Eesti koolinoorte 63. füüsikaolumpiaad

9. aprill 2016. a. Vabariiklik voor.
Põhikooli *ülesannete lahendused*

1. (*HÕBETATUD LÄÄTS*) (*6 p.*) Kui läätse kumer pind on hõbetatud, siis kehale langev valgus läbib kumerläätse, peegeldub nõguspeeglilt ja läbib uuesti kumerläätse. Seega süsteemi optiline tugevus on $D = D_1 + D_2 + D_1$.
Nõguspeegli fookuskaugus on pool kõverusraadiusest, seega on see 25 cm ja optiline tugevus 4 dpt. Kogu süsteemi optiline tugevus on seega 6 dpt.

2. (*LENNUK*) (*8 p.*) Oletame, et tuul puhub linna B poolt. Aeg, mis kulub edasi-tagasi sõiduks on

$$t_p = t_1 + t_2 = \frac{s}{v-u} + \frac{s}{v+u} = \frac{2sv}{v^2 - u^2}$$

Kui tuul on risti lennusihiga, on lennuki tegelik kiirus $v_t = \sqrt{v^2 - u^2}$ ja lennuaeg

$$t_r = \frac{2s}{\sqrt{v^2 - u^2}}$$

Võttes kahe ajavahemiku jagatise saame

$$\frac{t_p}{t_r} = \frac{v}{\sqrt{v^2 - u^2}} \quad \Rightarrow \quad t_p = 1{,}026 t_r$$

3. (*MÕÕTEPIIRKOND*) (*8 p.*) Mõõteriist ja takisi on ühendatud rööbiti. Voolutugevus milliampermeetris avaldub seosega

$$I_A ? \frac{U}{R_A}$$

Voolutugevuse takistis saame avaldada

$$I_t = I - I_A = \frac{U}{R_t}$$

Kuna pinge on nii mõõteriista kui ka takisti klemmidel sama suurusega, siis

$$\frac{I - I_A}{I_A} = \frac{R_A}{R_t}$$

millest mõõdetud voolutugevuseks saame

$$I = \frac{I_A(R_t + R_A)}{R_t}$$

Takisti takistuse arvutame seosest

$$R_t = \rho\frac{4l}{\pi d^2} = 0{,}032\,\Omega$$

Seega mõõdetus voolutugevus on

$$I = \frac{35\,\mathrm{mA}(0{,}032\,\Omega + 3\,\Omega)}{0{,}032\,\Omega} = 3316\,\mathrm{mA}$$

Ampermeetri mõõtepiirkond on

$$\frac{3316\,\mathrm{mA}}{35\,\mathrm{mA}} \cdot 50\,\mathrm{mA} = 4737\,\mathrm{mA} = 4700\,\mathrm{mA}$$

4. (*JÄÄST KUUP*) (*8 p.*) Soojusvahetus lõpeb siis, kui veeaur on kondenseerunud ning jahtunud 0 °C. Veeauru kondenseerumiselt eraldunud soojushulk $Q_1 = L_m a$ ning veeauru jahtumisel eraldumnud soojushulk $Q_2 = cm_a\Delta T$ lähevad jää sulatamiseks $Q_j = Q_1 + Q_2$. Sulanud jää massi m_j leidmiseks saame kirja panna võrrandi

$$\lambda m_j = Lm_a + cm_a\Delta T \quad \Rightarrow \quad m_j = \frac{Lm_a + cm_a\Delta T}{\lambda} = 80\,\mathrm{g}$$

Jääst kuubikus olev tühimik suureneb seega ruumala V võrra

$$V = \frac{m_j}{\rho_j} = \frac{Lm_a + cm_a\Delta T}{\lambda\rho} \approx 89\,\mathrm{cm}^3$$

Tühimiku ruumala on seega $100\,\mathrm{cm}^3 + 89\,\mathrm{cm}^3 = 189\,\mathrm{cm}^3$.

5. (*KAJALOOD*) (*10 p.*) Seisvast allveelaevast kiiratud heliimpulss läbib ajavahemiku t_0 jooksul vahemaa $s = vt_0$. Kui allveelaev sukeldub, läbib allveelaev sama ajavahemiku jooksul vahemaa $s_1 = ut_0$, seega heliimpulsi poolt läbitud vahemaaks kujuneb

$$s_2 = s - s_1 = vt_0 - ut_0.$$

Põhjast tagasipeegeldunud heliimpulss liigub allveelaeva suhtes kiirusega $v + u$, seega registreerib vastuvõtja heliimpulsi ajavahemiku t jooksul , mis võrdub

$$t = \frac{vt_0 - ut_0}{v + u}.$$

Siit saame laeva laskumiskiiruseks

$$u = \frac{v(t_0 - t)}{t_0 + t}.$$

6. (*SOOJUSVAHETI*) (*10 p.*) Nafta jahtumisel eraldunud soojus läheb vee soojendamiseks - $Q_{nafta} = Q_{vesi}$

$$m_n c_n \Delta t_n = m_v c_v \Delta t_v \quad \Rightarrow$$

$$\rho_n V_n c \Delta t_n = \rho_v V_v \Delta t_v \quad \Rightarrow \quad \Delta t_v = \frac{\rho_n V_n c \Delta t_n}{\rho_v V_v} \approx 64\,^\circ\mathrm{C}$$

Seega väljub vesi soojusvahetist temperatuuriga $T = 64\,^\circ\mathrm{C} + 10\,^\circ\mathrm{C} = 74\,^\circ\mathrm{C}$.

7. (*GLÜTSERIIN TORUS*) (*10 p.*) Küünla alumise põhja pindala $S_{ka} = \frac{\pi d^2}{4}$

Toru ristlõikepindala $S_t = \frac{\pi d^2}{4}$

Küünla veega kokkupuutuva ülemise põhja pindala $S_{kü} = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$

Glütseriin ei voola välja, kui teeküünal püsib paigal, ehk sellele alla ja üles mõjuvad jõud on taakaalus. Jõudude tasakaal avaldub kujul $F_G + F_{vü} + mg = F_{va}$,

kus F_G - glütseriini rühumisjõud küünla ülemisele põhjale,

$F_{vü}$ - vee rõhumisjõud küünla ülemisele pinnale,

mg - küünlale mõjuv raskusjõud,
F_{va} - küünla alumisele põhjale mõjuv vee rõhumisjõud:

$$F_G = \rho_G g h S_t = \rho_G g h \frac{\pi d^2}{4}$$

$$F_{vü} = \rho_v g H \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

$$mg = \frac{\pi D^2}{4} h_k g \rho_k$$

$$F_{va} = \rho_v g (H + h_k) \frac{\pi D^2}{4}$$

Tehes teisendused, saame

$$H = \frac{\rho_G h d^2 + h_G D^2(\rho_k - \rho_v)}{\rho_v d^2} = 5{,}65\,\mathrm{cm}.$$

8. (*PIDURDUS*) (*12 p.*) Olgu auto mass m ning pidurdusjõud F. Auto kineetiline energia kulub pidurdusjõu ületamiseks ning potentsiaalse energia muuduks. Ülesmäge sõites

$$\frac{mv^2}{2} = Fs_1 + mg\Delta h_1$$

. Kõrguse muut ning auto poolt läbitud teepikkus on omavahel seotud avaldisega $\Delta h_1 = ks_1$, seega

$$\frac{mv^2}{2} = (F + mgk)\, s_1.$$

Allamäge sõites kehtib analoogiliselt

$$\frac{mv^2}{2} = (F - mgk)\, s_2.$$

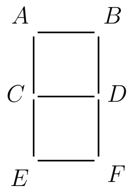
Vasakute poolte võrdsusest järeldub paremate poolte võrdsus

$$(F + mgk)\, s_1 = (F - mgk)\, s_2 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{s_2 + s_1}{s_2 - s_1} mgk.$$

Kiiruse jaoks saame energia jäävusest avaldise

$$v = \sqrt{2gks_1 \left(\frac{s_2 + s_1}{s_2 - s_1} + 1\right)} = \sqrt{4gk \frac{s_1 s_2}{s_2 - s_1}} = 14\,\mathrm{m/s} = 50{,}4\,\mathrm{km/h}.$$

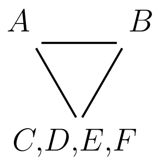
9. (*KAHEKSA*) (*12 p.*) Skeemi vaadates pakume, et kõige väiksem takistus on punktide C ja D vahel, kuna nende vahel on otseühendus ühe takistiga ja veel lisaks rööbiti kaks haru. Paralleelsete ühenduse korral on kogutakistus väiksem kõige väiksema haru takistusest ehk antud juhul peab see tulema väiksem kui R. Arvutame selle takistuse välja:



$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{3R} \quad \rightarrow \quad R_{CD} = \frac{3}{5}R.$$

Kõik teised kaks punkti, mida saame valida, sisaldavad ühte nurgapunkti. Et vältida sama takistuse mitu korda analüüsimist ja kuna kujund on igast nurgast vaadatuna samasugune, vaatleme takistusi punkti A ja teiste punktide vahel.

Takistuste hindamiseks asendame takistid R_{CD}, R_{CE}, R_{EF} ja R_{DF} nulltakistite ehk lihtsalt juhtmetega. Vastavalt vihjele niiviisi tehes kogutakistus kahe suvalise punkti vahel ei lähe suuremaks. Sisuliselt ühendame punktid C, D, E ja F kokku ning saame järgmise skeemi: Sellelt skeemilt näeme, et mõõtes kogutakistust A ja suvalise teise punkti X vahel, on meil alati rööbiti takistused R ja $2R$ ning takistus tuleb sama. Seega tähistame teist punkti X-ga. Uuel skeemil tuleb kogutakistuseks



$$\frac{1}{R'_{AX}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} \quad \rightarrow \quad R'_{AX} = \frac{2}{3}R.$$

Näeme, et

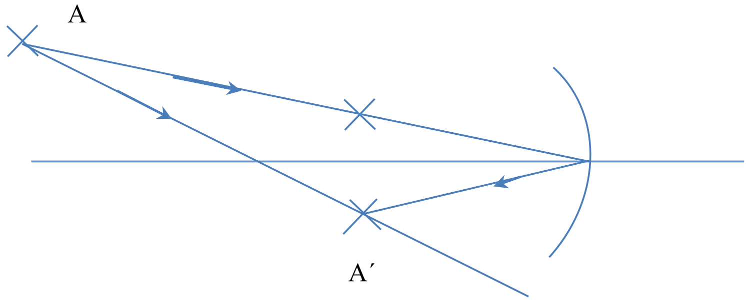
$$R'_{AX} = \frac{2}{3}R = \frac{10}{15}R > \frac{9}{15}R = \frac{3}{5}R = R_{CD} \quad \rightarrow \quad R'_{AX} > R_{CD}.$$

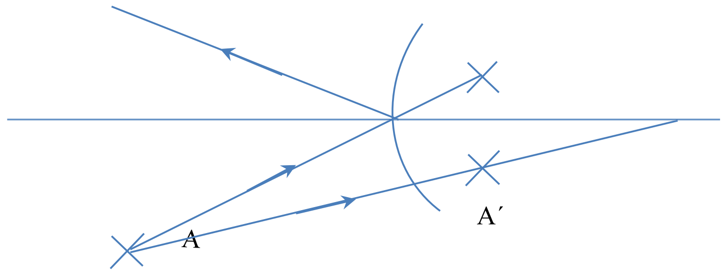
Kuna vihje järgi on takistus R'_{AX} väiksem või võrdne kogutakistusega R_{AX} punkti A ja vastava punkti vahel originaalses skeemis (sest vähendasime osasid takistusi nullini), saame, et

$$R_{AX} \geq R'_{AX} > R_{CD} \quad \rightarrow \quad R_{AX} > R_{CD}.$$

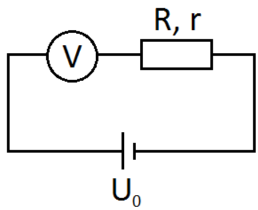
Seega oleme tõestanud, et punktide C ja D vahel mõõdetud takistus R_{CD} on kõige väiksem.

10. (*SFÄÄRILISED PEEGLID*) (*12 p.*) Konstrueerime kujutise punktiga sümmeetrilise punkti teisel pool optilist telge. Valguspunktist tulnud kiir läbib seda punkti ja peegeldudes peegli lagipunktilt läbib kujutise punkti. Teiseks kiireks on kiir, mis läbib eseme, kujutise ja peegli optilise keskpunkti ning peegeldub peeglilt sama teed tagasi.





E1. (*TAKISTID*)(*10 p.*) Ühendame kõigepealt patarei voltmteetriga ja mõõdame patarei pinge U_0 (näidiskatses saime $U_0 = 4{,}9\,\mathrm{V}$).



Nüüd leiame voltmeetri takistuse. Selleks ühendame voltmeetri *jadamisi* patarei ja tuntud takistiga $R = 5{,}6\,\mathrm{k\Omega}$. Mõõdame voltmeetri pingeks U_1 (näidiskatses $U_1 = 2{,}2\,\mathrm{V}$). Pinge takistil on seega $U_R = U_0 - U_1$, vool $I_1 = \frac{U_R}{R}$ ning voltmeetri takistuseks saame

$$R_V = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_1 R}{U_R} = \frac{U_1 R}{U_0 - U_1} = 4{,}5\,\mathrm{k\Omega}.$$

Lõpuks leiame tundmatu takisti takistuse r. Nüüd ühendame voltmeetri jadamisi patarei ja tundmatu takistiga. Mõõdame voltmeetri pingeks U_2 (näidiskatses $U_2 = 3{,}1\,\mathrm{V}$). Sarnaselt eelmise skeemiga leiame takisti takistuseks

$$r = \frac{(U_0 - U_2)R_V}{U_2} = 2{,}6\,\mathrm{k\Omega}.$$

E2.(*PLIIATS*)(*12 p.*) Asetame pliitasi mõõtesilindri nii, et ta ujuks. Fikseerime ruumala muutuse ΔV_0. Pliiatsi mass võrdub väljatõrjutud vedeliku massiga, seega $m = \rho_v \Delta V_0$.
Pliiatsi ruumala leidmisel paneme tähele, et meil vett ei ole piisavalt, et pliiatsit tervenisti uputada. Küll aga me saame teda uputada kahest erinevast otsast, märkides pliiatsil koha, milleni uputame. Mõõtesilindri abil mõõdame ΔV_1 ja ΔV_2. Pliiatsi ruumala seega $V = \Delta V_1 + \Delta V_2$. Tiheduseks saame

$$\rho = \rho_v \frac{\Delta V_0}{\Delta V_1 + \Delta V_2}$$