TARTU ÜLIKOOL

Teaduskool

KINEMAATIKA

Koostanud Andre Sääsk

Tartu 2008

Eessõna

Käesoleva õppevahendi kasutajana on mõeldud eelkõige täppisteaduste vastu huvi tundvaid gümnaasiumi õpilasi, kes on koondunud TÜ Teaduskooli juurde. Seetõttu põhineb õppematerjali esitus peamiselt gümnaasiumi füüsikakursusel. Õppevahendit võivad teatud määral kasutada ka kõrgkoolide üliõpilased, kelle erialaks ei ole füüsika.

1. Sissejuhatus

Mehaanika uurib mehaanilist liikumist ning neid tingimusi ja põhjusi, mis kutsuvad esile antud liikumist. Veel uurib mehaanika kehade tasakaalu tingimusi. *Mehaaniliseks liikumiseks* nimetatakse keha või selle osade asukoha muutumist ajas.

Igasugune paigalolek või liikumine on suhtelised. Liikumise iseloom sõltub sellest, missuguste kehade suhtes käsitleme me antud liikumist.

Keha, mille suhtes me vaatleme teiste kehade asukohta ruumis, nimetatakse *taustkehaks*. *Taustsüsteemiks* nimetatakse taustkehaga seotud koordinaatsüsteemi ning ajaloendamismeetodit ehk kella.

Taustsüsteemi valik sõltub antud ülesande tingimustest. Reaalsete kehade liikumine on reeglina keeruline. Seepärast liikumise käsitluse lihtsustamise huvides kasutatakse liikumiste sõltumatuse seadust: igasugust keerulist liikumist saab esitada mitme sõltumatu lihtsaima liikumise summana. *Lihtsaimate* liikumiste hulka kuuluvad kulg- ja pöördliikumine, seepärast saab tahke keha keerulist liikumist käsitleda mitme kulg- ja pöördliikumise summana.

Füüsikas on laialt kasutusel mudelid, mis annavad võimalust kogu tegeliku füüsikalise objekti keerukusest valida üks kõige olulisem omadus, mis määrab selle objekti käitumist antud füüsikalises nähtuses. Enamkasutatavate reaalsete füüsikaliste kehade mudelite seas on masspunkt ja absoluutselt kõva keha.

Masspunktiks nimetatakse keha, mille mõõtmeid ja kuju võib jätta arvestamata antud ülesande tingimustes. *Absoluutselt kõvaks kehaks* nimetatakse keha, mille suvalise kahe punkti vaheline kaugus ei muutu keha liikumise käigus. Need mudelid võimaldavad meil keha liikumise käsitlemisel jätta arvestamata kõik keha deformatsiooniga seotud nähtused.

Kulgliikumiseks nimetatakse liikumist, mille puhul keha suvalist kahte punkti ühendav lõik jääb liikumise käigus ise endaga paralleelseks. Sellest järeldub, et kulgliikumise käigus kõik keha punktid liiguvad ühesuguselt, s.t. ühesuguste kiirustega ja kiirendustega.

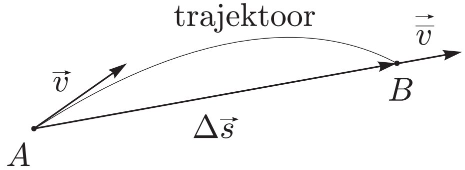
Pöördliikumiseks nimetatakse liikumist, mille puhul kõik absoluutselt kõva keha punktid liiguvad mööda ringjooni. Kõikide ringjoonte keskpunktid asuvad ühel sirgel, mida nimetatakse *pöörlemisteljeks*, kusjuures kõik ringjooned on selle teljega risti.

2. Põhimõisted

Kinemaatika on mehaanika osa, mis uurib mehaanilist liikumist jättes välja selgitamata seda liikumist esile kutsunud põhjused.

Keha kulgliikumise uurimiseks võib kasutada masspunkti mõistet, kuna kõik keha punktid liiguvad ühesuguselt. Selleks, et määrata masspunkti asukohta ruumis, peame me sisse tooma järgmised mõisted.

Nihe $\Delta\vec{s}$ on vektor, mis ühendab masspunkti poolt ajavahemiku Δt jooksul läbitud trajektoori alg- ja lõpppunkte. *Trajektoor* on joon ruumis, mis moodustub masspunkti asukohtadest erinevatel ajahetkedel. *Teepikkus* L on masspunkti poolt läbitud tee mõõdetud piki trajektoori. *Sirgjoonelise* liikumise puhul on trajektooriks sirgjoon ja nihe moodul Δs on võrdne teepikkusega L juhul, kui liikumine toimub ainult ühes suunas.



Joonis 1: Hetk- ja keskmine kiirus

Masspunkti asukoha muutumise kiirust ajas iseloomustab *kiirus*. On olemas kaks erinevat kiiruse liiki. *Keskmiseks kiiruseks* nimetatakse suurust

$$\vec{\bar{v}} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} \,, \tag{1}$$

kus $\Delta \vec{s}$ on nihe ja Δt on ajavahemik, mille jooksul on toimunud see nihe.

Kuna kõverjoonelise liikumise puhul on nihke moodul teepikkusest alati väiksem, on mõistlik kasutada liikumise iseloomustamiseks *keskmist teepikkuse kiirust*

$$\bar{v} = \frac{\Delta L}{\Delta t} \,, \tag{2}$$

Joonisel 1 on ΔL võrdne kaare AB pikkusega. Sageli seda suurust lühiduse huvides nimetatakse keskmiseks kiiruseks. Kiirust antud hetkel iseloomustab *hetkkiirus*

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt} \,, \tag{3}$$

mida sageli lühiduse huvides nimetatakse lihtsalt kiiruseks. Näeme, et hetkkiirus on keskmine kiirus lõpmata väikse ajavahemiku Δt jooksul.

Hetkkiirus, samuti nagu keskmine kiiruski, on vektor. Kuid keskmise kiiruse vektor on suunatud piki nihet (vt. joonis 1), aga hetkkiiruse vektor on alati suunatud piki trajektoori puutujat selles trajektoori punktis kus masspunkt asub antud hetkel.

3. Ühtlane sirgjooneline liikumine

Ühtlaseks sirgjooneliseks liikumiseks nimetatakse liikumist, mille puhul masspunkt suvaliste võrdsete ajavahemikude jooksul teeb ühesuguseid nihkeid. Sellise liikumise puhul on hetkkiirus võrdne keskmise kiirusega:

$$\vec{v} = \bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} \ .$$

Kui me valime x-telje nii, et ta ühtiks liikumissuunaga, siis kiiruse projektsioon x-teljele on võrdne kiiruse mooduliga

$$v = v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \ .$$

Kui liikumine algas ajahetkel $t_0 = 0$, siis

$$v = \frac{x - x_0}{t} \ ,$$

kus x_0 on masspunkti asukoht ajahetkel t_0. Siit järeldub masspunkti liikumisseadus kujul $x = f(t)$

$$x = x_0 + vt \ . \tag{4}$$

Kui kiiruse vektor ja x-telg on vastassuunalised, siis

$$x = x_0 - vt \ . \tag{5}$$

4. Liikumine muutuva kiirusega

Suurust, mis iseloomustab kiiruse muutumise kiirust, nimetatakse *kiirenduseks. Keskmiseks kiirenduseks* nimetatakse suurust

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \ , \tag{6}$$

kus $\Delta \vec{v}$ on hetkkiiruse muutus ajavahemiku Δv jooksul. Kui $\vec{v}_1$ ja $\vec{v}_2$ on masspunkti hetkkiirused ajahetkedel t_1 ja t_2, siis

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \ , \quad \Delta t = t_2 - t_1 \ .$$

Joonisele 2 on kantud hetkkiiruste vektorid $\vec{v}_1$ ja $\vec{v}_2$. Et neid võrrelda omavahel, nihutame vektori $\vec{v}_2$ alguse punkti A. Siis vektor $\Delta \vec{v}$ määrab kiirenduse $\bar{\vec{a}}$ suuna.

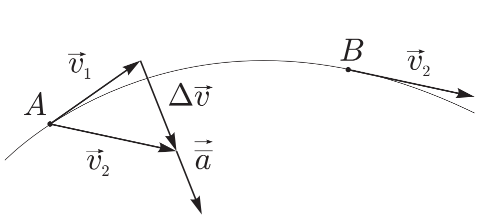
Hetkkiirendus on keha kiirendus antud ajahetkel. Sisuliselt on see keskmine kiirendus lõpmata väikse ajavahemiku Δt jooksul

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \ . \tag{7}$$

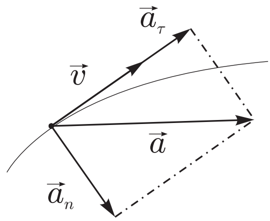
Kui ei ole öeldud teisiti, siis igalpool kiirenduse all mõtleme me just hetkkiirendust. Hetkkiirenduse suund ühtib vektori $\Delta \vec{v}$ suunaga lõpmata väikse Δt puhul ja üldjuhul ei ühti kiiruse vektori $\vec{v}$ suunaga.

Kiirendus iseloomustab kiiruse suuna ja suuruse muutust. Oletame, et kiirenduse vektor $\vec{a}$ on suunatud nii, nagu on näidatud joonisel 3. Lahutame kiirenduse vektori kaheks komponendiks:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \ , \tag{8}$$

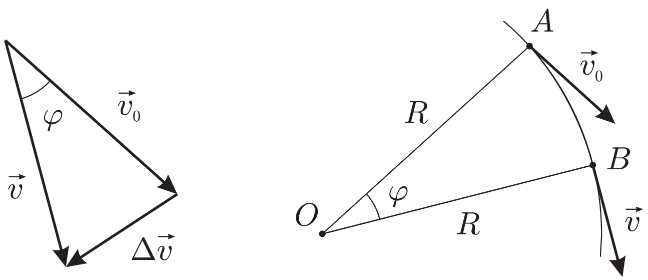


Joonis 2: Keskmine kiirendus



Joonis 3: Kiirenduse komponendid

kus $\vec{a}_\tau$ on *tangentsiaalkiirendus* ja $\vec{a}_n$ normaal- ehk *kesktõmbekiirendus*. Komponent $\vec{a}_\tau$ on suunatud piki puutujat, samuti nagu hetkkiirus $\vec{v}$, ning iseloomustab kiiruse suuruse muutust ajas. Komponent $\vec{a}_n$ on suunatud trajektoori kõveruskeskme poole, s.t. on risti vektoritega $\vec{v}$ ja $\vec{a}_\tau$, ning iseloomustab kiiruse suuna muutust ajas.



Joonis 4: Kesktõmbekiirenduse arvutamine

Tuletame valemi kesktõmbekiirenduse arvutamiseks (vt. joon. 4). Oletame, et masspunkt liigub mööda ringjoont ja masspunkti kiiruse suurus ei muutu ajas. Seega kiirenduse komponent $\vec{a}_\tau = 0$. Paremalt jooniselt näeme, et kaar AB, mida masspunkt läbib aja Δt jooksul, on ühelt poolt $\Delta L = R\varphi$, kus R on trajektoori kõverusraadius antud punktis ja φ nurk radiaanides, teiselt poolt aga $\Delta L = v\Delta t$, kus v on hetkkiiruse moodul. Vasakult jooniselt saame, et $\Delta v = v\varphi$. Definitsiooni järgi on $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$, kust

$$a_n = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2\varphi}{\Delta s} = \frac{v^2\varphi}{R\varphi} = \frac{v^2}{R} \ . \tag{9}$$

Üldjuhul on hetkkiirenduse moodul

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2} \ . \tag{10}$$

5. Sirgjooneline liikumine ühtlase kiirendusega

Kui $a_n = 0$, s.t. kiiruse suund ei muutu, ning $a_\tau = const$, siis liigub masspunkt sirgjooneliselt ja ühtlase kiirendusega. Seejuures on keskmine kiirendus võrdne hetkkiirendusega: $\bar{\vec{a}} = \vec{a}$.

Suuname x-telje piki liikumise suunda. Siis $a_x = a$, $v_{0x} = v_0$, $v_x = v$ ning kui $t_0 = 0$ on

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_x - v_{0x}}{t} \ ,$$

kust

$$v_x = v_{0x} + a_x t \ . \tag{11}$$

Leiame masspunkti liikumisseadust $x = f(t)$ antud ühtlaselt kiireneva liikumise jaoks. Valemist 1 saame, et $\Delta s = \bar{v}\Delta t$. Meie poolt valitud koordinaatsüsteemis näeb see välja kui

$$\Delta x = \bar{v}\Delta t = \frac{v_{0x} + v_x}{2}\, t = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2}\, t \ .$$

Kuna $\Delta x = x - x_0$, saame

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}\ . \tag{12}$$

Kui algkiirus ja kiirendus on ühesuunalised, siis kiireneb keha, kui aga on nad vastassuunalised, siis keha aeglustub ja valemis 12 tuleb kiirendus a_x võtta ”–”-märgiga.

Üldjuhul näevad valemid 11 ja 12 välja kui

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t\ . \tag{13}$$

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}\ . \tag{14}$$

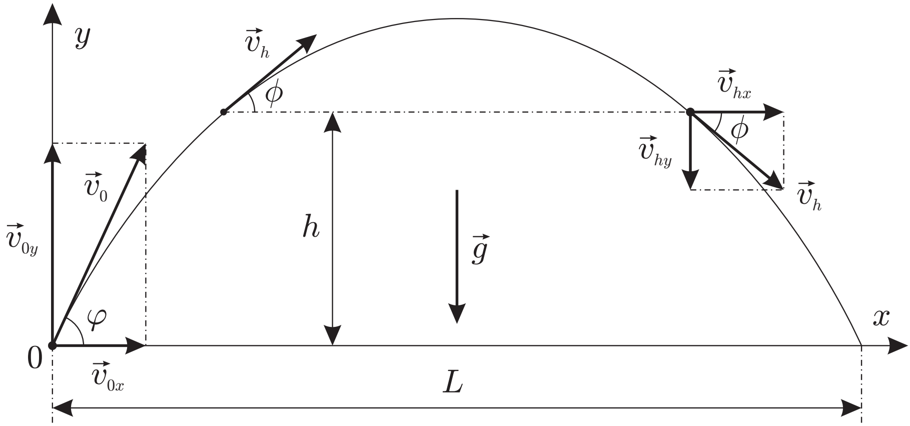
6. Kõverjooneline liikumine

Nüüd võtame käsitluse alla masspunkti kõverjoonelist liikumist, mille puhul $\vec{a}_n \neq 0$ ja $\vec{a}_\tau \neq 0$, kuid $\vec{a} = const$. Seejuures muutub nii masspunkti kiiruse suurus, kui suund.

Tutvume kõverjoonelise liikumise omapäradega ühe üldise ülesande lahendamise näitel. Viskame keha algkiirusega $\vec{v}_0$ nurga φ all horisondi suhtes ja uurime selle liikumist. Jaotame lahenduskäiku mitmeks etapiks.

6.1. Keha liikumisseaduse leidmine

Liikumine toimub tasandil xy (vt. joon. 5). Alghetkel $t_0 = 0$ keha asus punktis O. Kasutame liikumiste sõltumatuste seaduse ja lahutame kõverjoonelise liikumise kaheks sirgjooneliseks: piki x-telge ja piki y-telge.



Joonis 5: Liikumine raskusjõu väljas

Liikumine piki x-telge on ühtlane algkiirusega

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\varphi = const \ ,$$

kuna kiirendus $a_x = 0$. Liikumisseadus piki x-telge näeb välja

$$x = v_{0x} = v_0 t \cos\varphi \ . \tag{15}$$

Liikumine piki y-telge on ühtlaselt muutuv kiirendusega $a_y = -g$ ja algkiirusega $v_{0y} = v_0 \sin\varphi$. Valemite 13 ja 14 alusel saame

$$v_y = v_0 y - gt \ , \tag{16}$$

$$y = v_{0y} - \frac{gt^2}{2} = v_0 t \sin\varphi - \frac{gt^2}{2} \ . \tag{17}$$

6.2. Keha liikumistrajektoori määramine

Keha oma liikumisel "joonestab" ruumis teatud kõverjoone, mida me nimetame trajektooriks. Me ütleme, et oleme määranud keha liikumistrajektoori, kui oleme leidnud analüütilise võrrandi selle kõverjoone jaoks. Selle võrrandi saame, kui valemitest 15 ja 17 elimineerime aja t. Avaldame t valemist 15 ja asendame see valemis 17

$$y = x \tan\varphi - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\varphi} \ . \tag{18}$$

See võrrand kirjeldab parabooli, mille harud on suunatud allapoole, ning keskpunkt asub koordinaattasandi esimeses veerandis.

6.3. Keha lennuaja kestuse leidmine

Keha lendamisaega määrab keha liikumine piki y-telge, kuna piki x-telge liiguks keha lõpmatult kaua, kui seda poleks takistatud. Seepärast kasutame aja arvutamiseks valemit 17. Võttes $y = 0$, saame

$$t\left(v_0\sin\varphi - \frac{gt}{2}\right) = 0 \ ,$$

kust

$$t_1 = 0, \quad t_2 = \frac{2v_0}{g}\sin\varphi \ . \tag{19}$$

See tähendab, et keha asub maapinnal kaks korda, trajektoori alg- ja lõpp-punktis. Otsitav lennuaeg on seega

$$t_l = t_2 = \frac{2v_0}{g}\sin\varphi \ .$$

6.4. Keha nihe ehk lennukauguse leidmine

Kuna piki x-telge on liikumine ühtlane ja lennuaeg on teada, siis

$$S = x_{max} = v_{0x} t_l \ ,$$

$$S = \frac{v_0 \cos\varphi \cdot 2 v_0 \sin\varphi}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\varphi \ . \tag{20}$$

6.5. Maksimaalse tõusu leidmine

Kõigepealt leiame, kui kaua on kestnud keha tõusmine. Kõrgeimas trajektoori punktis on keha kiiruse vertikaalne komponent $v_y = 0$. Järelikult valemi 16 põhjal saame $0 = v_{0y} - g t_l$, kust

$$t_t = \frac{v_0}{g} \sin\varphi \ .$$

Märgime, et $t_t = t_l/2$, mis on ka küllaltki loogiline, kuna trajektoor on sümmeetriline maksimaalse tõusupunkti suhtes. Seega

$$y_{max} = H = v_{0y} t_t - \frac{g t_t^2}{2} = \frac{v_{0y}^2}{2g} \ ,$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\varphi}{2g} \ . \tag{21}$$

6.6. Avaldis keha kiiruse jaoks suvalisel kõrgusel

Keha kiiruse horisontaalne komponent on konstantne $v_x = v_{0y}$, seega kogu küsimus on kiiruse vertikaalse komponendi määramises. Valemist 16

$$v_{hy} = v_{0y} - gt_h \ ,$$

kus t_h on aeg, mis kulub kehal, et jõuda kõrguseni h. Kui meil on teada t_h, teame me ka kiirust v_h. Kasutame aja leidmiseks valemit 17

$$y = h = v_{0y}t_h - \frac{gt_h^2}{2} \ ,$$

kust saame

$$t_{h1,2} = \frac{v_{0y} \pm \sqrt{v_{0y}^2 - 2gh}}{g} \ .$$

On selge, et füüsikaliselt on võimalikud mõlemad vastused, kuna keha sattub kõrgusele h kaks korda — liikudes üles ja liikudes alla. Seepärast saame me kaks avaldist keha kiiruse jaoks kõrgusel h.

Esimeses punktis on kiiruse komponendid

$$v_{hx1} = v_0 \cos\varphi, \quad v_{hy1} = \sqrt{v_0^2 \sin^2\varphi - 2gh} \ .$$

Kiiruse moodul on

$$v_{h1} = \sqrt{v_{hx}^2 + v_{hy}^2} = \sqrt{v_0^2 - 2gh} \ .$$

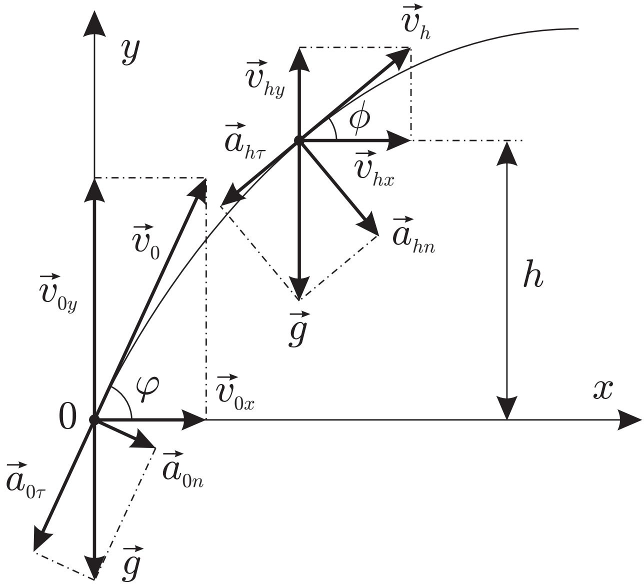
Kiiruse vektori $\vec{v}_h$ ja horisondi vaheline nurk on

$$\tan\phi = \frac{v_{hy1}}{v_{hx1}} = \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2\varphi - 2gh}}{v_0 \cos\varphi} \ .$$

Teises punktis on

$$v_{hx2} = v_0 \cos\varphi, \quad v_{hy2} = -\sqrt{v_0^2 \sin^2\varphi - 2gh}\ .$$

Kiiruse moodul on sama $v_{h2} = v_{h1}$, kiiruse vektori ja horisondi vaheline nurk on suuruselt sama, kuid vastasmärgiga.



Joonis 6: Kiirenduse komponendid

6.7. Kiirenduse komponentide leidmine

Selleks tuletame meelde, et kiirenduse tangentsiaalkomponent on suunatud piki trajektoori puutujat, aga kiirenduse normaalkomponent on puutujaga risti. Keha kogu kiirendus on kõikides trajektoori punktides sama — see on vaba langemise kiirendus g.

Keha kiirendus algpunktis

$$a_{0\tau} = -g \sin\varphi, \quad a_{0n} = -g\cos\varphi \ .$$

Keha kiirendus suvalisel kõrgusel

$$a_{h\tau} = -g \sin\phi, \quad a_{hn} = -g\cos\phi \ .$$

Keha kiirendus trajektoori tipp-punktis

$$a_{H\tau} = 0, \quad a_{Hn} = -g; .$$

6.8. Trajektoori kõverusraadiused

Kiirenduse normaalkomponendi definitsioonist $a_n = v^2/R$, kus R on trajektoori kõverusraadius ja v on kiiruse moodul. Siit

$$R = \frac{v^2}{a_n} \ .$$

Punktis 0 on $v = v_0$ ja $|a_n| = g\cos\varphi$, kust

$$R_0 = \frac{v_0^2}{g\cos\varphi} \ .$$

Punktis h on

$$v = v_h = \sqrt{v_0^2 - 2gh}, \quad |a_n| = g\cos\phi \ ,$$

kust

$$R_h = \frac{v_0^2 - 2gh}{g \cos \phi} \ .$$

Punktis H on $v = v_{0x} = v_0 \cos \varphi$, $|a_n| = g$, kust

$$R_H = \frac{v_0^2 \cos^2 \varphi}{g} \ .$$

Enamik ülesandeid kõverjoonelise liikumise kohta on selle üldise ülesande erijuhud.

Ülesandeid kontrolltöödeks

1. Sportlased jooksevad kiirusega v kolonnis pikkusega l. Neile jookseb vastu treener kiirusega $u < v$. Nii kui jooksja kohtab treenerit, hakkab ta jooksma endise kiirusega vastupidises suunas. Milliseks osutub kolonni pikkus, kui kõik sportlased on tagasi pööranud?

2. Lennuk läbib kauguse $s_1 = 2200$ km kiirusega $v_1 = 1000$ km/h. Seejärel hakkab puhuma vastutuul, mille tagajärjena lennuki kiirus väheneb $v_2 = 850$ km/h-ni. Sellise kiirusega lendab lennuk veel $s_2 =$ 1750 km. Kui suur oli lennuki keskmine kiirus v kogu lennuaja vältel?

3. Tartu ja Tallinna vahemaa on $s = 180$ km. Jalgrattur sõoidab Tartust Tallinna poole kiirusega $v_1 = 30$ km/h. Sõites luges ta kokku, et $t_0 = 5$ min jooksul tuli talle vastu $n_0 = 20$ autot. Mitu Tallinnast Tartusse sõitvat autot on korraga maanteel? Eeldada, et autod sõidavad võrdsete vahemaadega kiirusega $v_2 = 90$ km/h kogu maantee ulatuses.

4. Tornikella minutiosuti pikkus on 2 meetrit ja tunniosuti pikkus 1 meeter. Leida *a)* kui pika tee läbib minutiosuti otspunkt kella 2-st öösel kuni 4-ni päeval; *b)* minutiosuti otspunkti joonkiirus (ringjoonelise liikumise kiiruse väärtus); *c)* tunniosuti otspunkti poolt sama ajaga sooritatud nihke suund ja moodul; *d)* tunniosuti keskmise kiiruse vektori suund ja moodul vaadeldavas ajavahemikus.

5. Keha, liikudes ühtlase kiirendusega, läbis aja t jooksul tee s, kusjuures keha kiirus suurenes n korda. Leida keha kiirendus juhul, kui keha algkiirus oli nullist erinev.

6. Kui suure nurga all horisonti suhtes tuleb suunata veejuga, et see tõuseks kõrgusele, mis on võrdne joa lennu kaugusega?

7. Vibust vertikaalselt üles lastud nool kukkus maapinnale $\tau = 8$ s pärast. Kui suur on noole algkiirus ja maksimaalne tõusukõrgus?

8. Kivi kukub katuselt alla. Ühe akna kõrguse läbimiseks kulub tal $\tau = 0{,}30$ s. Kui kõrgelt selle akna suhtes hakkas kivi kukkuma, kui akna kõrgus on $h = 2{,}1$ m?

9. Lennuk laskub nurga $\alpha = 60°$ all maapinna suhtes kiirusega $v = 720$ km/h. Kõrgusel $h = 1000$ m ta vabaneb koormusest. Missugusel kaugusel lennukist (horisontaalsuunas) peab asuma märklaud, et koormus langeks etteantud punkti?

10. Lennukilt, mis lendab kõrgusel h kiirusega v, visatakse alla koormus. Missugusel kõrgusel on koormuse kiiruse suuna ja horisondi vaheline nurga suurus α?

11. Minimaalse aja jooksul tuleb tabada kiirusega $v = 1000$ m/s vertikaalselt ülesse lastud mürsku teise mürsuga, mille kiirus on 10% võrra väiksem. Millal tuleb tulistada teine mürsk, kui seda tehakse samast punktist? Aega hakatakse lugema esimese mürsu ülestulistamise hetkest.

12. Kaks keha on visatud ühest punktist nurkade α_1 ja α_2 all horisondi suhtes. Kui suur on nende algkiiruste suhe, kui nad langesid maha samuti ühes punktis?

13. Auto sõidab ühtlase kiirusega v porisel teel. Autorattalt raadiusega R eemalduvad poritilgad. Kui kõrgele tõusevad nad tee suhtes, kui nad eemalduvad rattalt kõrgusel $0{,}3R$?

14. Korvpalli pall vabaneb korvpalluri käest kõrgusel $h = 2{,}1$ m põrandast. Korv asub kõrgusel $H = 2{,}6$ m põrandast. Korvpallur soovib visata palli $\alpha = 35°$ nurga all. Kui vise toimub kauguselt $l = 12$ m täpsusega $\Delta l = 0{,}22$ m (mõõdetud piki horisontaali), siis kui suur võib olla algkiiruste vahemik Δv, mille puhul pall veel tabab korvi? Täpsuseks loetakse vahemaad viske sihis, mille võrra võib palli lennukaugus erineda korvpalluri kaugusest korvist, ilma et pall korvist mööda läheks.

15. Kuulike lastakse kukkuda kaldpinnale. Läbides 1 m põrkub ta kaldpinnaga elastselt ja seejärel langeb samale kaldpinnale teist korda. Leida vahemaa esimese ja teise pärkepunktide vahel, kui kaldpinna ja horisondi vaheline nurk on 30°.

16. Õli voolab vee pinnale ning moodustab seal ringikujulise pleki paksusega h. Kuidas sõltub pleki ääre liikumise hetkkiirus ajast, kui ajaühikus satub vee pinnale õli ruumalaga q? Alghetkel on pleki raadius null. *Juhtnöör*: arvestage, et nihe hetkkiiruse definitsioonis on väga väike.

17. Paat sõidab üle jõe laiusega d olles kogu aeg voolu suunaga risti. Paadi kiirus vee suhtes on v. Kui kaugele nihkub paat esialgse liikumissuuna suhtes jõe ületamise käigus, kui on teada, et voolu kiirus kasvab kaldast jõe keskkohani valemi $u = u_0 + ks$ järgi, kus s on kaugus kaldast ja k — konstant? Missugune on paadi liikumistrajektoor? Kui suur peaks olema paadi ja voolu kiiruste suundade vaheline nurk, et paat randuks risti üle jõe asuvasse punkti?

18. Auto sõidab pikast seinast eemale nurga α all kiirusega v. Hetkel, kui kaugus seinast on l, laseb autojuht lühikese helisignaali. Kui pika tee läbib auto sellest momendist hetkeni, mil autojuht kuuleb kaja? Heli levimiskiirus õhus on c.

19*. Lennuk, mis lendab horisontaalselt kiirusega v, satub vihma alla, mille tilgad kukuvad vertikaalselt kiirusega u. Lenduri kabiinis on kaks akent: horisontaalne laeaken ja esiaken, mis asub nurga α all horisondi suhtes. Mõlema akna pindala on S. Leida esiaknale ja laeaknale ajaühikus langevate vihmatilkade arvu suhte.

20*. Vertikaalne sile plaat liigub horisontaalselt kiirusega u. Horisontaaltasandis lendav pall kiirusega v_0 põrkub plaadiga. Palli lennusuuna ja plaadi vaheline nurk on α. Leida palli kiirus v pärast plaadiga põrkumist. Plaadi mass on palli omast palju suurem. Kokkupõrge lugeda absoluutselt elastseks. Raskusjõud jätta arvestamata.

Kontrolltööde variandid

Variant 1: 1, 4, 7, 10, 13, 16.

Variant 2: 2, 5, 8, 11, 14, 17.

Variant 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18.

Kontrolltööks .... tuleb lahendada

variandi ..... ülesanded.

Lisaks on boonusülesanne ....., mille

lahendamine on vabatahtlik.

Tähtaeg ....