Eesti koolinoorte 69. füüsikaolümpiaad

12. veebruar 2022. a.

***Gümnaasiumi** ülesannete lahendused (10.–12. klass)*

Eessõna

Allpool on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). **Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumpunktidega.** Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem, juhindudes võimalusel juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid:

- numbriline arvutusviga — 0,5 p;
- viga teisendustes — 0,5 p (märgi jms väiksem viga) või 1 p (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada;
- kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga;
- üksik viga lähtevalemis — 0,5 p (kui märgiviga) kuni 50% (sisuline viga).

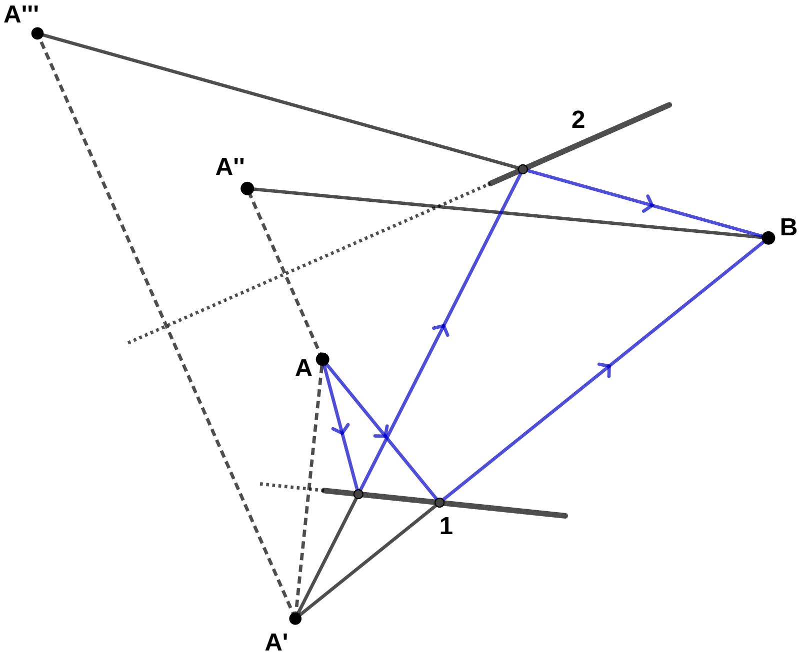
1. (*PEEGEL PEEGLIS*) (*6 p.*) *Autor: Richard Luhtaru*

Konstrueerime Arvo kujutise peeglis 1 (A'), peeglis 2 (A'') ja punkti A' kujutise peeglis 2 (A'''). Breti nägemiseks on kaks võimalust. Esimene võimalus on ainult peegli 1 kaudu, kiirte käigu saame konstrueerida lõigu $A'B$ abil. Teine võimalus on peegli 1 ja seejärel peegli 2 kaudu, kiirte käigu saame konstrueerida lõigu $A'''B$ abil. Ainult peeglist 2 pole võimalik Bretti näha, sest $A''B$ ei lõiku peegliga 2. Samuti pole peeglist 2 võimalik näha peeglit 1, seega rohkem võimalusi pole.

Hindamsskeem:

- Konstrueeritud A kujutis peeglis 1 (või B kujutis peeglis 1) — [**1 p**]
- Leitud kiirte käik ühekordse peegeldusega peeglis 1 — [**1 p**]
- Konstrueeritud A kahekordne kujutis (või B kahekordne kujutis) — [**1 p**]
- Leitud kiirte käik kahekordse peegeldusega — [**2 p**]
- Joonise abil põhjendatud, miks ühekordne peegeldus peeglis 2 ei sobi — [**1 p**]

Märkus: Noolte suund kiirte peal pole oluline. Nooli pole vaja, kui kiirte käigud eristuvad selgelt muudest (abi)joontest.



2. (*JUHE*) (*8 p.*) *Autor: Jaan Kalda*

$P = V_0^2/R$ [**1 p**], millest $R = V_0^2/P = 26{,}45\,\Omega$ ([**1 p**] — punkti teenimiseks pole takistust arvuliselt vaja leida, piisab õigest valemist R jaoks). Leiame vasktraadist juhtme takistuse $r = 2L\rho/S$ ([**2 p**]; kui tegur 2 puudub, siis [**1 p**]). Vool juhtmes $I = V_p/(R+r) = 1{,}36\,\mathrm{A}$ ([**2 p**]; kui nimetajas pole takistuste summa, vaid R või r üksikult, siis [**0 p**]; arvuliselt leida pole vaja) ning juhtmes eralduv võimsus $P_j = rI^2 = rV_p^2/(R+r)^2 \approx 101\,\mathrm{W}$ (valem $P_j = rI^2$ — [**1 p**]; NB! punkti teenimiseks peab siin olema **õige** takistus r, kuid punkti saab ka siis, kui r-i avaldises on tegur 2 puudu; arvuline **õige** väärtus 101 W — [**1 p**]).

3. (*LIUMÄGI*) (*8 p.*) *Autor: Kaarel Kivisalu*

Lahendus 1: Kalpinna pikkus on $h/\sin\alpha$ [**0,5 p**]. Horisontaalse pinna pikkus on $l - h/\tan\alpha$ [**0,5 p**]. Hõõrdejõud kaldpinnast alla lastes on $F = \mu g \cos\alpha$ [**2 p**]. Energia jäävus (potentsiaalse energia muut on võrdne hõõrdejõu tööga):

$$mgh = \mu mg\cos\alpha \cdot \frac{h}{\sin\alpha} + \mu mg \cdot \left(l - \frac{h}{\tan\alpha}\right). \quad [\mathbf{4\ p}]$$

Järelikult $\mu = h/l$ [**1 p**].

Lahendus 2: Kiirendus kaldpinnast alla lastes on $a_1 = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha$ [**2 p**]. Kalpinna pikkus on $h/\sin\alpha$ [**0,5 p**]. Järelikult kiirus kaldpinna lõpus on

$$v = \sqrt{\frac{2a_1 h}{\sin\alpha}}. \quad [\mathbf{1{,}5\ p}]$$

Horisontaalse pinna pikkus on $l - h/\tan\alpha$ [**0,5 p**]. Kuna üleminek kaldpinnalt horisontaalsele pinnale on sujuv, siis kiirus ei muutu. Kiirendus horisontaalsel pinnal on $a_2 = -\mu g$. Kuna liumäe lõpus peab alla lastes seisma jääma, siis

$$v = \sqrt{-2a_2\left(l - \frac{h}{\tan\alpha}\right)}. \quad [\mathbf{1{,}5\ p}]$$

Järelikult

$$2\mu g\left(l - \frac{h}{\tan\alpha}\right) = \frac{2h(g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha)}{\sin\alpha}, \quad [\mathbf{1\ p}]$$

võrrantit lihtsustades saame, et $\mu = h/l$ [**1 p**].

4. (*KAKS TUBA*) (*8 p.*) *Autor: Jarl Patrick Paide*

Olgu mõlemas toas algne kütteallikas võimsusega N [**0,5 p**]. Olgu toas, kus on lisaks kütteallikas võimsusega P temperatuur T_0, teises toas temperatuur T_1 ja väljas temperatuur T_2. Süsteem on tasakaalus kui $T_0 > T_1 > T_2$ [**0,5 p**]. Paneme kirja võrrandi mõlema toa jaoks kus paremal pool on toast lahkuv soojus ja vasakul pool tuppa sisenev soojus.

$$N + P = 3k(T_0 - T_2) + k(T_0 - T_1), \quad [\mathbf{2\ p}]$$
$$N + k(T_0 - T_1) = 3k(T_1 - T_2). \quad [\mathbf{2\ p}]$$

Siit saame avaldada temperatuurivahe $T_0 - T_1 = \frac{P}{5k}$ [**3 p**].

5. (*SATELLIITTELEVISIOON*) (*8 p.*) *Autor: Krister Kasemaa*

Leiame geostatsionaarse orbiidi raadiuse. Sateliidile mõjuvad jõud on tasakaalus:

$$\begin{aligned} \frac{GMm}{r_{\text{orbiit}}^2} &= \frac{mv^2}{r_{\text{orbiit}}} \\ \Longrightarrow \frac{GM}{r_{\text{orbiit}}} &= \left(\frac{2\pi r_{\text{orbiit}}}{T}\right)^2 \\ \Longrightarrow r_{\text{orbiit}}^3 &= T^2\frac{GM}{4\pi^2}. \end{aligned}$$

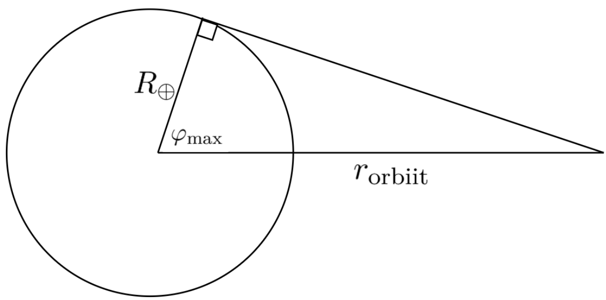
Maakera pinnal aga kehtib mingi suvalise massi m jaoks:

$$\begin{cases} F = \frac{GMm}{R_\oplus^2}, \\ F = mg. \end{cases}$$

Seega, $GM = gR_\oplus^2$. Asendades saadud seose orbiidi raadiuse valemisse, saame:

$$\begin{aligned} r_{\text{orbiit}}^3 &= T^2\frac{gR_\oplus^2}{4\pi^2}, \\ \Longrightarrow r_{\text{orbiit}} &\approx 42\,148\,\text{km}. \end{aligned}$$

Maksimaalsel sateliittelevisiooni võimaldaval laiuskraadil on sateliiti ja maakera ühendav sirge maakera puutujaks sellel maksimaalsel laiuskraadil. Seega saame seose:



$$\varphi_{\text{max}} = \arccos\left(\frac{R_\oplus}{r_{\text{orbiit}}}\right) = 81{,}3^\circ$$

Hindamisskeem:

- Geostatsionaarse orbiidi raadiuse tuletamine — [**3 p**].
- Seose $GM = gR_\oplus^2$ kasutamine — [**1 p**].
- Olukorda õigesti demonstreeriva joonise koostamine — [**2 p**].
- Joonise abil maksimaalse laiuskraadi arvutamine, millel on satelliittelevisiooni kasutamine võimalik — [**2 p**].

Märkus: Kui joonist pole, aga õpilase loogika maksimaalse satelliittelevisiooni võimaldava nurga leidmiseks on selge, võib ka joonise puudumisel kahe viimase lahenduse sammu eest kokku [**4 p**] anda.

6. (*DOOMINO*) (*8 p.*) *Autor: Päivo Simson*

$$\tau = \frac{d}{u}. \qquad [\mathbf{1\ p}]$$

Sellel hetkel peab kuulike olema kõrgemal kui doominoklotsi kõrgus h, et mitte klotsi ümber lükata. Vähimale kiirusele vastab pikim võimalik liikumise aeg [**1 p**]. On selge, et selleks peab kuulike pärast põrget uuesti tõusma kõrgusele H ja seejärel langema klotsini jõudmise hetkeks mitte madalamale kui h [**1 p**]. Kõrguselt H kukkumise aja t_1 saame leida seosest $H = gt_1^2/2$, mis annab

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}. \qquad [\mathbf{1\ p}]$$

Sama aeg kulub ka pärast põrget uuesti kõrgusele H tõusmiseks. Kõrguselt H kõrgusele h langemiseks kulub aeg

$$t_2 = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}. \qquad [\mathbf{1\ p}]$$

Kokku kulub klotsi ülemise servani jõudmiseks aeg $2t_1 + t_2 = \tau = d/u$ [**1 p**]. Siit saame pärast lihtsustamist minimaalseks kiiruseks

$$u = \frac{d\sqrt{g}}{2\sqrt{2H} + \sqrt{2(H-h)}}. \qquad [\mathbf{1\ p}]$$

7. (*PLASTILIIN*) (*10 p.*) *Autor: Taavet Kalda*

Peale esimest kokkupõrget nihkub plaadi tasakaaluasend mg/k võrra allapoole ning plaat hakkab uue tasakaaluasendi ümber teatud amplituudiga võnkuma (amplituudi väärtust pole punktide saamiseks vaja leida) [**3 p**]. Kuna plaadi mass on plastiliini massiga võrreldes tühine, omandab plaat kokkupõrke hetkel impulsi jäävuse tõttu sama kiiruse nagu plastiliin, seega plaadi kiirus on energia jäävusest $v_0 = \sqrt{2gh}$ (v_0 avaldist pole punktide saamiseks vaja leida). Energia jäävusest järeldame, et plaadi kiirus on samuti v_0 siis, kui teine plastiliinitükk plaadiga kontakti loob [**2 p**]. See tuleneb asjaolust et plaadi kõrgus lauast, ehk teisisõnu plaadi potentsiaalne energia, on hetk enne teist kokkupõrget sama mis see oli just peale esimest kokkupõrget. Seega on teise plastiliini kokkupõrge plaadiga efektiivselt sama kui kahe identse massi ja kiirusega objektide lauskokkupõrge. Seega jääb plaat peale teist kokkupõrget seisma [**2 p**]. Samas nihkub plaadi tasakaaluasend veel mg/k võrra allapoole ning plaat hakkab amplituudiga $2mg/k$ uue tasakaaluasendi ümber võnkuma [**2 p**]. Seega on järgneva liikumise käigus plaadi kõige alumine asend $4mg/k$ võrra esialgsest asendist all pool [**1 p**].

8. (*TÜHI PUDEL*) (*10 p.*) *Autor: Jaan Kalda*

Rõhk pudelis kasvab kahel põhjusel. Esiteks, toimub pudelisse suletud õhu (va veeauru molekulid) isohooriline paisumine toatemperatuurilt kuni vee tempreatuurini — võime eeldada, et raputamise käigus annab vesi soojust õhule ning vee soojusmahtuvus on nii suur, et see ei jõua oluliselt jahtuda [**1 p**]. Teiseks kasvab õhus veeauru osarõhk, korraliku raputamise tulemusel saabub pudelisse termodünaamiline tasakaal, mis tähendab, et pudelis oleva õhu temperatuur võrdub vee temperatuuriga ja veeauru rõhk võrdub küllastunud auru rõhuga antud temperatuuril [**1 p**].

Esimese komponendi leidmiseks paneme tähele, et enne raputamist oli õhu osarõhk pudelis (õhu rõhk ilma veeauru rõhuta) $p_0' = p_0 - rp_k(20\,^\circ\mathrm{C}) \approx p_0$, sest veeauru osarõhk on palju väiksem atmosfäärirõhust. Avaldis õhu osarõhu jaoks pudelis enne loksutamist, olgu see siis täpne või lihtsustatult p_0, annab [**1 p**]; selle punkti saab kätte ka siis, kui õpilane kasutab ilma pikemalt põhjendamata järgnevas isohoori seaduses atmosfäärirõhku p_0). Eelnevas avaldises esines auru rõhu osarõhk toaõhus $p_a = rp_k(20\,^\circ\mathrm{C})$ [**1 p**], mille väärtust läheb hiljem vaja. Selle arvuliseks leidmiseks tuleb võtta graafikult lugem küllastunud auru rõhu jaoks, $p_k(20\,^\circ\mathrm{C}) \approx 2{,}2\,\mathrm{kPa}$; täpne lugem (väärtused vahemikus $(2{,}2 \pm 0{,}1)\,\mathrm{kPa}$) annab [**1 p**] ja vähem täpne lugem (väärtused vahemikus $(2{,}2 \pm 0{,}2)\,\mathrm{kPa}$) annab [**0,5 p**] (suurema vea korral punkte ei saa). Ideaalse gaasi olekuvõrrandist teame, et konstantsel ruumalal on rõhk võrdeline temperatuuriga, seega uus õhu osarõhk $p_1 = p_0 T_v/T_t$ [**1 p**] ning järelikult vastav rõhu kasv pudeli sees $\Delta p_1 \equiv p_1 - p_0 = p_0'(T_v/T_t - 1) \approx 12\,\mathrm{kPa}$ (avaldis Δp_1 jaoks annab [**1 p**] ja õige numbriline väärtus [**1 p**]), kus temperatuurid on esitatud Kelvinites.

Teise komponendi leiame kui veeauru rõhkude vahe: $\Delta p_2 = p_k(55\,°\mathrm{C}) - 0{,}5 p_k(20\,°\mathrm{C}) \approx 15\,\mathrm{kPa} - 0{,}5 \cdot 2{,}2\,\mathrm{kPa} \approx 14\,\mathrm{kPa}$. Idee eest avaldada veeauru osarõhu muutus graafikult loetavate rõhkude vahena annab [**1 p**]; $p_k(55\,°\mathrm{C})$ korrektne leidmine graafikult (väärtused vahemikus $(1{,}5 \pm 0{,}1)\,\mathrm{kPa}$) annab veel [**1 p**] (suurema vea korral saab vahemiku $(1{,}5 \pm 0{,}2)\,\mathrm{kPa}$ korral [**0,5 p**]).

Seega oli rõhk pudelis $\approx 25\,\mathrm{kPa}$ võrra suurem, kui toas.

9. (*PIKNE*) (*12 p.*) *Autor: Jaan Kalda*

(a) Elektriväli maapinnal on elektriväli plaatkondensaatori sees, seega $E = Q/\varepsilon_0 S$, kus S on plaadi (st pilve alumise pinna) pindala [**3 p**]. Selle avaldise võib leida Gaussi seadusest võrrutades elektrilise D-välja voo ES/ε_0 mõttelise pinna sisse jääva laenguga Q. Alternatiivselt võib selle leida plaatkondensaatori mahtuvuse valemist, mispuhul jagunevad need 3 punkti järgnevateks tükkideks: mahtuvuse C definitsiooni $q = UC$ eest (suvalisel ekvivalentsel kujul) [**1 p**]; elektrivälja tugevuse ja pinge vahelise seose $U = Ed$ eest [**1 p**]; valemi $C = \varepsilon_0 S/d$ eest [**1 p**]. Siit avaldame pilve kogulaengu $Q = \varepsilon_0 E \pi d^2/4 \approx 80\,\mathrm{C}$ (valemi eest [**1 p**]). Välguna maha voolanud laengu leiame kui keskmise voolutugevuse ja vooluimpulsi kestvuse korrutise, $q = I\tau = 30\,\mathrm{C}$ (avaldise eest [**1 p**]). Seega maha voolas $300/8\% \approx 40\%$ kogulaengust; õige numbrilise vastuse eest [**1 p**].

(b) Vaatleme mõttelist poolsfääri maa sees raadiusega r: vool I jaguneb ühtlaselt üle selle pinna nii, et voolu ruumtihedus $j = I/2\pi r^2$ [**2 p**]. Sellisel juhul elektrivälja tugevus $E = \rho j$ [**1 p**], seega $E = I\rho/2\pi r^2$ ning jalgade vahele jääv pinge $U = Eh$ [**1 p**], millest saame asendamiste järel $U = I\rho h/2\pi r^2$, kus $h \approx 1\,\mathrm{m}$ tähistab jalgade vahemaad (mõistliku hinnangu tegemine 0,5 meetrist 1,2 meetrini annab [**1 p**]). Seega kaugus välgulöögi kohast $r = \sqrt{I\rho h/2\pi U} \approx 52\,\mathrm{m}$; õige arvuline väärtus, mis vastab kasutatud h väärtusele annab [**1 p**] .
Märkus: lihtsa valemi $U = Eh$ asemel võib kasutada ka integreerimist, $U = \int_r^{r+h} E\mathrm{d}r = I\rho h/2\pi[1/r - 1/(r+h)]$, aga selline täpsus pole vajalik, sest jalgade vahelise vahemaa pikkus ise on palju ebatäpsem, kui saavutatud võit täpsuses, seetõttu selline integreerimine punkte juurde ei anna.

10. (*PINGPONG*) (*12 p.*) *Autor: Jaan Kalda*

Märkus: graafikult numbrite välja lugemise eest antakse punkte isegi siis, kui õpilane ei oska nendega midagi peale hakata.

(a) Teeme kindlaks esimese kuue põrke hetked sekundites: 0,92; 1,93; 2,78; 3,49; 4,1; 4,61 ([**1 p**]; punkti teenimiseks piisab, kui välja on loetud esimesed kaks ja viimased kaks andmepunkti; kui on välja loetud vähem, kui neli andmepunkti, siis punkte ei anta; kui välja loetud andmepunktid ei sisalda esimest või kuuendat põrget, siis antakse [**0,5 p**]). Kuigi samplimise sagedus on 0,1 s, siis graafikult on näha, et tulemusi saab välja lugeda täpsemalt — ilmselt on graafikuid interpoleeritud (seda hindamisskeem ka eeldab: punkte ei alandata, kui välja loetud arvväärtused erinevad eeltoodutest mitte rohkem, kui 0,02 s võrra; kui ühes andmepunktis on suurem viga, mis pole siiski rohkem, kui 0,04 s, siis alandatakse skoori [**0,5 p**] võrra ja kui vigade arv on suurem, siis punkte ei anta).

Nende põhjal saame arvutada esimesele viiele põrkele järgnenud lennuajad sekundites: 1,01; 0,85; 0,71; 0,61; 0,51 ([**1 p**]; kui esimeses või viimases arvus on viga suurem, kui 0,03 s, siis alandatakse skoori [**0,5 p**] võrra ja kui see on suurem, kui 0,05 s, siis punkte ei anta).

Ülesande eelduste kohaselt peaks vähenema kineetiline energia geomeetrilise jadana: $T_n = mv_n^2/2 = T_0 k^n$ (valemina kirja panemise eest [**1 p**]). Kiirus v_n on võrdeline ruutjuurega energiast, seega $v_n = v_0\sqrt{k^n}$ [**1 p**] ning lennuaeg $t_n = 2v_n/g$ on võrdeline kiirusega, seega $t_n = t_0\sqrt{k^n}$ [**1 p**]. Mõõdetud andmete kasutamise parim meetod oleks kanda need graafikule, kus horisontaalteljel on põrkenumber ja vertikaalteljel — lennuaja logaritm $\ln t_n = \ln t_0 + \frac{1}{2} n \ln k$: ning nimetatud teljestikus peaks tulema sirgjoon, mille kahekordne tõusunurga tangens annaks meile $\ln k$ väärtuse. Aga hea tulemuse saame ka, kui võtame viienda ja esimese lennuaja suhtest ruutjuure: $k = \sqrt{0.51/1.01} \approx 0.71$, mis tähendab, et 29% kineetilisest energiast kaob igal põrkel (ükskõik kumma meetodi rakendamine annab [**1 p**]). Õige numbrilise vastuse eest (vahemikus 25% kuni 35%) saab [**1 p**], ebatäpse vastuse eest (vahemikus 20% kuni 40%) saab pooled punktid, st [**0,5 p**]. NB! Arvulise väärtuse eest saab punkte vaid siis, kui see tuleneb õige meetodi rakendamisest.

(b) Alates üheksandast põrkest on põrkeajad nii väiksed, et eelpooltoodud arvutuste läbiviimine on küll võimalik, kuid ebatäpne; kui viiakse läbi selline analüüs, siis saab selle ülesande osa (b) eest vaid kuni [**2 p**]: vastuse eest vastavalt allpooltoodud reeglile kuni [**1 p**] ning kuni [**1 p**] graafikult põrkehetkede välja lugemise eest (kui kasvõi ühes arvutusteks vajalikus andmes on viga suurem, kui 0,02 s, siis [**0,5 p**] ning kui see on suurem, kui 0,04 s, siis [**0 p**]).

Selle asemel kasutame teist meetodit: kuivõrd põrkeaegadest moodustub geomeetriline jada, siis palli seismajäämise hetke saab avaldada geomeetrilise jada summana. Kaheteistkümnes põrge toimub ajahetkel 6,97 s ja järgmine põrge — ajahetkel 7,27 s (mõlemad andmepunktid kokku [**1 p**]; kui kasvõi ühes neist on viga suurem, kui 0,02 s, siis alandatakse skoori [**0,5 p**] võrra ja kui see on suurem, kui 0,04 s, siis punkte ei anta) ning põrked lõppevad ajahetkel 12,3 s ([**1 p**]; kui viga on suurem, kui 0,02 s, siis alandatakse skoori [**0,5 p**] võrra ja kui see on suurem, kui 0,04 s, siis punkte ei anta). Siit saame leida kaheteistkümnenda põrke kestvuse $t_{12} = 0{,}3\,\mathrm{s}$. Mõõtes nüüd ajavahemiku kaheteistkümnendast põrkest põrkumiste lõpuni $T = t_{12}/(1-\sqrt{k}) = 5{,}33\,\mathrm{s}$ [**1 p**] on lihtne leida $k = (1 - t_{12}/T)^2 \approx 0.88$ [**1 p**], mis tähendab, et igal põrkel kaob 12% kineetilisest energiat [**1 p**]. Kui vastus erineb antud numbrist rohkem, kui 1% võrra, siis saab numbrilise vastuse eest vaid [**0,5 p**] punkti ning kui see erineb rohkem, kui 2% võrra, siis punkte ei saa.

Märkus: Tasub tähele panna, et saadud tulemus pole väga täpne, sest samplimise sagedus on ju vaid 0,1 s, mistõttu t_{12} leidmise suhteline viga on võrdlemisi suur. Seetõttu on täpsemateks arvutusteks vaja kasutada ka järgnevaid andmepunkte (põrgete hetked 7,58 s, 7,88 s, 8,17 s ja 8,39 s) ning keskmistada. Geomeetrilises jadas on jada keskmine liige kõigi liikmete geomeetriline keskmine, aga kui keskmistatavad arvud erinevad üksteisest vähe, siis on geomeetriline keskmine ligikaudu võrdne aritmeetilise keskmisega. Seega me võime leida $t_{14} = (8{,}39 - 6{,}97)\mathrm{s}/5 = 0{,}284\,\mathrm{s}$. Arvutades nüüd juba ajavahemiku neljateistkümnendast põrkest põrkumiste lõpuni $T' = t_{14}/(1-\sqrt{k}) = 4{,}72\,\mathrm{s}$, saame tulemuseks $k = (1 - t_{14}/T')^2 \approx 0.88$, mis osutus võrdseks me esialgse tulemusega.

E1. (*SPAGETT*) (*10 p.*) *Autor: Kaarel Kivisalu*

Lahendus 1: Painutame spagetikõrt võttes mõlemast otsast kahe näpuga kinni ja suurendades otste (täpsemalt: otstest tõmmatud puutujate) vahelist nurka α kuni spagetikõrre murdumiseni ning teeme kindlaks vastava maksimaalse nurga $\alpha_{\max}$. Suure spagetiringi raadius on siis $R = l/\alpha_{\max}$, kus l on kõrre pikkus.
Märkus: Nurga mõõtmine on eksperimentaalselt suhteliselt keeruline kasutades ainult millimeeterpaberit, kuid trigonomeetriat kasutades siiski võimalik.

Lahendus 2: Painutame spagetikõrt analoogselt lahendusega 1. Seekord mõõdame vabalt sõrmede vahelise spagetikõrre pikkuse l ning kui kaugele spageti keskpunkt maksimaalselt jõuab kinnihoidmiskohtasid ühendavast sirgest a. Siis saab kõversuraadiuse leida võrrandist $1 - \frac{a}{R} = \cos\frac{L}{2R}$. Seda võrrandit tuleb lahendada numbriliselt, kuna vähemalt lihtsat analüütilist lahendust pole.

Hindamisskeem:

- Spageti painutamine nii, et avaldatakse näppudega ainult jõumomenti (mitte jõudu) spageti painutamiseks. Sellisel juhul moodustub spagetist ringjoone kaar. [**3 p**]
  Märkus: Rakendades jõudu ei teki spagetis ringjoone kaart. Siiski sobivalt jõudu rakendades on võimalik kirjeldada spageti kuju (sinusoid, kuupparabool vms sõltuvalt jõust ja jõumomendist) ning leida Youngi moodul, mille kaudu saab avaldada ringikujulise spageti raadiuse. Koos piisava matemaatilise kirjeldusega on võimalik ka sellisel juhul saada täispunktid.
- Oma valitud meetodi jaoks leitud võrrand raadiuse leidmiseks. [**3 p**]
- Tehtud vähemalt 3 mõõtmist (punktide saamiseks vajalik andmepunktide olemasolu). [**2 p**]
- Iga mõõtmise jaoks välja arvutatud pika spageti raadius. [**1 p**]
- Lõppvastus mõistlikus vahemikus keskmisena üksikute mõõtmiste raadiustest. Ligikaudu 850 mm, see võib varieeruda arvestatavalt kuna spagettide tootjad on erinevad ning esineb ka spagetikõrte vaheline variatsioon. Vastused võiksid olla vahemikus 700 mm kuni 1000 mm (ideaalis peaks iga spagettide tootja jaoks tegema kontrollmõõtmised ja selle järgi määrama sobiliku vahemiku). [**1 p**]

E2. (*FOOLIUM*) (*14 p.*) *Autor: Jarl Patrick Paide*

Üldine lahendusmeetod: Teeme fooliumist teatud kujuga objekti ning asetame selle vee peale. Tehes sobiliku kujuga objekti ning vajalikud mõõtmised saame leida fooliumi pindtiheduse

Üldiselt kehtib vees olevale objektile 3 jõudu: üleslükkejõud, pindpinevusjõud ja raskusjõud.

Enamasti on vaja leida ka fooliumi paksus. Selleks tuleb võtta võimalikult suur tükk fooliumit ning voltida/lõigata (voltimiste arv peab olema piisavalt väike, et see ei mõjutaks paksust) seda nii, et võimalikult palju kihte oleks üksteise peal. Kui on suurusjärgus 100 kihti, on võimalik joonlauaga mõõta paksust (küll mitte väga täpselt).

Võib olla võimalik ka valides objekti kuju nii, et pindpinevusjõud on palju suurem kui üleslükkejõud. Sellisel juhul ei ole ilmselt vaja leida fooliumi pakusust, mille mõõtmine antud vahenditega on suhteliselt ebatäpne.

Fooliumi pindtihedus sõltub fooliumi paksusest ning on võrdne fooliumi tiheduse ja selle pakuses korrutisega. Fooliumi tihedus on 2700 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Sõltuvalt fooliumi pakusest on pindtihedus enamasti 20 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^2}$ kuni 80 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^2}$ (hindamisel oleks hea teada fooliumi täpset pindtihedust).

Näiduslahendus: Teeme fooliumist täidetud risttahuka mille alustahk on mõõtmetega $a \times b$ ja kõrguse moodustab N fooliumi paksust d. Keha uppumise piirjuhul kehtib võrrand $2(a+b)\sigma + \rho_v(abNd)g = \rho_f(abNd)g$. Võrrandist saame avaldada fooliumi pindtiheduse:

$$\text{pindtihedus} = \rho_f d = \frac{2(a+b)\sigma}{abNg} + \rho_v d.$$

Hindamisskeem:

- Toimiv lahendusidee (kui lahendusidee on vähemtäpne kui ta saaks olla siis anda osa punkte) — [**3 p**].
- Matemaatiliselt kirjeldatud jõudude tasakaal (osalise kirjelduse puhul anda pindpinevusejõu eest [**3 p**], üleslükkejõu eest [**1 p**] ja raskusjõu eest [**1 p**]) — [**5 p**].
- Fooliumi paksuse leidmine võimalikult täpselt (alla 100 kihi mõõtes kuni [**1 p**]) — [**2 p**]
- Tehtud mõõtmised jõudude tasakaalu jaoks — [**2 p**].
- Saadud õiges suurusjärgus vastus — [**2 p**].