

TARTU ÜLIKOOL  
Teaduskool

# Bohri teooria

*Koostanud Jüri Lembra*

Tartu 2008

## Eessõna

Käesoleva õppevahendi kasutajana on mõeldud eelkõige täppisteaduste vastu huvi tundvaid gümnaasiumi õpilasi, kes on koondunud TÜ Teaduskooli juurde. Seetõttu põhineb õppematerjali esitus peamiselt gümnaasiumi füüsikakursusel. Kuid erinevalt üldkasutatavast gümnaasiumiõpikust on siin tehtud mõningaid lihtsaid teisendusi, millega tutvumine pakub õppureile võimalusi iseseisvaks tööks ülesannete lahendamise näol. Õppevahendit võivad teatud määral kasutada ka kõrgkoolide üliõpilased, kelle erialaks ei ole füüsika.

# 1 Lihtsamaid seaduspärasusi aatomispektrites

19. sajandi teisel poolel tehti kindlaks, et kiirgavatel aatomitel on joonspekter, kiirgavatel molekulidel — ribaspekter. Pandi ka tähele, et aatomispektrites ei paikne jooned korrapäratult, vaid rühmituvad nn. *seeriateks*. Näiteks vesiniku aatomispektri nähtavas ja lähedases ultraviolettpiirkonnas eksisteerib seeria, mille lainepikkuste arvutamiseks andis 1885. a. Balmer järgmise lihtsa valemi

$$\lambda = \frac{\lambda_C n^2}{n^2 - 4}, \quad (1)$$

kus  $\lambda_C$  on konstant,  $n$  — kahest suurem täisarv ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ). Täpsustuseks olgu öeldud, et Balmer püstitas valemi (1) teiste uurijate katsetulemuste üldistamise alusel. Vesiniku aatomispektri seeriat, mille lainepikkused rahuldavad valemit (1), hakati nimetama *Balmeri seeriaks*.

Balmeri valemile (1) võib anda lihtsama kuju, kui lainepikkuse asemel sisse tuua *lainearv*, mis on defineeritud kui lainepikkuse pöördväärtus vaakumis. Tähistades lainearvu sümboliga  $\bar{\nu}$ , võime kirjutada

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda}, \quad (2)$$

SI-süsteemis on lainearvu mõõtühikuks pöördmeeter ( $\text{m}^{-1}$ ). Kuid spektroskoopias on seni levinud lainearvu mõõtühikuna pöördsentimeeter ( $\text{cm}^{-1}$ ), mida nimetatakse ka kaiseriks (lühendatult  $\text{K}^1$ ),

---

<sup>1</sup>Seda lühendit ei tohi segada temperatuuri mõõtühiku Kelvini lühendiga.

s.o.

$$1 \text{ K} = 1 \text{ cm}^{-1} .$$

Meenutame, et lainepikkus  $\lambda$  on sagedusega  $\nu$  seotud valemiga

$$\lambda\nu = c , \tag{3}$$

kus  $c$  on valguse kiirus vaakumis. Kasutades seoseid (2) ja (3), leiame

$$\nu = \bar{\nu}c , \tag{4}$$

s.o. sagedus ja lainearv on teineteisega võrdelises sõltuvuses.

Kasutades valemit (2), võib valemi (1) ümber kirjutada kujul

$$\bar{\nu} = R \cdot \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) , \tag{5}$$

kus  $R = 4/\lambda_C$ . Konstanti  $R$  nimetatakse *Rydbergi konstandiks*. Selle konstandi väärtus on nüüdisaegsetel andmetel:

$$R = 10967757,6 \pm 1,2 \text{ m}^{-1} .$$

Võrdlus eksperimendiga näitas, et valem (5) (ja muidugi ka valem (1)) kuulub nende füüsikaseaduste hulka, mis täituvad eriti suure täpsusega. Rõhutame eriti fakti, et siin hakkavad esmakordselt füüsika ajaloos täisarvud mängima erilist osa füüsikaseaduste formuleerimisel.

Hiljem näitas Rydberg, et teisteski aatomispektrites on täisarvudel otsustav tähtsus lainearvu määramisel. Rydberg avastas, et meelevaldses aatomispektris võib spektrijoone lainearvu esitada kahe täisarvuliste argumentidega funktsiooni vahena. Selliseid funktsioone nimetatakse *spektraaltermideks*. Niisiis Rydbergi järgi

$$\bar{\nu} = T_1 - T_2, \quad (6)$$

kus  $T_1$  ja  $T_2$  on spektraaltermid. Seejuures osutus, et antud seeria juhul on  $T_1$  konstantne,  $T_2$  aga muutub.

Nagu näitab valemite (5) ja (6) võrdlus, on vesiniku aatomispektri termidel üldkuju

$$T = \frac{R}{k^2}, \quad (7)$$

kus  $k$  on täisarv. Balmeri seeriat iseloomustav konstantne term realiseerub juhul  $k = 2$ , muutuv term juhul  $k = n$  ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ).

Illustratsioonina olgu veel lisatud, et leelismetallide aatomispektrid meenutavad välise kuju poolest vesiniku aatomispektrit. Seetõttu, arvestades tulemust (7), võib nende spektraalterme esitada kujul

$$T = \frac{R}{(k+x)^2}, \quad (8)$$

kus  $x$  on väike parandusliige.

## 2 Bohri teooria põhiseisukohad

Spektraaltermide füüsikaline sisu selgus alles möödunud sajandi teisel kümnendil. Seda tegi 1913. a. taani füüsik Niels Bohr (1885–1962). Selle avastuse ajaloo detailidega tutvumiseks võib soovitada populaarteaduslikku artiklit [1].

N. Bohr kasutas ära Plancki tulemuse, mille järgi valgus ei kiirgu pidevalt, vaid kindla suurusega jagamatute annuste (kvantide) kaupa. Neid kvante võib käsitleda kui valguse osakesi — footoneid. Footoni energia sõltub seejuures tema sagedusest  $\nu$  järgmise valemi järgi:

$$\varepsilon = h\nu, \quad (9)$$

kus konstanti

$$h = 6,6252 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

nimetatakse Plancki konstandiks.

Olgu aatomi energia enne ja pärast footoni kiirgamist vastavalt  $W^{(i)}$  ja  $W^{(f)}$ . Energia jäävuse seadusest järgneb nüüd, et

$$\varepsilon = W^{(i)} - W^{(f)}.$$

Edasi saame valemist (9)

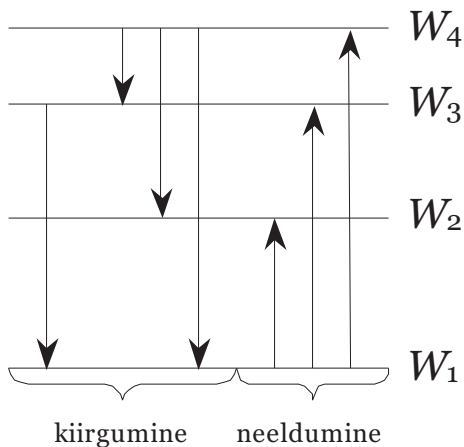
$$\nu = \frac{W^{(i)} - W^{(f)}}{h}, \quad (10)$$

Tulemus (10) väljendab *Bohri sageduste reeglit*.

Võrdleme nüüd valemeid (6) ja (10). Seejuures arvestame veel valemit (4). Võrdlus näitab, et *spektraalterm on kuni konstantse liidetava täpsuseni võrdeline aatomi energiaga*. Kui meenutada eelmisest punktist, et termide argumendid on täisarvulised, siis võivad nad omandada ka teatud diskreetseid väärtusi. Järelikult Bohri järgi võib aatom eksisteerida ainult seisundis, milles tema energia omandab teatud diskreetseid väärtusi. Selliseid seisundeid nimetatakse *statsionaarseteks seisunditeks*.

Väikseima energiaga statsionaarset seisundit nimetatakse *põhiseisundiks*, kõiki ülejäänuid statsionaarseid seisundeid *ergastatud seisunditeks*.

Statsionaarses seisundis aatom ei kiirga. Kiirgus toimub vaid aatomi siirdumisel ühest statsionaarsest seisundist teise. Seejuures Bohri sageduste reegel võimaldab aatomi energia teadmisel statsionaarsetes seisundites leida kiirguse sageduse, s.o. arvutada spektri.



Joonis 1: Energiatasemed aatomis

Statsionaarseid seisundeid kujutatakse graafiliselt *energiataseme-*

te skeemi abil. Energiatasemed joonistatakse välja horisontaalsete sirglõikudena. Energiatasemed paiknevad seda kõrgemal, mida suurem on seisundi energia, kusjuures tasemetevaheline kaugus on võrdeline seisundite energiatega (vt. joonis 1). Põhiseisundile vastavat taset nimetatakse *põhitasemeks*, kõiki ülejäänud tasemeid — *ergastatud tasemeteks*. Näiteks joonisel  $W_1$  on põhitase,  $W_2, W_3, W_4, \dots, W_n$  — ergastatud tasemed.

Siirdeid statsionaarsete seisundite vahel kujutatakse energiatasete skeemil vertikaalsete nooltega, mis algavad algeisundist kirjeldavalt tasemelt ja lõpevad lõppseisundit kirjeldaval tasemel.

Normaalselt on aatom väikseima energiaga seisundis, s.o. põhiseisundis. Teiste sõnadega: normaalselt aatom "paikneb" põhitasemel. Asudes põhitasemel aatom loomulikult ei saa kiirata. Kui mingisuguse välise mõjustuse (näiteks põrkumine elektroniga) tulemusena aatom viiakse ergastatud tasemele, siis siirdudes tagasi põhitasemele või madalamale ergastatud tasemele, kiirgab ta footoni, mille sagedus on antud valemiga (10). Selliseid footoni kiirgamisega seotud siirdeid kujutatakse joonisel ülalt alla suunatud vertikaalnooltega.

Footoni neelamine leiab aset siis, kui aatom siirdub põhitasemelt ergastatud tasemele või antud ergastatud tasemelt teisele kõrgemale ergastatud tasemele. Kuna normaalselt asub aatom põhiseisundis, siis praktiliselt realiseerub ainult esimene mainitud võimalus. Sellest järgneb, et aatom võib neelata ainult sellise sagedusega kiirgust, mis langeb kokku kiirguse sagedusega, mis tekib aatomi siirdumisel ergastatud tasemetelt põhitasemele. Sellega saabki teoreetilise põhjenduse fakt, et neeldumisspektris on vähem jooni kui kiirgusspektris.

Aatomi statsionaarsete seisundite olemasolu tõestati eksperimentaalselt 1914. a. saksa füüsikute G. Hertzi ja J. Francki poolt.



### 3 Vesinikuaatomi teooria Bohri järgi

Eelmise punkti üldiste seisukohtade rakenduse näitena arendame siin lihtsaima ehitusega aatomi — vesinikuaatomi teooriat Bohri järgi. Me teeme seda mõnevõrra üldisemal kujul, arvestades peale vesinikuaatomi ka ioone, mis oma ehituselt sarnanevad vesinikuaatomiga. Need on ioonid, milles ümber tuuma liigub üksainus elektron. Selliseid ioone nimetatakse tavaliselt vesinikusarnasteks aatomiteks. Selliste ionide näiteks on  $He^+$  (ühekordselt ioniseeritud heelium),  $Li^{++}$  (kahekordselt ioniseeritud liitium) jne.

Üldjuhul, kui meil on element järjenumbriga  $Z$ , siis teatavasti selle elemendi aatomite tuumalaeng on  $Ze$  ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C — elementaarlaeng) ja igal neutraalsel aatomil on  $Z$  elektroni. Niisiis, vesinikusarnase aatomi saamiseks tuleb  $Z - 1$  elektroni neutraalsest aatomist eemaldada.

Lihtsustamiseks käsitleme siin ainult elektroni ringliikumist ümber tuuma. Elliptiliste orbiitide käsitlemine annab, nagu näitab vastav arvutus, millel me ei peatu, sisuliselt samad tulemused.

Arvutuste lõppeesmärgiks on meil vesinikusarnaste aatomite spektrijoonte sageduste (või lainepikkuste ja lainearvude) tuletaamine. Et rakendada Bohri seaduste reeglit (10), peame teadma, milline on aatomi energia. Kuna vesinikusarnases aatomis on üksainus elektron, siis piisab ainult selle elektroni koguenergia  $W$  teadmisest.  $W$  avaldub kineetilise ja potentsiaalse energia summana. Kineetiline energia  $W_{kin}$  avaldub valemiga

$$W_{kin} = \frac{mv^2}{2}, \quad (11)$$

kus  $m$  on elektroni mass ja  $v$  — tema kiirus.

Potentsiaalse energia  $W_{pot}$  leidmisel arvestame, et elektron, mille

laeng on  $-e$ , on vastastikusel mõjustusel tuumaga, mille laeng on  $Ze$ . Seega Coulombi seaduse järi saame

$$W_{pot} = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (12)$$

kus  $\epsilon_0$  on elektriline konstant

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

ning  $r$  on elektroni ja tuuma vaheline kaugus.

Valemite (11) ja (12) abil leiame

$$W = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (13)$$

Seda avaldist saab kompaktsemalt ümber kirjutada, kui arvestada Newtoni II seadust. Selle järi on elektroni massi korrutis kesktõmbekiirendusega võrdne mõjuva jõuga, viimaseks on kuloniline jõud. Seega

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (14)$$

millest saame:

$$mv^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (15)$$

Asendades valemis (13)  $mv^2$  valemi (15) abil, saame elektroni koguenergia avaldada nii

$$W = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r} . \quad (16)$$

Avaldisest (16) ilmneb, et elektroni koguenergia ringliikumisel ümber tuuma võrdub potentsiaalse energiaga juhul, kui elektroni ja tuuma vaheline kaugus oleks  $2r$ . Seda tulemust võib ära kasutada avaldise (16) meelespidamise hõlbustamiseks.

Avaldises (16) on  $e$  ja  $\epsilon_0$  universaalkonstandid,  $Z$  aga süsteemi iseloomustav konstant. Seega statsionaarse seisundi energia leidmiseks peab eelnevalt leidma statsionaarse ringorbiidi raadiuse  $r$ . Seda saab teha nn kvantiseerimistingimuse rakendamisel.

### 3.1 Kvantiseerimistingimus ringorbiitide juhul

Kvantiseerimistingimus ütleb, et ringorbiidil liikuva elektroni impulsimoment

$$L = mvr , \quad (17)$$

võrdub

$$L = n\hbar , \quad (18)$$

kus  $n$  on täisarv, mida nimetatakse *kvantarvuks*, ning

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} . \quad (19)$$

Valem (18) näitab, et elektroni kõikidest mehaaniliselt võimalikest liikumistest ümber tuuma piki ringorbiite statsionaarsetele seisun-

ditele vastavad ainult need, milles elektroni impulsimoment tuuma suhtes on võrdne täisarvu  $n$  kordne suuruselt  $\hbar$ .

Populaarses esituses nimetatakse tihti avaldist (18) üheks Bohri postulaadiks. Seda saab tuletada matemaatiliselt, kuid tutletus ei mahu antud kursuse raamidesse.

Füüsikalise sisu poolest võib kvantarv  $n$  antud juhul omandada väärtusi

$$n = 1, 2, 3, \dots, \quad (20)$$

Väärtus  $n = 0$  ei ole füüsikaliselt mõeldav, sest siis peaks elektroni trajektoor läbima tuuma. Kuid siis ei ole aatom stabiilne.

Statsionaarse seisundi energia arvutamiseks valemi (16) alusel on meil vaja teada statsionaarse orbiidi raadiust. Seda on lihtne teha, kui kasutame Newtoni II seadust koos kvantiseerimistingimustega.

Asendame  $p$  avaldisest (17) avaldisse (18):

$$mvr = n\hbar, \quad (21)$$

Nüüd vaatame koos valemeid (15) ja (21). Seda valemipaari võib käsitleda kui võrrandisüsteemi meile tundmatute suuruste  $v$  ja  $r$  arvutamiseks.

$$v = \frac{n\hbar}{mr}. \quad (22)$$

Asendades siit  $v$  valemisse (15), saamegi viimasest leida

$$r = \frac{4\pi n^2 \hbar^2 \epsilon_0}{Zme^2}. \quad (23)$$

Avaldises (23) läheme avaldise (19) abil suuruselt  $\hbar$  üle suurusele  $h$ :

$$r = \frac{n^2 h^2 \varepsilon_0}{Z \pi m e^2} . \quad (24)$$

Kirjutame tulemuse (24) ümber kujul

$$r = \frac{a_0 n^2}{Z} , \quad (25)$$

kus

$$a_0 = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m e^2} . \quad (26)$$

Kuna  $n$  ja  $Z$  on dimensioonitud, siis  $a_0$  on pikkuse dimensiooniga konstant. Seda nimetatakse *Bohri raadiuseks*. Asendades valemisse (26) tuntud universaalkonstantide arvvaartused, leiame

$$a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,529 \text{ \AA} .$$

Arvestades avaldist (20), võib kvantarvu  $n$  käsitleda kui statsionaarse orbiidi järjenumbrit. Tuumale kõige lähema statsionaarse orbiidi raadius on valemi (25) järgi  $a_0/Z$ . Kui siin võtta veel  $Z = 1$ , mis vastab vesinikuaatomile, saame  $a_0$ . Sellega oleme selgitanud, et Bohri raadius võrdub vesinikuaatomis tuumale kõige lähema statsionaarse ringorbiidi raadiusega. Toodud  $a_0$  arvvaartus näitab, et valemi (25) abil arvatud statsionaarsete orbiitide raadiused on kooskõlas eksperimendist teadaoleva aatomi mõõte suurusjärguga  $10^{-10}$  m.

Asendades statsionaarse orbiidi raadiuse  $r$  valemist (24) avaldise (16), saamegi elektroni energia  $W_n$  statsionaarses seisundis:

$$W_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2 n^2}. \quad (27)$$

Avaldisest (27) näeme, et elektroni energia on tõepoolest täisarvu funktsioon<sup>2</sup>, s.t. energia võib omandada ainult teatud diskreetseid väärtusi. See on täielikus kooskõlas eelmise punkti algul toodud seisukohtadega.

Kasutades eelmises punktis sissetoodud energiatasemete mõistet, veendume valem (27) abil, et põhitaseme jaoks on kvantarv  $n = 1$ , ergastatud tasemete jaoks  $n > 1$ . Ühtlasi on valemist (27) ilmne, et tasemed paiknevad seda kõrgemal, mida suurem on kvantarv  $n$ . Ka on ilmne, et kõrgemal asetsevad tasemed paiknevad üksteisele lähemal kui madalamal paiknevad tasemed. Õeldut on illustreeritud joonisel 2.

Huvipakkuv on elektroni kiiruse teadmine statsionaarsel ringorbil liikumisel. Selleks asendame raadiuse  $r$  valemist (24) valemisse (22).

$$v = \frac{Z e^2}{2 \varepsilon_0 h n}. \quad (28)$$

Siin on otstarbekohane, ehkki see esialgses Bohri teooria variandis puudus, sisse tuua nn. *peenstruktuurikonstant*:

$$\alpha = \frac{e^2}{2 \varepsilon_0 h c}. \quad (29)$$

Lihntne on veenduda, et  $\alpha$  on dimensioonitu konstant. Asendades avaldisse (29) universaalkonstantide arv väärtused, leiame, et  $\alpha = 1/137$ . Peenstruktuurikonstant võeti füüsikas kasutusele spektrite

---

<sup>2</sup>Selle rõhutamiseks ongi sümbolile  $W$  lisatud indeks  $n$

peenstruktuuri uurimisel. Hiljem selgus, et see konstant on üldisema tähendusega: ta on osakeste elektromagnetilise vastastikuse mõjustuse intensiivsust iseloomustav konstant. Kuna vesinikusarnase aatomi tuuma ja elektroni elektrostaatiline vastastikune mõjustus on elektromagnetilise vastastikuse mõjustuse erijuht, siis on täiesti loomulik konstandi  $\alpha$  esinemine siin käsitletavas teoorias. Seda konstanti võib sisse tuua ka elektroni energia ja orbiidi raadiuse avaldises (vt. ülesanded 1 ja 2).

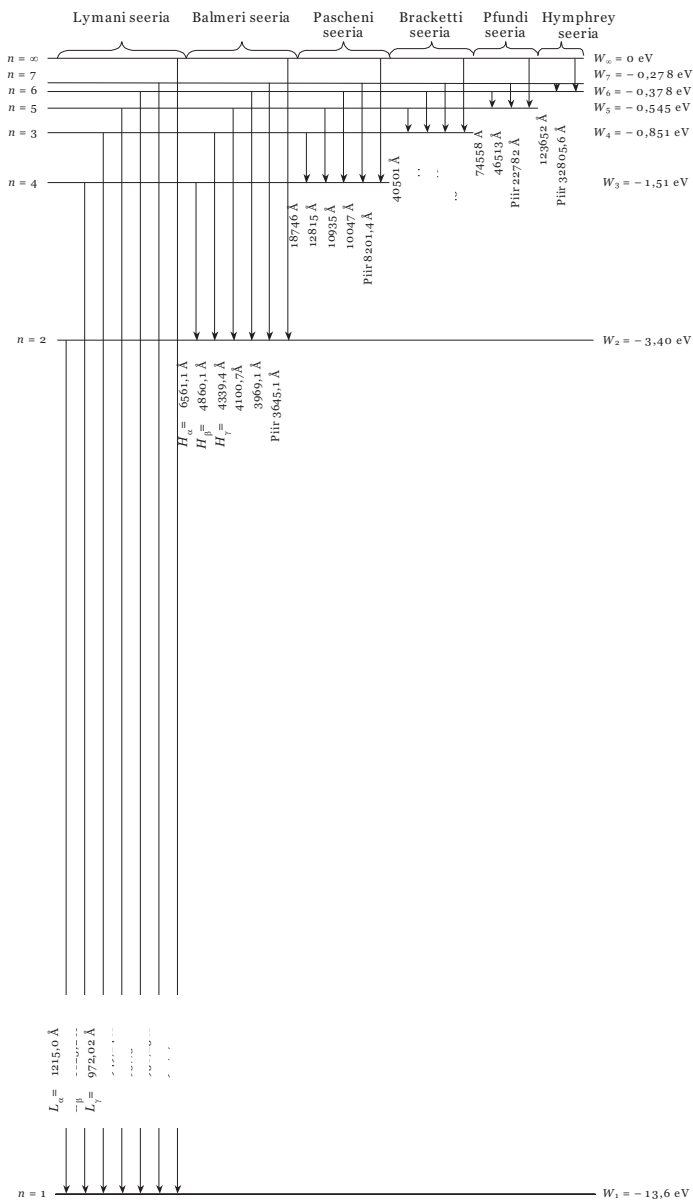
Kasutades konstanti  $\alpha$ , võime avaldise (28) esitada kujul

$$v = \frac{Z\alpha c}{n}. \quad (30)$$

Sellest valemist ilmneb, et elektroni kiirus on seda suurem, mida väiksem on kvantarv  $n$ , ehk arvestades tulemust (25), mida lähemal tuumale liigub elektron. Antud vesinikusarnases aatomis on elektroni kiirus suurim põhiseisundis liikumisel ( $n = 1$ ), see kiirus on valemi (30) järgi  $Z\alpha c$ . Vesinikuaatomis ( $Z = 1$ ) on see  $\alpha c$ , s.o. vesinikuaatomi põhiseisundis on elektroni kiirus suurusjärgult üks protsent valguse kiirusest vaakumis. Ergastatud seisundites on elektroni kiirus veelgi väiksem. Kuid tulemus  $Z\alpha c$  võimaldab veel teistsugust interpretatsiooni. Elektroni suurim kiirus peab olema alati väiksem kui  $c$ . Seega  $Z\alpha c < c$ , millest  $Z < 1/\alpha$ , s.o.  $Z < 137$ . Siit järeldame, et ei saa eksisteerida elemente, mille järjenumbr on 136-st suurem. Seega juba Bohri teooria raamides selgub, et Mendelejevi keemiliste elementide perioodilisuse süsteem on tõkestatud.

## 3.2 Spektrid

*Footoni kiirgamisel* peab elektroni energia algseisundis  $W^{(i)}$  olema suurem tema energiast lõppseisundis  $W^{(f)}$ . Tähistame neid seisundeid kirjeldavad kvantarvud vastavalt  $n_i$  ja  $n_f$ . Tingimuse



Joonis 2: Vesiniku aatomispektrite seeriad



$$W^{(i)} > W^{(f)}$$

järgi peab valemi (27) alusel

$$n_i > n_f .$$

Edasi valemi (24) arvestamine annab: footoni kiirgumisega seotud ülemineku juhul peab orbitaali raadius olema suurem kui lõpporbitaali raadius.

Kiirgunud footoni sageduse  $\nu$  leiame Bohri sageduste reegli (10) abil. Arvestades veel valemit (27), saame:

$$\nu = -\frac{Z^2 m e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3} \cdot \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) . \quad (31)$$

Nüüsiis: kui elektron siirdub kvantarvuga  $n_i$  kirjeldatud statsionaarsest kvantarvuga  $n_f$  kirjeldatud statsionaarsesse seisundisse ja  $n_i > n_f$ , siis kiirguva footoni sageduse võib Bohri järgi arvutada valemist (31).

Läheme valemi (4) abil üle lainearvule:

$$\bar{\nu} = \frac{Z^2 m e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3 c} \cdot \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) . \quad (32)$$

Nüüd võrdleme saadud tulemust (32) Balmeri seeria valemiga (5). Kooskõla tekib siis, kui  $n_f = 2$  ja  $n_i > 2$  ning

$$R = \frac{m e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3 c} , \quad (33)$$

sest vesiniku juhul  $Z = 1$ . Kui asetada avaldisse (33) universaal-konstantide arväärtused, saame kooskõla punktis 1 toodud Rydbergi konstandi väärtusea. Seega Bohri teooria selgitas, et vesiniku aatomispektri Balmeri seeria jooned tekivad siis, kui vesinikuaatomites elektronid siirduvad järjenumbriga  $n_i > 2$  orbiidilt orbiidile, mille järjenumbr on 2.

Bohri teooria selgitas teistegi enne 1913. a. avastatud vesiniku aatomispektrite seeriade tekke ja ennustas ka uusi seeriaid. Seoses sellega on otstarbekas rõhutada, et füüsikateooria tähtsus ei piirdu ainult juba avastatud eksperimentaalsete faktide selgitamisega. Veelgi hinnatavam on teooria, mis ennustab seni tundmata fakte, mis seejärel leiavad eksperimentaalse kinnituse.

Nagu vihjab analüüsitud Balmeri seeria näide ja valem (6), tuleb seeriat iseloomustavaks parameetriks lugeda kvantarvu  $n_f$ . Seerias tekivad aga erinevad jooned tänu kvantarvu  $n_i$  erinevatele väärtustele, misjuures  $n_i > n_f$ . Koondandmed vesiniku aatomispektrite seeriade kohta esitame alljärgneva tabeli kujul:

$n_f$	Seeria nimetus	$n_i$
1	Lymani seeria	2, 3, 4, ...
2	Balmeri seeria	3, 4, 5, ...
3	Pascheni seeria	4, 5, 6, ...
4	Bracketti seeria	5, 6, 7, ...
5	Pfundi seeria	6, 7, 8, ...
6	Humphrey seeria	7, 8, 9, ...

Energiatasemete skeemi abil on nende seeriade teke näidatud joonisel 2, kus on näidatud ka mõnede spektrijoonte lainepikkused. Märkime, et paremini läbiuuritud Balmeri ja Lymani seeria jooned on saanud erinimetused. Näiteks Balmeri seerias nimetatakse  $H_\alpha$ -jooneks spektrijoont, mis tekib, kui vesinikuaatomites elektronid siirduvad 3. statsionaarselt orbiidilt 2. statsionaarsele orbiidile.

Kirjutusviisi kompaktsuse huvides on otstarbekas lainearvu üldavaldis (32) vesinikusarnaste aatomite juhul ümber kirjutada Rydbergi konstandi kaudu valemi (33) alusel:

$$\bar{\nu} = Z^2 R \cdot \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right). \quad (34)$$

Valemist (34) järgneb, et kvantarvu  $n_i$  suurenemisel spektrijoone lainearv suureneb. Suurim lainearv  $\bar{\nu}_\infty$  realiseerub piirjuhul  $n_i \rightarrow \infty$ :

$$\bar{\nu}_\infty = \frac{Z^2 R}{n_f^2}. \quad (35)$$

Kvantarvu  $n_i$  suurenemisel lähenevad spektrijoonte lainearvud üha enam piirlainearvule  $\bar{\nu}_\infty$ .

Teiselt poolt aga  $n_f$  suurenemisel nihkub  $\bar{\nu}_\infty$  üha enam väiksemate lainearvude poole. Vastavalt sellele nihkuvad  $n_f$  suurenedes ka seeria teised jooned väiksemate lainearvude poole. Nii näiteks on Lymani seeria ultraviolettpiirkonnas, kuna Humphrey seeria on infrapunases piirkonnas. Põhimõtteliselt on võimalikud ka seeriad, millel  $n_f > 6$ . Kuid need seeriad satuvad kaugesse infrapunasesse ja raadiosageduslikku piirkonda, milles mõõtmistehnika on seni vähem arenenud kui ultraviolet- ja nähtavas piirkonnas.

Rydbergi konstandi kaudu võib ka elektroni energia avaldise lühemalt üles kirjutada. Valemid (27) ja (33) annavad:

$$W_n = -\frac{Z^2 R h c}{n^2}. \quad (36)$$

Märgime, et Bohri teooria võimaldab arvutada ka vesinikusarnase aatomi ionisatsioonienergia. Ionisatsioonienergia on energia, mis

tuleb kulutada, et eemaldada elektron aatomist põhiseisundist lähtudes. Elektroni eemaldamisel aatomist muutub tema kaugus tuumast lõpmata suureks. Valemi (25) järgi on siis  $n \rightarrow \infty$ . Elektroni energia põhiseisundis on meie sümbolika järgi  $W_i$ , seisundis, milles  $n \rightarrow \infty$ , on energia  $W_\infty$ . Seega ionisatsioonenergia

$$E_{ion} = W_\infty - W_1 . \quad (37)$$

Kasutades nüüd valemit (36), saame

$$E_{ion} = Z^2 R h c . \quad (38)$$

Asendades valemisse (38)  $Z = 1$  ja konstantide arväärtused, saame vesiniku aatomi ionisatsioonenergia  $R h c = 13,60$  eV, mis on kooskõlas eksperimentidega.

Valemi (38) abil saame arvutada ka vesinikusarnase aatomi ionisatsioonipotentsiaali. Teatavasti ionisatsioonipotentsiaali  $U_{ion}$  korutus elementaarlaenguga võrdub ionisatsiooniga. Seega

$$U_{ion} = \frac{Z^2 R h c}{e} . \quad (39)$$

Näiteks vesinikuaatomil on selle valemi järgi  $U_{ion} = 13,60$  V.

Illustratsioonina käsitleme veel nn. Pickeringi seeriat. Seeria sai nimetuse selle 1897. a. avastanud astronoomi nime järgi, kes uurides ühe tähe ( $\zeta$  Puppis) spektrit, leidis, et selle spekter meenutab vesiniku aatomispektrit. Pickeringi seeria lainearvud alluvad valemile

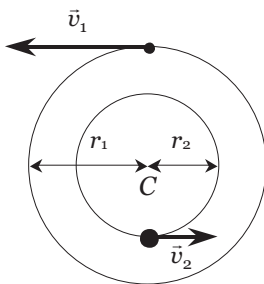
$$\bar{\nu} = R \cdot \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{(k/2)^2} \right) , \quad (40)$$

kus  $R$  on Rydbergi konstant ja  $k = 5, 6, 7, \dots$ . Kui  $k$  on paarisarv, siis tekib kokkulangemine Balmeri seeria joontega.

Püüti tekitada Pickeringi seeriat laboratooriumi tingimustes atomaarses vesinikus. Kuid sellistel katsetel ei olnud edu. Lahenduse andis Bohr, kes oletas, et Pickeringi seeria kuulub hoopis ühekordselt ioniseeritud heeliumile ( $Z = 2$ ), kui  $n_f = 4$  ja  $n_i > 4$ . Sellisel juhul saamegi valemist (34) valemi (40). Selle eksperimentaalne kontroll heeliumi kasutamisega andis positiivse tulemuse. Nii näidati, et Pickeringi seeria ei kuulu vesinikule. Kuid siiski täheldati, et Pickeringi seeria jooned ei lange üle ühe (s.o. siis, kui  $k$  on paarisarv), päris täpselt Balmeri seeria joontega kokku olles viimaste suhtes veidi nihutatud lühemate lainepikkuste poole. Selle erinevuse selgitamiseks oli vaja Bohri teooriat täpsustada.

## 4 Tuuma liikumise arvestamine Bohri teoorias

Eelmises punktis oletasime, et elektron liigub ümber paigaloleva tuuma. Tegelikult tiirlevad elektron ja tuum nurkkiirusega  $\omega$  ümber ühise masskeskme  $C$  (vt. joonis 3).



Joonis 3: Elektroni ja tuuma tiirlemine ümber ühise masskeskme

Tähistades elektroni ja tuuma kaugused masskeskmest vastavalt  $r_1$  ja  $r_2$ , ning nende massid vastavalt  $m$  ja  $M$ , järgneb masskeskme definitsioonist

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{M}{m} . \quad (41)$$

Elektroni ja tuuma vaheline kaugus  $r$  avaldub (vt. joonis 3)

$$r = r_1 + r_2 . \quad (42)$$

Valemipaarist (41) ja (42) võime arvutada

$$r_1 = \frac{Mr}{m + M} , \quad r_2 = \frac{mr}{m + M} . \quad (43)$$

Nüüd arvestame Newtoni II seadust. Elektroni kesktõmbekiirendus on  $r_1\omega^2$ , selle korrutis elektroni massiga võrdub kulonilise jõuga. Niisiis

$$mr_1\omega^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} . \quad (44)$$

Tuuma juhul saame samal viisil:

$$Mr_2\omega^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} . \quad (45)$$

Võttes  $r_1$  esimesest või  $r_2$  teisest valemist (43), saame valemist (44) või (45) ühesuguse tulemuse:

$$\frac{mMr_2\omega^2}{M + m} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} . \quad (46)$$

Toome sisse elektroni ja tuuma suhtelise kiiruse  $\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$  (vt. joonis 3). Kuna  $\vec{v}_1$  ja  $\vec{v}_2$  on vastupidi suunatud vektorid, siis

$$v = |\vec{v}| = |\vec{v}_1| + |\vec{v}_2|. \quad (47)$$

Ilmselt

$$|\vec{v}_1| = r_1\omega, \quad |\vec{v}_2| = r_2\omega. \quad (48)$$

Seega valemite (47) ja (42) abil

$$v = \omega r. \quad (49)$$

Arvestades tulemust (49) ja tuues sisse kahest osakesest koosneva süsteemi taandatud massi:

$$\mu = \frac{mM}{m + M}. \quad (50)$$

saame valemile (46) anda kuju

$$\mu v^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (51)$$

Võrdleme avaldise (15) ja (51). Mõlemad tulemused väljendavad Newtoni II seadust; esimene ühe osakese liikumise probleemis, teine kahe osakese liikumise probleemis, siit järeldame, et kahe osakese probleemi võime taandada ühe osakese probleemiks, kui ühe osakese probleemi valemities asendame osakese massi süsteemi taandatud massiga ja osakese kiiruse osakeste suhtelise kiirusega. Näiteks kvantiseerimistingimus (vt. (21)) saab nüüd kuju

$$\mu\nu r = n\hbar . \quad (52)$$

Kuna eelmises punktis arendatud teooria põhines valemitel (15) ja (21) ja nende analoogid on nüüd vastavalt valemid (51) ja (52), siis on ilmne, et võime ära kasutada kõiki eelneva punkti tulemusi, võttes arvesse ülalpool kirjeldatud asendusi. Et eelmise punkti põhitulemused avaldusid Rydbergi konstandi kaudu, siis piisab asendusest  $m \rightarrow \mu$  avaldises (33). Seega tuuma liikumise arvestamisel avaldub Rydbergi konstant nii:

$$R = \frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} . \quad (53)$$

Võttes  $\mu$  valemist (50), leiame

$$R = \frac{R_\infty}{1 + m/M} , \quad (54)$$

kus

$$R_\infty = \frac{m e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} . \quad (55)$$

Avaldisest (54) ilmneb, et Rydbergi konstant sõltub tuuma massist: on seda suurem, mida suurem on tuuma mass. Siiski on see sõltuvus võrdlemisi nõrk, sest  $m/M \approx 10^{-4}$ . Konstandi füüsikaline sisu ilmneb valemist (54):  $R = R_\infty$ , kui  $M \rightarrow \infty$ . Seega  $R_\infty$  võrdub Rydbergi konstandiga juhul, kui tuuma mass on lõpmatu suur.

Nüüd on arusaadavad ka eelmise punkti lõpul mainitud Pickeringi seeria omadused. Valemis (40) tuleb  $R$  all mõelda Rydbergi konstanti heeliumi juhul, kuid valemis (5) on  $R$  Rydbergi konstant



vesiniku juhul. Kuna valemi (54) järgi on esimene konstant teisest suurem, ongi ilmne, et Pickeringi seeria jooned on Balmeri seeria vastavate joonte suhtes nihutatud suuremate lainearvude, s.o. väiksemate lainepikkuste poole.

Bohri teooriat võib arendada ka tuumajõudude juhul. Lihtsam on see deutroni juhul, kuna see koosneb ainult kahest osakesest: prootonist ja neutronist. Et prootoni ja neutroni massid on ligikaudu võrdsed, siis tuleb kindlasti arvestada mõlema osakese liikumist. Lähtekohaks on valemid (57) ja (58), kuid esimeses tuleb paremal poolel võtta tuumajõud, mis on korrutatud prootoni ja neutroni vahelise kaugusega. Lugejale, kes selle probleemi vastu huvi tunneb, soovitame artiklit [2].

## 5 Kokkuvõte

Me veendusime selles, et Bohri teooria andis eksperimendiga kooskõlalise tulemuse vesinikusarnaste aatomite juhul. Kuid keeruliseimate aatomite juhul, milles on rohkem kui üks elektron, ei andnud eksperimendiga kooskõlas olevaid tulemusi. Seega tuleb teha järeldus, et mingid olulised omadused on jäänud teoorias arvestamata. Nendeks osutusid osakeste laineomadused ([3], lk. 187). Osakeste laineomaduste arvessevõtmisega asendati Bohri teooria kvantmehhaanikaga. Kvantmehhaanikas jäi kehtima Bohri sageduste reegel ja statsionaarse seisundi mõiste, kuid kvantiseerimistingimused kaotasid mõtte, kuna trajektoori mõiste ei ole osakestele enam kvantmehhaanikas rakendatav.

# Kirjandus

1. D. Danin, "N.Bohri avastus", "Horisont", 1973, nr. 1, lk. 28
2. J. Lembra, "Bohri teooria tuumatungidega", "Ösakeste ja valguse maailmast" (kogumik), Tartu, 1971, lk. 33
3. R. Peierls, "Looduse seadused", Tallinn, 1962, lk. 187