiir langeb prismale lõigul AB, siis peegeldub see esmalt prisma ülemisel tahul, seejärel alumisel tahul ning väljub prismast läbi parempoolse tahu (vt joonist). Kui kiir langeb prismale lõigul BC, siis peegeldub see ülemisel tahul, siis parempoolsel tahul ning väljub läbi alumise tahu ja ei jõuagi silma. Kui kiir langeb prismale lõigul CD, siis peegeldub see esmalt parempoolsel tahul, seejärel ülemisel tahul ning väljub jällegi läbi alumise tahu.

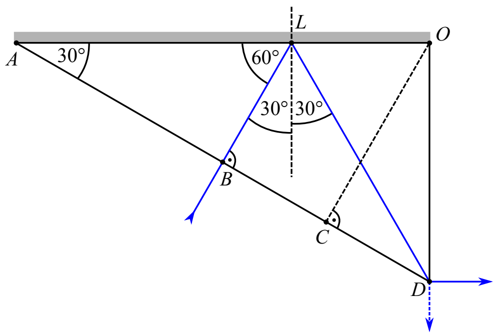


2. Vaatleme kiirt, mis siseneb prismasse lõigul AB. Kuna sisenev kiir on pinnaga risti, siis tekib täisnurkne kolmnurk AKL (vt joonist). Kolmnurga üheks teravnurgaks on φ ja seega on teise teravnurga suurus $90° - \varphi$. Kuna viimane nurk on esimesel peegeldumisel langemisnurga täiendnurgaks, siis on ka langemisnurk φ. Peegeldumisseadusest järeldub, et esimene peegeldumisnurk on samuti φ. Kuna prismast väljuv kiir on paralleelne prisma ülemise tahuga, siis on teisel peegeldumisel peegeldumisdumisnurga täiendnurk ja seega ka langemisnurga täiendnurk φ. Näeme, et täisnurkse kolmurga KLM teravnurgad on φ ja 2φ. Kuna kolmnurga sisenurkade summa on $180°$, siis $\varphi = (180° - 90°)/3 = 30°$.



Märkus: nüüd, kui prisma tipunurk on leitud, saame veenduda, et kui pinnaga risti sisenenud kiir peegeldub prisma alumiselt või parempoolselt tahult, siis on need peegeldumised täielikud. Eelmisest alaülesandest on näha, et nendel juhtudel on langemisnurgaks $90° - \varphi = 60°$. Täieliku sisepeegeldumise piirnurk on $\alpha = \arcsin(1/n) = 42°$. Langemisnurk $60°$ on sellest suurem ehk toimub täielik sisepeegeldumine.

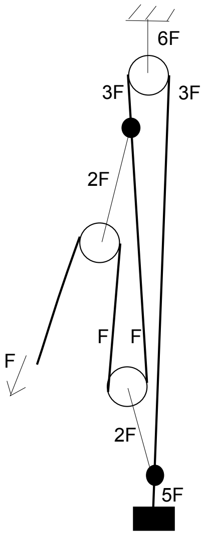
3. Kui kiir siseneb prismasse punktis B, siis läbib väljuv kiir punkti D (vt joonist). *Märkus: väljuva kiire suund pole sel juhul üheselt määratud, kuid see ei oma ülesande lahendamisel tähtsust.* Kasutades eelmises alaülesandes saadud φ väärtust, on näha, et kolmnurgad ABL ja BDL on teineteise peegeldused lõigu BL suhtes (öeldakse, et need kolmnurgad on kongruentsed). Seega on lõikude AB ja BD pikkused võrdsed, millest järeldub, et $|AB| = l/2$. Kui kiir siseneb prismasse punktis C, siis peegeldub see punktis O otse tagasi ning väljub prismast punktis C. Täisnurksetest kolmnurkadest saame, et $|AO| = \cos(30°)|AD|$ ja $|AC| = \cos(30°)|AO|$ ehk punkti C kaugus punktist A on $|AC| = \cos^2(30°)|AD| = \frac{3}{4}l$.

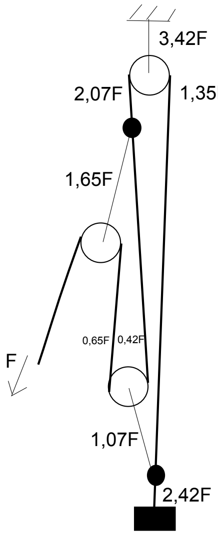


4. Ühe tasapeegli kasutamisel paistab tekst peegelpildis. Seetõttu tuleb teksti õigetpidi nägemiseks kasutada süsteemi, kus toimub paarisarv peegeldusi.

5. (*KAMMID*) Kui hall kamm liigub ühe pii võrra, on uus pilt identne esialgsega ning järelikult on tume laik liikunud ühe “lainepikkuse” võrra. Ühe laikude “lainepikkuse” kohta tuleb 7 halli kammi piide “lainepikkust”, seega liiguvad hallid laigud 7 korda kiiremini kui hall kamm: $v = 7\,\mathrm{cm/s}$.

6. (*POLÜSPAST*) Hõõrdevaba ploki korral on pinge põhiköies jääv, muutub vaid selle suund. Hõõrdega ploki korral osa põhiköie pingest kandub plokile, kusjuures esmases lähenduses alla ja ülesse suunatud hõõrdejõud kompenseerivad üksteist. Tasakaalutingimuse rahuldamiseks peab ploki kinnituse pinge olema võrdne plokki läbiva põhiköie pingete summaga. Mittelibisevate sõlmede korral peab alla ja ülesse suunatud pingete vahel valitsema tasakaal. Lahendamist on mugav alustada kui määrata päästja poolseks tõmbejõuks F ning alustada sellest otsast polüspasti läbimist. Hõõrdevabal juhul on jõuülekanne $\frac{5}{1}$, hõõrde korral $\frac{2{,}4}{1}$.





7. (*SPORTAUTO*) Minnes üle autoga seotud mitteinertsiaalsesse taustsüsteemi, tuleb lisada veojõule F_v vastassuunaline arvväärtuselt võrdne inertsiaaljõud F_i, mis rakendub masskeskmele. Olgu toereaktsioonid esiteljel N_1 ja tagateljel N_2. Jõudude võrrandid: $F_v = \mu N_1$, $F_v = F_i$, $N_1 + N_2 = mg$, $ma = F_v$. Saame kirja panna ka jõumomentide võrrandi tagatelje jaoks $F_i h + N_1 b - mgs = 0$. Lahendades võrrandisüsteemi saame $a = \frac{gs}{h+\frac{b}{\mu}}$.

8. (*SILINDRILISED ANUMAD*) Kui tühi anum kerkib vahemaa x võrra, siis tema all vabaneb ruumala $\pi r^2 x$, mille täidab silindritevahelisest ruumist pärit vesi. Vajugu nivoo vahemaa y võrra; ruumalade võrdsuse tõttu $\pi r^2 x = \pi(R^2 - r^2)y$, seega

$$y = x\frac{r^2}{R^2 - r^2}.$$

Kui $x \ll L$, siis süsteemi potentsiaalne energia väheneb vee ülevalt alla ümberpaigutumise tõttu suuruse

$$E_p = g\rho\pi r^2 x L$$

võrra. Energia balansis võime ignoreerida sisemise silindri otsa juures toimuva vee liikumise kineetilist energiat, kuna selles osaleva vee hulk on väga väike võrreldes langeva vee hulgaga. Seetõttu vee kineetiline energia

$$E_k = \frac{1}{2}\rho\pi(R^2 - r^2)L\dot{y}^2,$$

kus $\dot{y}$ tähistab y tuletist aja järgi. Võttes energia jäävuse seadusest $gr^2x = \frac{1}{2}(R^2 - r^2)\dot{y}^2$ tuletise aja järgi leiame

$$gr^2\dot{x} = (R^2 - r^2)\dot{y}\ddot{y}.$$

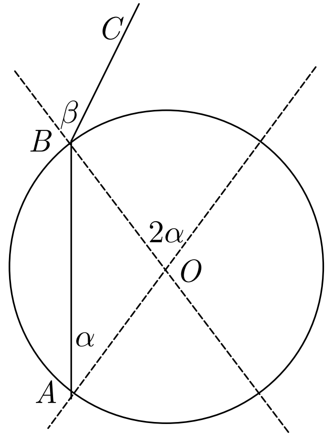
x ja y vahelise seose tõttu kehtib võrdus $r^2\dot{x} = (R^2 - r^2)\dot{y}$, mistõttu

$$\ddot{y} = g \Rightarrow \ddot{x} = g\frac{R^2 - r^2}{r^2} \approx 4{,}3\,\mathrm{m/s^2}.$$

9. (*TRAATRÕNGAD*) Läheme süsteemi, mis pöörleb nurkkiirusega $\omega/2$; seal on näha, et lõikepunkt ei pöörle vaid liigub radiaalselt. Seega laboratoorses süsteemis on selle nurkiirus $\omega/2$; sellise nurkkiirusega pöörleb kõõl AB; et kesknurk on kahekordne piirdenurk, siis raadius OB (kus O on seisva rõnga keskpunkt) pöörleb nurkkiirusega ω ning järelikult on lõikepunkti kiirus samaselt võrdne ωR-ga.

10. (*KLAASSILINDER*) Tähistame märgitud punkti A-ga ning murdugu sealt lähtunud kiir punktis B nii, et suundub eemale läbi punkti C, vt joonis. Sihi BC suunast kaugelt vaadatuna näeme tumeda punkti asukohana punkti B. Uurime, kuidas sõltub kiire BC levikusuund, mida kirjeldame AO ja BC vahelise nurga $2\alpha - \beta$ abil, kiire algsest levikusuunast α:

$$2\alpha - \beta = 2\alpha - \arcsin(n \sin \alpha).$$



Silindri algasendi korral $2\alpha - \arcsin(n \sin \alpha) = 0$, mille üks lahend $\alpha = 0$ annab keskmise näiva punkti ning kaks külgmist tumedat punkti vastavad võrrandi $\sin(2\alpha) = n \sin \alpha$ ülejäänud lahenditele vahemikus $-45° < \alpha < 45°$. Kui pöörata nüüd silindrit nurga δ võrra, siis vastavad näivad punktid võrrandi

$$2\alpha - \arcsin(n \sin \alpha) = \delta$$

lahenditele. Võrrandi vasakul pool on funktsioon, mis väikeste nurkade puhul käitub kui $(2-n)\alpha$; suuremate nurkade puhul teise liidetava suhteline mõju kasvab. Seega juhul $2 > n$ on tegemist väikeste nurkade puhul kasvava funktsiooniga, mis läheb suuremate nurkade puhul üle kahanevaks; Juhul $2 < n$ on see aga monotoonselt kahanev funktsioon. Kuivõrd $\delta = 0$ puhul on kolm lahendit, siis peab olema tegemist esimese juhtumiga, $2 > n$. Nende pöördenurkade δ puhul, mis on suuremad selle funktsiooni lokaalsest maksimumist, on võrrandil vaid üks lahend. Funktsioon saavutab globaalse maksimumi täieliku sisepeegelduse piirjuhul

$$n \sin \alpha = -1,$$

mis annab pöördenurga

$$90° - 2 \arcsin \frac{1}{n} = 15° \Rightarrow n = 1/\sin 37{,}5° = 1{,}64.$$

E1.(*FRESNELI LÄÄTS*) Määrame läätse fookuskauguse.

$$\frac{1}{f_L} = D_L = \frac{(n-1)}{R}$$

Täidame läätse hammastatud poole ja läbipaistva plaadi vahe veega, mille tulemusena saame liitläätse. Nüüd määrame selle liitläätse fookuskauguse.

lahutame selle kaheks lähedal asetsevaks iseseisvaks läätseks, kus negatiivse vesiläätse optiline tugevus on

$$\frac{1}{f_v} = D_v = \frac{(n_v-1)}{-R}$$

Selle läätsesüsteemi optiline tugevus ja fookuskaugus on

$$\frac{1}{f_s} = D_s = D_L + D_v = \frac{(n-1)}{R} + \frac{(n_v-1)}{-R} = \frac{(n-n_v)}{R}$$

Seega

$$\frac{1}{f_L} = \frac{(n-1)}{R} \quad ja \quad \frac{1}{f_s} = \frac{(n-n_v)}{R}$$

Lahendame süsteemi ja avaldame murdumisnäitaja

$$n = \frac{n_v \cdot f_s - f_L}{f_s - f_L}$$

Kui $f_s = 0{,}43\,\mathrm{m}$ ja $f_L = 0{,}15\,\mathrm{m}$, siis $n = 1{,}507$

Märkus: Kaugete objektide puudumisel peaks fookuskauguse täpseks määramiseks kasutama läätse valemit

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{k}$$

kus f on fookuskaugus, a esemekaugus läätsest ning k kujutise kaugus läätsest.

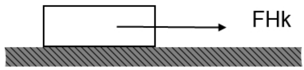
E2.(*KLOTS*)

Idee 1

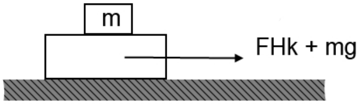
Niidi poolt avaldatav jõud on tõmbejõud, mis avaldub tõmbesihis.

Idee 2

Klotsi hõõrdeteguri määramine koormata (või vähekoormatud klots)



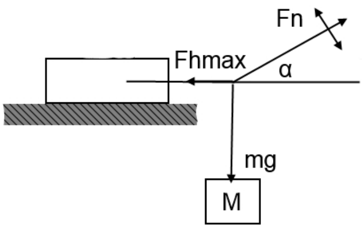
Eelmise katse klotsile on lisatud koormis massiga M.



$$F_{H_{k+mg}} - F_{H_k} = \mu mg \quad => \quad \mu = \frac{F_{H_{(k+mg)}} - FH_k}{mg}$$

Idee 3

Mõõdame jõudu. Jõudu, millegamõjutame klotsi saab muuta muutes niidi tõmbenurka α ja hoides klotsilt tuleva niidi horisontaalse.



$$\frac{mg}{F_{H_{max}}} = \tan\alpha \quad => \quad F_{H_{max}} = \frac{mg}{\tan\alpha}$$

Märkused:

Paremini saab hõõrdejõudu mõõdetud, kui nurk α asub vahemikus $20° - 70°$, milleks tuleb valida sovibad koormised.

μ määramise täpsus on suurem siis kui juurdelisatav koormis on suur.

Kuna μ oli väike, sai parima tulemuse kui niidi otsas oli vähim mass ja/või klots algselt lisa koormaga.

NB! Lahendusvariandid, mis sisaldavad niidi hõõret üle laua serva saavad maksimaalselt 6 punkti.