Piirdenurgad

Tartu 18.12.2016

Küsimused: joonas.kalda@gmail.com

Teoreem 1 Kaarele toetuv kesknurk on kaks korda suurem vastavast piirdenurgast.

Ülesanne 1 Tõesta, et kõik samale kaarele toetuvad piirdenurgad on võrdsed.

Ülesanne 2 Tõesta, et võrdse suurusega piirdenurgad toetuvad sama pikkadele kõõludele.

Ülesanne 3 (Thalese teoreem) Tõesta, et diameetrile toetuv piirdenurk on täisnurk.

Ülesanne 4 (Siinusteoreem) Tõesta, et kolmnurgas ABC kehtib:

$$BC/sin(\angle BAC) = 2R$$

kus R tähistab kolmnurga ABC ümberingjoone raadiust.

Ülesanne 5 Tõesta, et kõõlnelinurgas $ABCD$ kehtib võrdus $\angle ABC + \angle ADC = 180°$.

Ülesanne 6 Olgu tasandil antud kaks punkti A ja C ning nurgasuurus α. Leia kõigi selliste tasandi punktide hulk B, et $\angle ABC = \alpha$.

Ülesanne 7 Tõesta, et kui kumeras nelinurgas $ABCD$ kehtib võrdus $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ siis tegu on kõõlnelinurgaga.

Ülesanne 8 Olgu tasandil antud punktid A, B, C, D, kusjuures $\angle ABC = \angle ADC = 90°$. Tõesta, et $ABCD$ kõõlnelinurk.

Ülesanne 9 Tasandil on antud sirged s, t, u, v, kusjuures sirged s ja u on omavahel risti ja sirged t ja v on omavahel risti. Olgu nurk sirgete s ja t vahel α ja nurk sirgete u ja v vahel β. Tõesta, et $\alpha = \beta$ või $\alpha + \beta = 180°$.

Teoreem 2 (Teoreem kõõlust ja puutujast) Ringjoonele on tõmmatud kõõl BC ning punktis B puutuja AB. Kaarel BC on võetud punkt D. Siis kehtib võrdus $\angle ABC = \angle BDC$

Ülesanne 10 Tõesta teoreem 2.

Ülesanne 11 Kaks ringjoont lõikuvad punktides P ja Q. Ühel ringjoonel võetakse punkt A; kiir AP lõikab teist ringjoont teistkordselt punktis B, kiir AQ aga lõikab teist ringjoont teistkordselt punktis C. Tõesta, et sirge BC on paralleelne esimesele ringjoonele punktis A tõmmatud puutujaga.