

# Füüsika õppesessioon: Elekter ja magnetism

Andres Põldaru  
andres.poldaru@gmail.com

Kui tahate olümpiaadil häid tulemusi saada, siis tuleb ülesannete lahendamist harjutada. Vanu olümpiaadide ülesandeid leiab googeldades "füüsikaolümpiaadi arhiiv". Lisaks on Jaan Kalda lehel väga head õppematerjalid koos ülesannetega leheküljel [www.ioc.ee/~kalda/iph0](http://www.ioc.ee/~kalda/iph0) (konkreetselt teemal on seal Valter Kiisa poolt materjal). Asumegi nendelt lehtedelt mõningaid ülesandeid lahendama.

## Elektriväli

Punktlaeng  $q$  tekitab elektrilise potentsiaali  $\varphi = kq/r$ , samasugune potentsiaal tekib sfäärilise sümmeetriaga laengujaotuse korral väljaspool sfääri ja seespool sfääri on potentsiaal konstantne. Elektriline potentsiaal näitab, et selles punktis oleks teisel laengul  $q_2$  potentsiaalne energia  $q_2\varphi$ . Lisaks on potentsiaal ja elektriväli seotud  $E_x = -\partial\varphi/\partial x$  kaudu, kus tuletist on võetud selle suuna järgi, millist elektrivälja komponenti soovime leida.

**1.** Leidke jõud kahe laetud sfääri vahel, mis on teineteisest kaugusel  $R$ . Kummagi sfääri kogulaeng on  $q$ .  
*Vastus:*  $kq^2/R^2$ .

Eelmises ülesandes vastus võib tunduda intuitiivne, aga seda tuleb korralikult põhjendada. Selle jaoks võib näiteks ühe sfääri asendada punktlaenguga ja uurida nendevahelist jõudu.

Erinevate laengute poolt tekitatud elektriväljad ja potentsiaalid saab lihtsalt kokku liita. Vaatame selle kohta mõnda ülesannet:

**2.** Kella numbrilauale on fikseeritud punktlaengud suurusega  $q, 2q, 3q, \dots, 12q$  ( $q > 0$ ), mis paiknevad vastavatel tunnijaotistel. Millist aega näitab tunniosuti hetkel, kui ta on paralleelne ja samasuunaline nende laengute

poolt tekitatud resultantväljatugevuse vektoriga numbrilaua tsentris?  
*Vastus:* 15:30

**3.** Homogeenselt laetud kera (laengu ruumtihedus  $\rho$ ) sisemuses on sfääriline õõnsus, mille keskpunkti asukoht kera tsentri suhtes on  $r_0$ . Leidke elektriväli õõnsuses.  
*Vastus:*  $E(r) = (\rho/3\epsilon_0)r_0$  (homogeenne väli).

Järgmise ülesande saab lahendada mõeldes sellele, et sfääril oleval laengukihil on mingi paksus. Kui liigume sfääri välimiselt pinnalt sisemisele, siis elektriväli kahaneb lineaarselt nullini (kui laengukiht on väga õhukene). Seega erinevatel kaugustel keskmest olevad laengud kogevad erinevat jõudu ja seda tuleb rõhu arvutamisel arvestada.

**4.** Leidke ühtlaselt laetud sfääri pinnale mõjuv elektrostaatiline rõhk, kui laengu pindtihedus on  $\sigma$ .  
*Vastus:*  $P = \sigma^2/2\epsilon_0 = 2\pi k\sigma^2$

Potentsiaalset energiat saab kasutada energia jäävuse seaduses, mille abil on võimalik leida laetud osakeste kiirusi:

**5.** Kolm väikest kuuli massiga  $m$  kannavad ühesuguseid elektrilaenguid  $q$  ning on ühendatud isoleerivast materjalist niitide abil võrdhaarseks kolmnurgaks  $ABC$ , kus  $\angle BAC = 120^\circ$  ning selle nurga tipus asuva kuuli  $A$  vastaskülje niidi pikkus  $|BC| = L$ . Niit  $BC$  lõigatakse katki. Leidke tipus  $A$  oleva kuulikese maksimaalne kiirus edasise liikumise käigus.  
*Vastus:*  $v = q(\sqrt{3} - 1)\sqrt{\frac{k}{3mL}}$ .

Selle asemel, et elektrivälja suundi arvestada, siis võib lihtsam olla leida potentsiaal ja võtta sellest tuletist:

**6.** Leidke laetud ringjoone raadiusega  $R$  ja kogulaenguga  $Q$  elektriväli ringjoone teljel kaugusel  $r$  ringi keskmest.  
*Vastus:*  $\frac{kQr}{\sqrt{R^2 + r^2}^3}$ .

Juhtivatel kehadel on omadus, et kõik keha punktid on sama potentsiaali juures, sest kui potentsiaal muutuks, siis see paneks laengud liikuma (nagu Oomi seaduses pingete vahe tekitab voolu), kuni potentsiaalid ühtlustuvad.

Samuti ei saa juhtiva keha sees olla laenguid (summaarne laeng juhi sees peab olema null igas punktis), sest see tekitaks laengu ümbruses elektrivälja, mis paneks laengud liikuma. Seega on juhtiva keha laeng jaotunud keha pinnale.

Kuna potentsiaal kahaneb  $r$  kasvades, siis väga kaugete kehade potentsiaali võime ignoreerida. Seda arvestades lahendage 2016. aasta lahtisel võistlusel olnud ülesanne:

**7.** Kaks metallkuulikest raadiusega  $R$  on ühendatud peenikese metalltraadi abil ja nad asuvad homogeenses elektriväljas tugevusega  $E$ . Metalltraadi pikkus on  $L$ , kusjuures  $L \gg R$ . Süsteem on tasaakaalus; leidke mehaaniline pinge  $T$  traadis.

*Vastus:*  $T = 2LE^2\pi\epsilon_0R$ .

## Magnetväli

Tihti peale on ülesanded laetud osakese ringjoonelise liikumise peale magnetväljas. Laetud osakesele mõjub Lorentzi jõud. See jõud on alati risti nii magnetvälja kui ka osakese liikumise suunaga, viimase omaduse tõttu see jõud ei muuda osakese kineetilist energiat. Jõu suuna saab leida parema käe reegli järgi ja jõu tugevus on  $qvB \sin(\alpha)$ , kus  $\alpha$  on nurk kiiruse ja magnetvälja vahel.

**8.** Laetud osakene liigub kiirusega  $v$  tasandis, mis on risti magnetväljaga  $B$ . Leidke ringikujulise trajektoori raadius  $R$ .

*Vastus:*  $R = \frac{mv}{qB}$ .

**9.** Elektronide kimp alustab liikumist ühest ja samast ruumipunktist. Elektronide kiirused  $v$  on alghetkel mooduli poolest võrdsed, kuid nende suunad hajuvad kuni  $\alpha$  suuruse nurga all ruumis tekitatud homogeense magnetvälja  $B$  sihi suhtes, kusjuures  $\alpha \ll 1$ . Kui suurel kaugusel  $L$  nimetatud ruumipunktist toimub elektronide kimbu järjekordne fokuseerumine?  
*Vastus:*  $L = 2\pi mv/(eB)$ .

Järgmise ülesande lahendamiseks tuleb tuletada üks konstantne suurus,

mis on seotud impulsimomendiga. Kuna järgmises ülesandes elektriväli on suunatud silindrite keskpunkti, siis selle punkti suhtes on jõumoment ainult magnetväljal. Jõumomendi arvutamiseks tuleb leida raadiusvektoriga ristuv Lorentzi jõu komponent. Lorentzi jõu saab jagada raadiusvektoriga ristuvateks ja paralleelseteks komponentideks  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q(v_{\perp} + v_{\parallel}) \times \vec{B} = qv_{\perp} \times \vec{B} + qv_{\parallel} \times \vec{B}$  ja impulsimomenti muudab ainult raadiusvektoriga ristuv jõu komponent  $q|v_{\perp} \times \vec{B}| = q\dot{r}B$  (kuna magnetväli on kiirusega risti saame vektorkorrutise ära võtta, kehtib  $\dot{r} = v_{\parallel}$ ). Saadud raadiusvektoriga ristuva Lorentzi jõu komponendi avaldise abil saab tuletada selle impulsimomendiga seotud konstantse suuruse. Selle jaoks tuleb seost  $\dot{L} = rF_{\perp}$  integreerida.

**10.** Ruum kahe koaksiaalse silindrikujulise elektrijuhi vahel on õhust tühjaks pumbatud. Sisemise silindri (katoodi) raadius on  $a$ , välise silindri (anoodi) sisemine raadius aga  $b$ . Anoodile on antud katoodi suhtes positiivne potentsiaal  $U$ . Silindritevahelises ruumis on homogeenne magnetväli  $B$ , mis on paralleelne silindrite teljega. Katoodi pinnalt alustab elektrivälja toimel nullise algkiirusega liikumist elektron. Leidke  $B$  kriitiline väärtus, millest alates elektron ei saa jõuda enam anoodile.

*Vastus:*  $B = \frac{2b}{b^2 - a^2} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$ , liikumisel kehtib  $L + \frac{qBr^2}{2} = \text{konst}$ .

Eelmises ülesandes tuleb mõelda, milline näeb liikumine välja piirjuhul. Siis tuleb kasutada energia jäävust ja impulsimomendi jaoks varasemalt tuletatud seost.

Järgmine ülesanne põhineb Halli efektil. Kui voluga juhe asetada magnetvälja, siis juhtmes tekib elektriväli voluga ristuv suunas vastavalt Lorentzi jõu valemi järgi ja seega ka potentsiaal, mida saab mõõta.

**11.** Leidke aines olevate laengukandjate kontsentratsioon, kui pindalaga  $S$  ja ruudukujulise läbilõikega juhet läbib vool  $I$  ja juhe paikneb magnetväljas  $B$ , mis on ühe ristlõikeks oleva ruudu küljega paralleelne. Juhtmel mõõdeti voluga ristuv suunas maksimaalseks pingete vaheks  $U$ .

*Vastus:*  $IBa/SeU$